

基于 OpenSees 的双层柱面网壳结构的 非线性有限元可靠性分析

柳春光^{*1,2}, 李会军²

(1. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 大连 116024; 2. 大连理工大学 建设工程学部, 大连 116024)

摘要: 在非线性有限元可靠性分析当中, 经常会遇到两个障碍: 对于特定的材料模型, 约束函数会有不连续的梯度, 导致搜索方法的不收敛; 试算点离失效域太远, 使得结果不能数值收敛^[1]。针对这两个障碍, 将 OpenSees 提供的光滑材料模型、改进和新的算法引入大跨度空间网格结构的非线性可靠度分析当中。通过应用光滑的 Bouc-Wen 材料模型解决了第一个障碍; 通过修正已有的算法和引进新的算法解决了第二个障碍, 除了已有的改进 HLRF 算法、梯度映射法和 SQP 算法外, 又首次将 Polak-He 算法引入到大跨度空间结构的非线性可靠度分析当中, 并且对影响其收敛和计算速度的因素做了详细地阐述; 结果发现 SQP 法和 Polak-He 算法计算效率较高, iHLRF 法和梯度映射法效果较差。表明 Polak-He 算法是一种高效的计算方法, SQP 法对功能函数的调用次数少, 计算工作量少。通过引入光滑材料模型及几种算法, 给大跨度空间结构的非线性可靠度分析带来方便, 值得进一步推广。

关键词: 网壳; 可靠度; 设计点; Bouc-Wen 材料模型; Polak-He 算法

中图分类号: TU318 **文献标识码:** A

1 引言

近年来, 人们对空间结构的可靠度研究日益重视, 文献[2]基于可靠度的钢结构稳定设计理论, 提出了通过抗力分项系数验算网壳结构稳定性的方法, 使用了基于响应面函数的蒙特卡罗模拟方法对结构进行二阶弹塑性分析; 文献[3]对响应面方法进行了改进; 文献[4]在可靠性分析中将谱随机有限元方法与一阶可靠度、重要抽样法相结合, 使得空间结构可靠度研究取得了一定进展。

本文首次将 OpenSees 中的非线性可靠度分析方法引入大跨度空间结构——双层柱面网壳。除了将已有的可靠度算法(iHLRF 法、投影梯度法和 SQP 法)引入大跨度空间结构中, 又引入了一种新的搜索算法(Polak-He 算法), 并对四种算法进行效率和精度方面的比较, 详细阐述了影响 Polak-He 和 SQP 算法计算速度的因素, 并引入光滑的 Bouc-Wen 模型。为验证结果正确性, 应用 ANSYS

的蒙特卡洛法对 OpenSees 计算结果进行校核。OpenSees 是一种面向对象的软件框架, 由 Berkley 加州大学的太平洋地震研究中心集成和开发。

2 引入的材料模型及算法^[1]

2.1 可靠度及敏感性理论

失效概率表达式为

$$p_f = \int_{g(x) \leq 0} f(x) dx$$

式中 p_f 为失效概率, x 为随机有限元模型参数向量, $f(x)$ 是联合概率密度函数。

设计点是约束优化问题的解:

$$y^* = \operatorname{argmin}\{\|y\| \mid G(y) = 0\} \quad (1)$$

以上的等式约束问题($G(y) = 0$)可转换成不等式约束问题($G(y) \leq 0$),

$$y^* = \operatorname{argmin}\{\|y\| \mid G(y) \leq 0\} \quad (2)$$

求解过程中会遇到两个问题: 首先对于某些特定的非线性问题, 必须处理梯度 $\nabla G(y)$ 的不连续问题, 否则会导致搜索方法不收敛; 其次在搜索中必须处理迭代点离失效域过远的问题。通过引入光滑材料模型解决了梯度不连续性; 第二个问题通过修正已有算法和引了新算法来解决。

收稿日期: 2007-12-28; 修改稿收到日期: 2008-07-24.

基金项目: 国家自然科学基金(59908013)资助项目.

作者简介: 柳春光* (1964-), 男, 博士, 教授, 博士生导师
(E-mail: liucg@dlut.edu.cn).

2.2 单轴 Bouc-Wen 模型

为了修正位移响应敏感性的不连续性,考虑采用光滑材料模型。其特点是:从弹性阶段向塑性阶段是逐渐地过渡的,减少了不连续的可能。单轴光滑滞回模型是由 Bouc^[5] 和 Wen^[6] 提出的, Baber 和 Noori^[7] 对原始 Bouc-Wen 模型进行了拓展,包括了退化行为, OpenSees 中正是使用这种模型。被定义的应力是线性部分和滞回部分之和:

$$\sigma = \alpha k_0 \varepsilon + (1 - \alpha) k_0 z \quad (3)$$

式中 ε 为应变, z 为滞回变形, k_0 是弹性刚度, α 是屈服后的刚度与弹性刚度的比值。为引入退化段, Bar 和 Noori 推导了滞回变形的变化率:

$$\dot{z} = \frac{A \dot{\varepsilon} - \{\beta |\dot{\varepsilon}| |z| |z|^{n-1} + \gamma \dot{\varepsilon} |z|^n\} \nu}{\eta} \quad (4)$$

式中 β, γ 和 n 是控制滞回环的参数, 而变量 A, ν 和 η 控制材料的退化。材料退化满足下面规则:

$$A = A_0 - \delta_A e, \nu = 1 + \delta_\nu e, \eta = 1 + \delta_\eta e$$

式中 e 由下式定义:

$$\dot{e} = (1 - \alpha) k_0 \dot{\varepsilon} z \quad (5)$$

式中 $A_0, \delta_A, \delta_\nu$ 和 δ_η 是用户定义的参数。材料模型增量形式和 DDM 敏感性方程见文献[8]。

2.3 搜索方法

2.3.1 改进的 HL-RF 方法^[9]

众所周知,原始的 HLRF 算法不稳定,在特定情况下不收敛。Zhang 和 Der Kiureghian 对此法进行改进,并将 iHLRF 应用到 OpenSees 当中,对子步大小进行控制,在 OpenSees 中应用了 Armijo 法则。首先,子步大小修改为

$$\lambda = b_0 \cdot b^k \quad (6)$$

式中,在前 m 子步 $b_0 < 1$, 随后的子步中 $b_0 = 1$ 。用户指定 m (3 或 4) 和 b_0 ($b_0 = 0.5$ 或更小)。

第二种方法是在标准正态空间中应用“边界球”,半径的选取一定要足够小,通常选择 $R = 2$ 。如果没找到试算点,球半径是可以放大的,见文献[8]。

2.3.2 引进的 Polak-He 算法

Polak-He 算法由文献[9, 10] 提出,是一种非线性优化算法。此法在空间结构可靠度分析中尚未被使用过。应注意,极限状态函数的数值影响收敛速度,应对功能函数值进行比例缩放,使得起始点大致为 10。这并未给分析带来限制,因为功能函数

可以乘以一个正数被任意缩放,而不会影响结果。

原始的 Polak-He 算法在文献[9] 中进行了详尽地阐述,用它来解决约束优化问题。首先求解一个无约束优化问题,然后在每一步中获得搜索方向向量。无约束优化问题的未知数是 $\mu_0, \mu_1, \mu_2 \dots \mu_q$ 和 $\nu_1, \nu_2 \dots \nu_p$, 受下列条件限制:

$$\sum_{j=1}^q \mu_j = 1, \sum_{k=1}^p \nu_k = 1, 0 \leq \nu_j \leq 1, 0 \leq \mu_k \leq 1$$

式中 $p = q = 1$ 即化解为方程(2) 的问题。

因此, $\nu_1 = 1$ 和未约束最小化问题形式为

$$\theta = -\min_{\mu_1} \{\mu^T A \mu + b^T \mu\} \quad (7)$$

式中 $\mu = [\mu_0, \mu_1]^T$,

$$A = \frac{1}{2\delta} \begin{bmatrix} y^T y & \nabla G y \\ \nabla G y & \nabla G \nabla G^T \end{bmatrix}$$

$$b = [\gamma G_+ \quad G_+ \quad -G]$$

无约束最小化问题沿着 $\mu_0 = 1 - \mu_1, 0 \leq \mu_1 \leq 1$ 有解,单一变量 $z = \mu_0 = 1 - \mu_1$ 。方程(7) 可以被写成 $\theta = -\min_z \{az^2 + bz + c\}$, 式中常数 a, b 和 c 为

$$a = \frac{1}{2\delta} y^T y + \frac{1}{2\delta} \nabla G \nabla G^T - \frac{1}{\delta} \nabla G y$$

$$b = \gamma G_+ - (G_+ - G) + \frac{1}{\delta} \nabla G y - \frac{1}{\delta} \nabla G \nabla G^T$$

$$c = \frac{1}{2\delta} \nabla G \nabla G^T + (G_+ - G)$$

3 网壳结构的可靠度与敏感性分析

3.1 网壳结构模型的建立

建立曲率半径 25 m, 矢高 5 m, 跨度 32.5 m 和纵向长度 29.7 m 的双层柱面网壳模型如图 1 所示,在 ANSYS 进行计算时,杆件采用 LINK8 单元,在 OpenSees 中采用 TRUSS 单元,初始杆件选取为 $\Phi 83 \times 4$, 弹性模量为 $2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 。网壳两端上层节点采用铰支座,荷载 2 kN/m^2 。

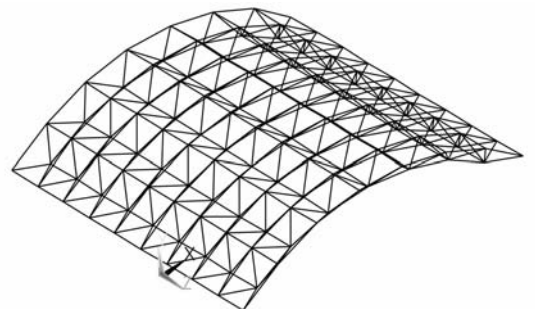


图 1 双层柱面网壳模型

Fig. 1 Double-layer cylindrical shell model

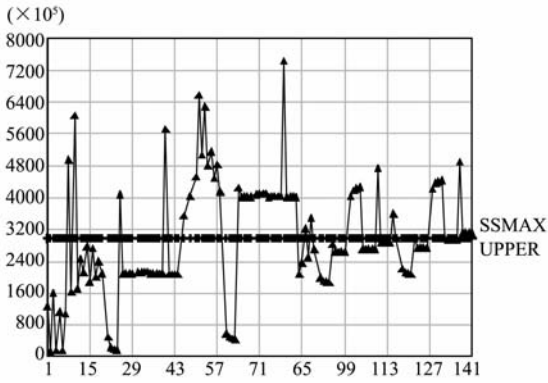


图 2 最大轴应力与优化设计序列号之间的关系曲线

Fig. 2 The curve between axial stress and optimization serial

首先对网壳进行优化。为验证 OpenSees 计算结果,在 ANSYS 和 OpenSees 中分别对网壳进行静力计算,二者结果相同,发现挠度和应力均远远未达到规范容许值,将上层跨向杆件的截面面积统一设定为设计变量 A1、上层纵向杆件为 A2、下层跨向杆件为 A3、下层纵向杆件为 A4、腹杆的杆件为 A5,以允许最大挠度和杆件达到屈服强度为状态变量,以总用钢量的体积为目标变量,总共进行

了 141 步优化,第 132 步为最优序列。优化前后的杆件截面面积见表 1,选取优化后网壳为研究对象。

3.2 OpenSees 中几种算法与模型的可靠度与敏感性分析

恒荷载、弹性模量、横截面面积的均值和标准差按照文献[3]选取,随机变量统计参数见表 2。

3.2.1 四种算法比较

采用优化后的双层球面网壳作为研究对象,材料模型采用双线性模型,应变硬化率(即后屈服正切与初始弹性正切的比值)取为 0.02,为了全面地比较几种算法,文中考虑下面几种情况:(1)以荷载 P 作为随机变量,(2)以杆件横截面面积作为随机变量,(3)以荷载 P 、弹性模量 E 和横截面面积作为随机变量。分别对以上三种情况采用四种搜索方法,即 iHLRF 算法、Gradient Projecton 算法、Polak-He 算法和 SQP 算法。为方便计算并比较四种算法的速度与精度,以规范挠度限值与结点竖向最大挠度值之差作为功能函数,计算结果见表 3。

表 1 优化前后网壳杆件截面面积

Tab. 1 Cross-sectional area of shell's bar before and after optimization

截面	A1/mm ²	A2/mm ²	A3/mm ²	A4/mm ²	A5/mm ²	最大挠度 /m	最大轴应力 /N/m ²
初始面积	992.74	992.74	992.74	992.74	992.74	-0.0173	-0.129 × 10 ⁹
优化后面积	464.09	13.793	45.868	10.000	31.942	-0.0591	-0.298 × 10 ⁹

表 2 随机变量统计参数

Tab. 2 Statistical parameters of random variables

随机变量	位置	分布类型	均值	标准差
E/Pa	—	正态	2.1×10^9	4.2×10^7
A1/mm ²	上层纵向杆件	对数正态	464.09	46.409
A2/mm ²	上层跨度方向杆件	对数正态	13.793	1.3793
A3/mm ²	下层纵向杆件	对数正态	45.868	4.5868
A4/mm ²	下层跨度方向杆件	对数正态	10.000	1.0000
A5/mm ²	腹杆	对数正态	31.942	3.1942
P/N	上层结点	正态	$1.06P_i (i = 1 \sim 80)$	$0.074P_i (i = 1 \sim 80)$

表 3 不同算法之间的耗时与精度比较

Tab. 3 Comparison of time consume and accuracy between different search algorithms

算法		iHLRF 算法	Gradient Projecton 法	Polak-He 算法(500)	SQP 算法(0.1)	Mon-Carlo 算法
荷载 P 为随机变量	80 个 RV	耗时 00:03:28	00:01:45	00:00:55	00:00:35	—
	可靠度指标 β	2.43214	2.4248	2.43255	2.43214	—
杆件横截面积为随机变量	504 个 RV	耗时 00:19:54	00:18:38	00:16:07	00:15:56	—
	可靠度指标 β	6.18806	6.18864	6.18831	6.18806	—
荷载、弹模及横截面积为随机变量	1088 个 RV	耗时 00:18:19	00:31:06	00:16:43	00:15:36	03:25:15
	可靠度指标 β	2.2773	2.26875	2.27811	2.2773	2.2835

注:Polak-He 算法后面括号中的 500 表示对功能函数乘以缩放因子大小,使得功能函数的值接近 10,其大小影响计算速度;SQP 算法中括号中的 0.1 表示 meritFunctionCheck 的大小为 0.1,同样其大小影响计算速度。

表 4 不同缩放因子对于 Polak-He 计算耗时与精度的影响

Tab. 4 Effect of different scaling-factor on time consume and accuracy of Polak-He search algorithm

缩放系数	300	400	500	600	700
缩放后功能函数值	5.58	7.44	9.30	11.16	13.03
耗时	00:29:14	00:24:06	00:16:43	00:19:21	00:19:52
可靠度指标	2.27792	2.27812	2.27811	2.27852	2.27794

表 5 不同 meritFunctionCheck 对于 SQP 算法的计算耗时及精度的影响

Tab. 5 Effect of different meritFunctionCheck on time consume and accuracy of Polak-He search algorithm

不同 meritFunctionCheck 值	0.1	0.2	0.3	0.4
耗时	00:15:36	00:15:33	00:15:51	不收敛
可靠度指标	2.2773	2.2773	2.2773	—

表 6 考虑材料模型为线弹性材料时四种算法的耗时与精度比较

Tab. 6 Comparison of time-consuming, accuracy among algorithms when linear-elastic material applied

算法		iHLRF 算法	Gradient Projecton 算法	Polak-He 算法(500)	SQP 算法(0.1)	
荷载 P 为随机变量	80 个 RV	耗时	00:03:32	00:00:37	00:00:14	00:00:15
		可靠度指标 β	2.58982	2.58983	2.58982	2.58982
荷载、弹模及横截面积为随机变量	1088 个 RV	耗时	00:13:16	00:17:03	00:12:40	00:12:50
		可靠度指标 β	2.4523	2.4562	2.4531	2.4524

表 7 考虑材料模型为 Bouc-Wen 非线性材料时四种算法的耗时与精度比较

Tab. 7 Comparison of time-consuming and accuracy among four algorithms when Bouc-Wen material applied

算法		iHLRF 算法	Gradient Projecton 算法	Polak-He 算法(500)	SQP 算法(0.1)	
荷载 P 为随机变量	80 个 RV	耗时	00:03:42	00:02:45	00:01:10	00:01:05
		可靠度指标 β	2.4456	2.4325	2.4365	2.4412
荷载、弹模及横截面积为随机变量	1088 个 RV	耗时	00:20:32	00:28:42	00:15:32	00:14:01
		可靠度指标 β	2.2784	2.2712	2.2790	2.2782

可以看出,当以荷载 P 作为随机变量时,共有 80 个随机变量,SQP 算法速度最快,最先得到可靠度指标,接着是 Polak-He 算法,Gradient Projecton 算法次之,计算速度最慢的是 iHLRF 算法;以杆件横截面积为随机变量,共有 504 个随机变量,从表 3 中可以看出,SQP 算法速度最快,接着是 Polak-He 算法,Gradient Projecton 算法次之,最慢的是 iHLRF 算法;最后以荷载、弹模及横截面积为随机变量,计算速度由快到慢依次是:SQP 算法,Polak-He 算法,iHLRF 算法和 Gradient Projecton 算法。可以看出,SQP 法和 Polak-He 算法效果较好,使用梯度的算法要优于不用梯度的优化算法,在各种优化算法中,SQP 法对功能函数的调用次数最少,计算工作量少,效率最高。本文在大跨度空间结构当中引进的 Polak-He 算法与 SQP 法速

度基本相当。

为验证结果正确性,利用 ANSYS 软件的可靠度分析模块,以荷载、弹模及横截面积为随机变量,应用蒙特卡罗法对该网壳进行可靠度分析,选取样本数为 10000,结果见表 3,可以看出,OpenSees 中四种计算方法的结果可信。

3.2.2 同种算法比较

对于 Polak-He 算法,极限状态函数的数值影响收敛速度,使用者应对功能函数值进行比例缩放,使得起始点大致为 $10^{[1]}$,经过多个算例的验证,建议在 5~15 之内,这并没有给可靠度分析带来限制,因为功能函数可以乘以一个正数被任意地缩放,而不会带来影响结果。为阐述缩放系数对计算速度的影响,给功能函数分别乘以系数 300,400,500,600 和 700,计算结果见表 4,可以看出,

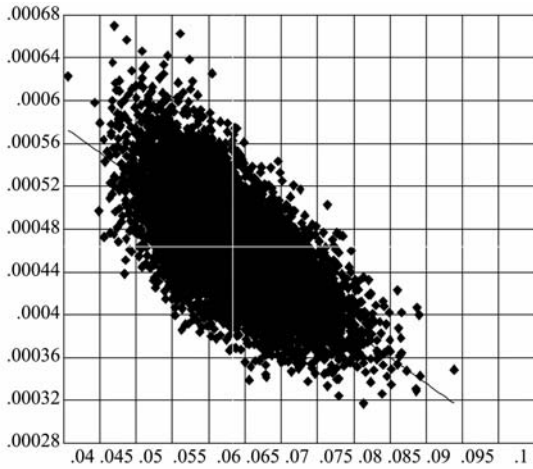


图 3 横截面面 A1-DMAX 散点图

Fig. 3 Scatter diagram between A1 and DMAX

对于五种缩放系数,精度都足够,但计算速度却相差较大,给功能函数乘以系数 500 的计算速度最快,因此合理的选取缩放系数对于可靠度计算的效率显得很重要,应引起足够注意。

对于 SQP 算法,这种算法相对显得最复杂,在 OpenSees 中 meritFunctionCheck 的选取直接影响着可靠度计算速度,甚至影响收敛。分别选取其大小为 0.1, 0.2, 0.3 和 0.4, 计算结果见表 5。从表中可以看出,选取不同的数值,计算速度有差异,但不明显,却影响收敛,当选取为 0.4 时,结果不收敛,因此根据问题合适地选取其值。

3.2.3 不同材料比较

为深入比较四种算法的计算效率,得出非线性与线性得出的可靠度指标的区别,对网壳又进行了线性静力有限元可靠度分析,考虑了两种情况:以荷载 P 为随机变量,然后以荷载、弹性模量及截面面积为随机变量,应用四种方法进行可靠度计算,计算结果见表 6,如果只考虑线弹性,网壳的可靠度指标均大于非线性可靠度结果,以荷载作为随机变量时,四种算法的可靠度指标均为 2.59,而非线性计算的结果是 2.43, Polak-He 和 SQP 算法具有计算精度高、速度快的特点;第二种情况也得出类似的结论。

在非线性有限元可靠度分析当中,对于特定的材料模型,约束函数会有不连续的梯度,将导致不收敛,本文将 Bouc-Wen 光滑非线性材料模型引入网壳的可靠度分析中,其模型的特点是:从弹性向塑性阶段是逐渐过渡的,这就减少了不连续性发生的可能。考虑两种情况:以荷载 P 为随机变量;以

图 4 参数 DMAX 对参数 A1~A5、P 和 E 灵敏度图

Fig. 4 Sensitivity diagram of DMAX to A1~A5, P, and EX

荷载、弹性模量及截面面积为随机变量,应用四种搜索方法进行可靠度计算,结果见表 7,可以看出 Polak-He 算法和 SQP 算法效率较高。

4 结 论

本文除了将已有的 iHLRF 算法、梯度映射法和 SQP 算法引进大跨度空间结构可靠度分析外,又首次将 Polak-He 算法引入,并且对影响其收敛和计算速度的因素作了详细阐述,得出以下结论:

(1) 通过引入已有算法和新算法解决了试算点离失效域太远而使结果不能数值收敛的问题。经过几种算法的计算对比,结果发现 SQP 法和 Polak-He 算法效率优于 iHLRF 法和梯度映射法。

(2) 通过应用光滑的 Bouc-Wen 材料模型,解决了对于特定的材料模型约束函数会有不连续的梯度,并将导致搜索方法不收敛的问题。

(3) Polak-He 算法是一种很高效的搜索方法,其特有的控制参数使得搜索在可靠域中进行;合理选取缩放系数对效率和精度尤为重要,应尽可能使得功能函数的值靠近 10。

参考文献 (References):

- [1] Terje Haukaas, Armen Der Kiureghian. Strategies for finding the design point in nonlinear finite element reliability analysis[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2006, **32**(2):133-147.
- [2] 卢家森,张其林. 基于可靠度的单层网壳稳定设计方法[J]. *建筑结构学报*, 2006, **27**(6):108-113 (LU Jia-sen, ZHANG Qi-lin. Design method of shells based on reliability theory[J]. *Journal of Building Structures*, 2006, **27**(6):108-113. (in Chinese))
- [3] 杨俊. 基于响应面方法的空间张弦梁结构可靠度分析[D]. 南京:东南大学土木工程学院, 2006. (YANG

- Jun. Research on reliability of spatial beam string structure based on response surface method [D]. Nanjing: College of Civil Engineering in Southeast University, 2006. (in Chinese))
- [4] Bruno Sudret, Armen Der Kiureghian. Comparison of finite element reliability methods[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2002, **17**(4): 337-348.
- [5] BOUC R. Mathematical model for hysteresis[R]. Report to the Centre de Recherches Physiques, Marseille, France, 1971: 16-25.
- [6] WEN Y-K. Method for random vibration of hysteretic systems[J]. *J Eng Mech Div*, 1976, **102**(EM2): 249-263.
- [7] BABER T T, NOORI M N. Random vibration of degrading, pinching systems[J]. *J Eng Mech*, 1985, **111**(8): 1010-26.
- [8] Terje Haukaas. Finite Element Reliability and Sensitivity Methods for Performance-Based Engineering [D]. University of California, Berkeley, 2003: 1-64.
- [9] POLAK E. *Algorithms and Consistent Approximations vol. 124 Applied Mathematical Sciences* [M]. New York, NY: Springer Verlag, 1997.
- [10] POLAK E, HE L. A unified steerable phase i-phase ii method of feasible directions for semi-infinite optimization[J]. *J Optim Theory Appl*, 1991, **69**(1): 83-107.

Nonlinear finite element reliability analysis of double-layer cylindrical shell based on openesses

LIU Chun-guang^{*1,2}, LI Hui-jun²

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: In nonlinear finite element reliability analysis, two serious impediments are encountered: for certain material models, the constraint function may have a discontinuous gradient, leading to failure of the search algorithm to converge; The search algorithm may generate trial points too far in the failure domain, where the finite element code fails to produce a result due to lack of numerical convergence^[1]. Smoothed material, improved and new algorithms are introduced to address two impediments. Bouc-Wen model addresses the first, and the second one is addressed by improved and new algorithms. Not only the iHL-RF, the Gradient Projection, and the SQP algorithms, but also the Polak-He algorithm is applied in nonlinear reliability analysis of large-span spatial structure. The results show the SQP and the Polak-He algorithms are more efficient than the iHL-RF and the Gradient Projecton algorithms. The Polak-He algorithm is an efficient algorithm. Smoothed material model and algorithms makes nonlinear reliability more convenient, and should be extensively applied.

Key words: shell; reliability; design point; the Bouc-Wen material model; the Polak-He algorithm