



CSTAM 2012-B03-0215

有限长正方形棱柱绕流的双稳态现象

王汉封，徐萌霞

中南大学 土木工程学院

高速铁路建造技术国家工程试验室

第七届全国流体力学学术会议

2012年11月12—14日 广西·桂林

有限长正方形棱柱绕流的双稳态现象¹⁾

王汉封^{*+, 2)}, 徐萌霞^{*}

^{*}(中南大学 土木工程学院, 长沙市天心区 410075)

⁺(高速铁路建造技术国家工程实验室, 长沙市天心区 410075)

摘要 运用 LES 方法对有限长正方形棱柱绕流进行了研究。棱柱高宽比为 5, 一端固定于平板上, 另一端为自由端。平板表面边界层厚度可忽略不计。基于自由流速度和棱柱宽度的雷诺数为 3900。由计算结果发现, 有限长棱柱的尾流在自由端后下扫流的作用下具有显著的三维性。尾流中会交替出现两种典型的流动状态: 一种是柱体两侧所脱落的涡在尾流中形成类似卡门涡街的交错排列状态; 另一种是柱体尾流中无明显的周期性涡街存在。在任意瞬时, 柱体两侧剪切流与自由端上剪切流始终构成一个封闭的“拱门型”结构。两种典型流动状态的交替出现, 对有限长棱柱气动力特性有直接的影响。当第一种状态出现时, 柱体两侧表面压力呈现显著的周期性变动, 且两侧压力相位相反, 此时阻力系数和脉动升力系数值较大; 而当第二种状态出现时, 柱体侧面压力无明显周期性, 相位关系不显著, 此时对应的阻力系数和脉动升力系数值均显著小于第一种状态时的对应值。

关键词 有限长钝体, 尾流, 双稳态, 气动力, LES

引言

钝体尾流长期以来都是流体力学领域的研究热点, 不仅是因为它广泛存在于工程应用中, 而且其尾流中强烈的拟序结构(Coherent structure)也有利于湍流基础问题的研究。现有的大部分研究工作都集中于二维钝体尾流与气动力特性。而工程中的钝体结构往往是一端固定于壁面, 另一端为自由端的三维结构, 例如: 高层建筑、冷却塔、烟囱等。围绕有限长钝体气动力和尾流特性的研究仍较少见, 甚至对其尾流结构仍未有统一的认识^[1]。

Wang 和 Zhou^[1]依据流动显示和 PIV 等试验结果, 推测有限长正方形棱柱两侧所形成的剪切流与钝体自由端上的剪切流始终构成一个封闭的拱门涡结构, 且这一现象与柱体高宽比无关。在有限长钝体尾流中存在两种典型的瞬态结构: 一种是柱体两侧所脱落的展向涡形成类似于 Kármán 涡街的交错排列状态; 另一种是柱体两侧所脱落的涡呈准对称的状态。近来, 其他学者通过不同的试验手段^[2-4], 验证了 Wang 和 Zhou 上述推测的正确性。

然而, 有限长钝体尾流中这两种典型流动状态的相互关系, 以及他们对钝体气动力特性的影响规律目前仍需要进一步深入的研究。

1 模拟方法简介

1.1 控制方程与亚网格模型

大涡模拟(LES)的控制方程是以一个空间特征尺度(Δ)过滤后的不可压 N-S 方程和连续性方程, 如式(1, 2)所示:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

式中“ $\bar{\quad}$ ”表示过滤后的变量。LES 对于大尺度运动直接求解, 而对小尺度运动则通过亚网格(SGS)模型进行模拟。式(1)中 τ_{ij} 反映了亚网格湍流对大尺度湍流的作用。本文采用了 Smagorinsky^[5]亚网格模型, 如(3)所示:

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j = -2\nu_{sgs} \bar{S}_{ij} + \tau_{kk} \delta_{ij} / 3 \quad (3)$$

其中 $\nu_{sgs} = (C_s f \Delta)^2 |\bar{S}|$ 为亚网格粘性系数, $|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{0.5}$, \bar{S}_{ij} 为亚网格应变张量。本文中 $\Delta = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3}$, Δ_i 为三个方向上最小的计算网格尺寸。对于钝体绕流问题, $C_s = 0.1$ ^[6]。

1.2 计算对象与计算参数

1) 国家自然科学基金资助项目 (51108468)

2) Email: wanghfme@gmail.com

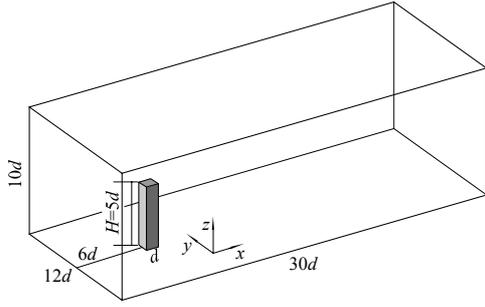


图1 计算域与坐标定义

计算域和坐标方向的定义如图 1 所示。坐标原点定义在棱柱底面中心。棱柱高宽比 $H/d = 5$ ，宽度 $d = 20\text{mm}$ 。计算域长度 $30d$ ，柱体距计算域入口 $6d$ 。

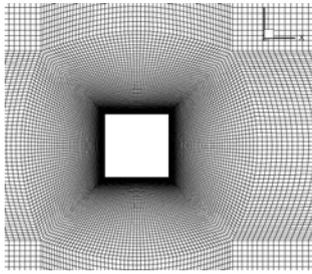


图2 柱体附近局部网格

采用结构化网格对计算域进行离散化，总网格数约为 639 万。在控制总计算量的前提下，为得到更好的模拟结果，对柱体附近网格进行了局部加密，如图 2 所示。最小网格尺寸为 0.03mm ，相当于 $0.15\%d$ 。

进口设为均匀速度入口，自由流速度 $U_\infty = 3\text{m/s}$ ，在入口上均匀分布。基于 U_∞ 和 d 的雷诺数为 3900。入口湍流强度为 5%。出口设为充分发展边界条件。计算域顶面和两侧面定义为对称边界条件，底部平面与柱体表面定义为无滑移的壁面边界条件。计算时间步长设为 $3.4 \times 10^{-4}\text{s}$ ，约为涡脱落频率的 0.5%。时间离散采用二阶隐式格式。对流项中的动量和亚网格动能 k_{sgs} 的离散格式分别采用受限的中心差分格式(Bounded Central Differencing, BCD)和具有三阶精度的 QUICK 格式。

2 结果与讨论

2.1 时均结果

待迭代稳定后，对柱体表面上的 Y^+ 进行了计算。绝大部分区域内 Y^+ 均小于 1，最大值出

现在迎风侧的边缘，且小于 1.8。这表明本文中近壁面网格具有了足够的精度^[7]。

为避免计算初始不稳定所带来的统计误差，时均量和能谱的计算从迭代 1s 之后开始。统计时间为 9s，相当于约 150 个涡脱落周期。

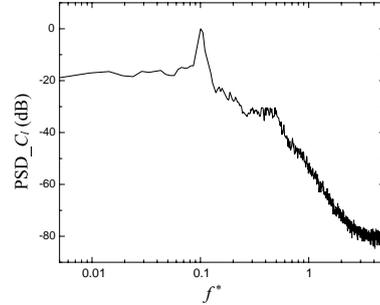


图3 柱体升力系数 C_l 的能谱

图 3 给出了升力系数 C_l 的能谱。在 $f^* \approx 0.105$ 处，能谱有明显的峰值，表明柱体所受升力有显著的周期性。本文中上标“*”表示以 U_∞ 和 d 无量纲化。因为柱体气动力与其尾流中涡团脱落特性有直接联系，可推测 $H=5d$ 的正方形棱柱尾流中存在周期性涡脱落现象。本文中 St 数为 0.105，略小于二维方柱的对应值 0.125~0.13^[8]，这与文献^[1-4]中结论是一致的。

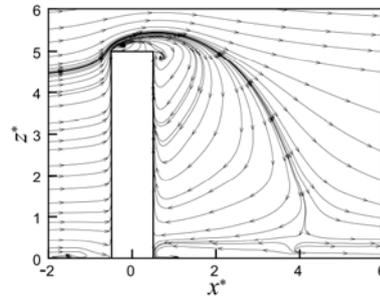


图4 尾流对称截面内平均流线图

图 4 给出了尾流对称平面($y^*=0$)内的时均流线图。柱体自由端后形成了显著的下扫流，并影响到了尾流的大部分区域。显然，在该下扫流的作用下，柱体尾流将具有明显的三维性。该下扫流具有向两侧分离柱体展向涡的趋势，并减缓了展向涡的脱落频率。因此，如图 3 所示，有限长柱体尾流的 St 数小于二维柱体的对应值^[1]。如图 4 所示，本文中底部平面附近的上升流显著小于文献[1]的结果。这是因为，本文中柱体轴线处边界层厚度约为 $0.2d$ ，而后者边界层厚度为 $1.35d$ 。较厚的边界层将产生较强的上升流^[9]。

2.2 气动力双稳态现象

图 5 给出了计算稳定后，柱体阻力系数 C_d 和升力系数 C_l 随时间的变化情况。可发现以下几点规律：首先，有限长柱体的 C_d 随时间有明显的变化，并始终显著小于二维方柱的 C_d 。对于二维方柱， C_d 约为 2.1 左右^[10]，而本文中 $H/d=5$ 的有限长棱柱， C_d 平均值仅为 1.64，相当于前者的 78%。这是因为对有限长柱体而言，下扫流有削弱尾流中涡街强度的作用，最终提高了柱体背压，减小了 C_d ^[1]。其次， C_d 随时间有低频的波动，并与 C_l 的变化规律有明显的对应关系。当 C_l 呈周期性显著的大幅振荡时，对应的 C_d 会出现极大值，图 5 中用 Mode1 表示；而当 C_l 无明显周期性，且振幅很小时，对应 C_d 会有极小值，如图 5 中 Mode2 所示。Mode1 中 C_d 最大值可达到 1.87，而 Mode2 中 C_d 大约为 1.55~1.6，前者比后者大 20% 左右。最后，Mode1 和 Mode2 这两种状态具有间歇性，即两者会交替出现。

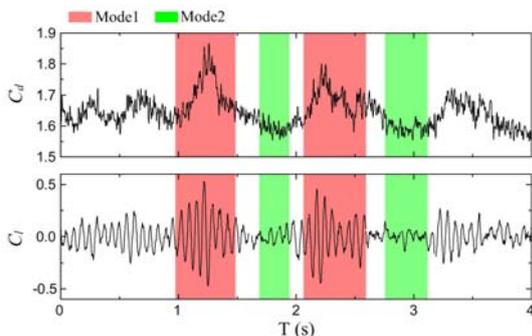


图 5 柱体 C_d 与 C_l 随时间的变化

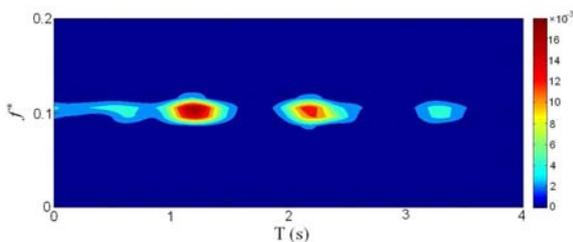


图 6 C_l 的小波能谱

为进一步研究尾流的这种双稳态特性，对柱体的 C_l 进行了小波分析。图 6 给出了 C_l 的小波谱，其所对应的时间段与图 5 相同。如图所示，小波谱峰值均出现在 $f^* \approx 0.105$ ，这与图 3 结果是一致的。显然，小波谱峰值在时间上并不连续，具有明显的间歇性。具体来说，0s~1s，小波谱有稳定但相对较弱的峰值出现，此时对应的 C_l 有明显的周期但振幅相对较小(见图 5)；1.25s 左右，小波谱出现了强烈的峰值，

此时对应了图 5 中的 Mode1；在 1.75s 附近时，小波谱无明显峰值，对应了图 5 中的 Mode2。类似的，在 2.1s 和 2.9s 附近，又分别出现了 Mode1 和 Mode2 的形态。由此可知，Mode1 与 C_l 的小波谱中峰值出现的位置是对应的。如图 6 所示的小波谱中峰值的间歇性表明了尾流中 Mode1 和 Mode2 是交替并间歇出现的。

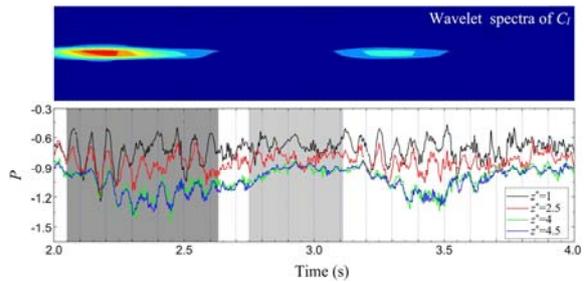


图 7 柱体侧面不同高度压力系数随时间的变化

图 7 给出了柱体侧面不同高度上，即 $z^*=1, 2.5, 4$ 和 4.5 ，的压力系数。为方便比较，图 5 中所给出的 Mode1 和 Mode2 范围在图 7 中用灰色标出，并给出了图 6 中 C_l 的小波谱。由图 7 可以清楚的看到，当 Mode1 出现时，所有高度上的压力信号都具有明显的周期性，表明柱体侧面有强烈的周期性涡团脱落。注意在 Mode1 范围内，不同高度压力信号的相位基本相同，靠近柱体自由端时相位略有落后。这说明展向涡在柱体侧面呈一个整体脱落，且随着高度的增加展向涡会向上游倾斜，这一点与文献[1, 4]通过流场测量所得到的结论是一致的。当 Mode2 出现时，各高度尤其是靠近柱体自由端附近的压力信号周期性显著减弱，且各高度上压力无明显相位关系。

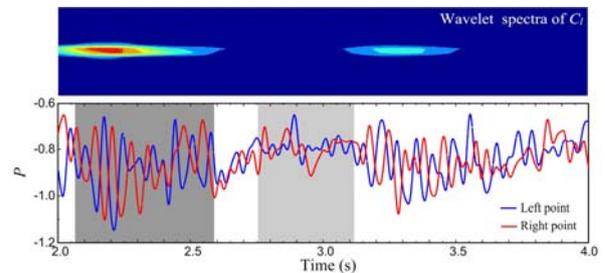


图 8 $z^*=2.5$ 时两侧面中点压力系数随时间的变化

图 8 给出的是 $z^*=2.5$ 高度上两侧面中点的压力系数随时间的变化。为使压力信号更为清晰，采用了低通滤波对信号进行了过滤。截止频率 $F_c = 30\text{Hz}$ ，约为涡脱落频率的 2 倍，以确

保无任何有用信息被滤掉。与图 7 类似, 2~4s 内 Mode1 和 Mode2 的范围在图 8 中用灰色标出。由图 8 可知, 当 Mode1 出现时, 柱体两侧压力均有较强的周期性变化, 且两者相位始终相反。这说明, 柱体两侧脱落涡团的相位是相反的, 即尾流中会出现交错排列的涡街, 这与二维柱体尾流中的情况是类似的。而当 Mode2 出现时, 柱体两侧压力脉动均明显减弱, 且两者也没有明确的相位关系。

2.3 尾流结构

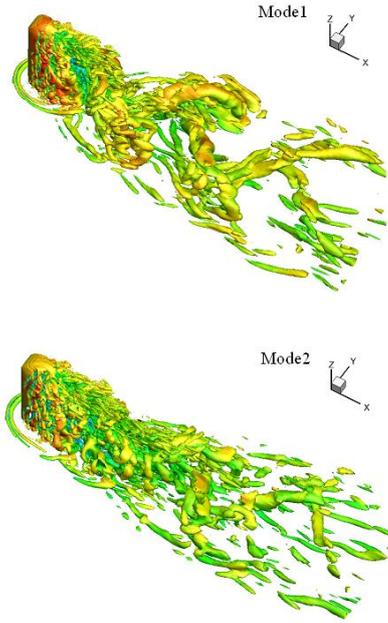


图 9 两种典型流动状态, $Q^*=0.07$

图 9 给出了 Mode1 和 Mode2 两种典型状态下对应的以 Q 准则^[11]表示的瞬态尾流结构。其中 Q 的定义如(4-1)~(4-3)式所示:

$$Q = 0.5 \cdot (r_{ij}r_{ij} - s_{ij}s_{ij}) \quad (4-1)$$

$$r_{ij} = 0.5(\partial u_i / \partial x_j - \partial u_j / \partial x_i) \quad (4-2)$$

$$s_{ij} = 0.5(\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) \quad (4-3)$$

图 9 中给出的两种典型状态下的尾流结构即有相似点又有显著的区别。首先, 柱体侧面的展向涡始终与自由端剪切流所形成的涡是联系在一起的。也就是说, 对有限长正方形棱柱, 柱体两侧剪切流与自由端剪切流始终构成一封闭的“拱门形”结构, 这与 Wang 和 Zhou^[1]以及 Kawai 等人^[2]通过 PIV 试验所得到的结论是一致的。随着向下游的发展, Mode1 和 Mode2 所对应的尾流结构展现出了显著的区别。对于 Mode1, 尾流中形成了交错排列的较大尺度的涡结构, 类似于二维柱体尾流中的

Kármán 涡街。但由于尾流的三维性, 有限长柱体尾流结构更为复杂。而对于 Mode2, 尾流中并没有周期性的涡结构出现。随着向下游的发展, 如图 9 中 Mode2 所示, 尾流中涡结构有逐渐向交错排列转变的趋势, 但其强度远小于 Mode1。

为进一步阐明 Mode1 和 Mode2 所对应尾流状态的区别, 图 10 给出了 $z^*=2.5$ 的水平截面内两典型状态的尾流结构。在图 10 中可以清晰的看到柱体侧面剪切流上 K-H 涡的轨迹, 已用白色虚线表示出。对于 Mode1, K-H 涡在柱体下游迅速卷起, 并形成了较大尺度的涡团。这些涡团向下游发展, 形成了交错排列的涡街, 这一行为非常类似于二维柱体尾流特性。在这种大尺度涡团的作用下, 柱体所受升力会出现较大幅度的波动。而对于 Mode2, 虽然两侧剪切流上的 K-H 涡仍非常清晰, 但它们没有卷起并形成更大尺度的涡团, 此时尾流宽度明显小于 Mode1 对应的情况。

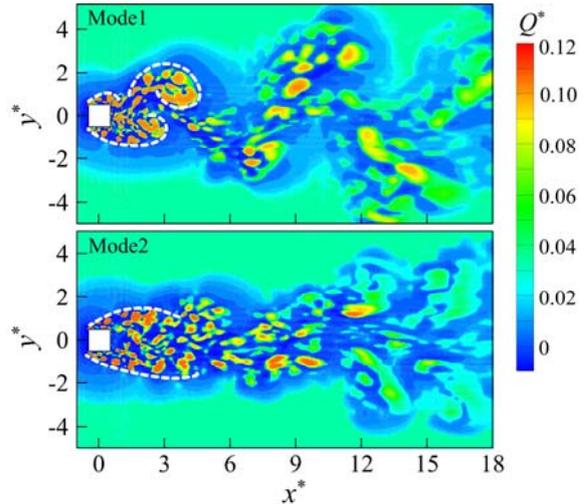


图 10 $z^*=2.5$ 水平截面内两种典型状态的尾流结构

2 结 论

在 $Re_d = 3900$ 下, 对 $H/d = 5$ 的有限长正方形棱柱绕流进行了大涡模拟。通过其结果可得到以下主要结论:

- (1) 在自由端下扫流的作用下, 有限长柱体尾流具有明显的三维性。对于 $H/d = 5$ 的柱体, 在边界层厚度可忽略的情况下, 下扫流会影响尾流的大部分区域。
- (2) 有限长柱体所受到的升力与阻力随时间的变化规律有两种主要形态, Mode1 是升力具有显著的周期性并有较大幅度的

波动, 此时所对应的阻力较大; **Mode2** 是升力没有明显的周期性, 此时所对应的阻力较小。这两种状态交替出现, 有明显的间歇性。

- (3) 柱体两侧剪切流与自由端剪切流构成了一个封闭的拱门形结构。随着向下游的发展, 柱体尾流会出现两种典型状态, 分别与 **Mode1** 和 **Mode2** 对应。对于 **Mode1**, 柱体侧面剪切流上的 K-H 涡迅速卷起并形成更大尺度的涡团, 尾流中会出现类似 Kármán 涡街的交错排列的涡团。对于 **Mode2**, 侧面剪切流上的 K-H 涡不能卷起并形成大尺度涡团, 整个尾流没有周期性的涡街出现。

参考文献

- 1 Wang HF, Zhou Y. The finite-length square cylinder near wake. *J. Fluid Mech.* 2009, 638: 453-490
- 2 Bourgeois JA, Sattari P, Martinuzzi RJ. Alternating half-loop shedding in the turbulent wake of a finite surface-mounted square cylinder with a thin boundary layer. *Phys. Fluids*, 2011, 23: 095101
- 3 Sattari P, Bourgeois JA, Martinuzzi RJ. On the vortex dynamics in the wake of a finite surface-mounted square cylinder. *Exp. Fluids*, 2012, 52(5): 1149-1167.
- 4 Kawai H, Okuda Y, Ohashi M. Near wake structure behind a 3D square prism with the aspect ratio of 2.7 in a shallow boundary layer flow. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 2012, 104-106: 196-202
- 5 Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations. *Mon. Weather Rev.* 1963, 91: 99-165
- 6 Krajnovic S, Davidson L. Large eddy simulation of the flow around a bluff body. *AIAA J.* 2002, 40(5): 927-936
- 7 Pattenden RJ, Bressloff NW, Turnock SR, Zhang X. Unsteady simulations of the flow around a short surface-mounted cylinder. *Int. J. Numerical Methods in Fluids* 2007, 53: 895-914
- 8 Okajima A. Strouhal numbers of rectangular cylinders. *J. Fluid Mech.* 1982, 123: 379-398
- 9 Wang HF, Zhou Y, Chan CK, Lam KS. Effects of initial conditions on interaction between a boundary and a wall-mounted finite-length-cylinder wake. *Phys. Fluids*, 2006, 18: 065106
- 10 SAha AK, Biswas G, Muralidhar K. Three dimensional study of flow past a square cylinder at low Reynolds number. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2003, 24: 54-66
- 11 Hunt JCR, Wray AA, Moin P. Eddies, stream and convergence zones in turbulent flow. Center for Turbulence Research Report No. CTR-S88, p.193, 1988

BISTABLE PHENOMENON OF THE FLOW AROUND A FINITE-LENGTH SQUARE PRISM

WANG Hanfeng^{1,2} XU Mengxia¹

(1 School of Civil Engineering, Central South University, 22# South Shaoshan Avenue, Changsha 410075, China)

(2 National Engineering Laboratory for High-Speed Railway Construction, 22# South Shaoshan Avenue, Changsha, 410075, China)

Abstract The flow around a finite-length square prism was numerical investigated using LES. The aspect ratio of the prism is 5. The prism is mounted on a flat wall, with one end free. The thickness of the boundary layer on the flat wall is negligible. The Reynolds number based on free-stream oncoming velocity and prism width is 3900. Based on the simulation results, it is found that the near wake is highly three dimensional under the effects of free-end downwash flow. The shear layers from prism side walls and free end form an arch-type structure. There are two typical flow statuses presence in the near wake: first, the spanwise vortices are staggered arranged similar to that in 2D cylinder wake; second, the spanwise vortices are quasi-symmetrically arranged. These two typical statuses occur alternately, which affects the aerodynamic forces on the prism. When the first flow status occurs, the pressure on the prism side surface fluctuates periodically, corresponding to large values of drag and fluctuating lift coefficients; when the second flow status occurs, there is no obvious pressure fluctuation on prism side surfaces, and the correspond drag and fluctuation life coefficients are significantly smaller than those for the first status.

Key words finite-length bluff body, wake, bistable phenomenon, aerodynamic force, LES