



CSTAM 2012-B03-0066

**大尺度固立透空圆环柱的绕射  
波浪力及波浪渗流力**

**许潇楠，黄华，翁禹来，林柏桓，曾昭銮**

**中山大学工学院应用力学与工程系**

**第七届全国流体力学学术会议**

**2012年11月12—14日 广西·桂林**

# 大尺度固立透空圆环柱的绕射 波浪力及波浪渗流力<sup>1)</sup>

许潇楠<sup>2)</sup>, 黄华<sup>2)</sup>, 翁禹来, 林柏桓, 曾昭銮

(中山大学工学院应用力学与工程系, 广东广州 510275)

**摘要** 本文基于 Airy 波浪理论和 Biot 渗流固结理论, 应用特征函数法分别推导了固立于可渗透弹性海床上透空圆环墩柱的绕射波浪压力及由波浪所致海床内渗流压力的数学解, 并据此对墩柱所受绕射波浪力与力矩以及渗流浮托力与倾覆力矩进行实算和分析。结果表明, 浮托力和倾覆力矩与波浪直接作用在一定条件下具有相同量级。圆柱外表面的透空性将明显减弱直接的波浪载荷, 而对波浪所致渗流倾覆力矩也有一定程度的减弱。当透空系数达到一定取值时, 透空系数变化对最大波浪载荷和最大渗流载荷的影响明显趋弱, 说明结构表面的透空应适度控制。此外, 圆环墩柱内外柱半径对比对波浪作用有不同程度的影响, 存在优化取值, 以使墩柱达到减载和稳定的双重效果。

**关键词** 波浪绕射; 波浪渗流力; 透空结构; 海床

## 引言

大尺度墩柱作为离岸海工建筑的支承结构得到广泛的应用。在海洋中, 这种结构通常会引起波浪的绕射, 从而产生作用于结构物的波浪力和力矩。另一方面, 波浪的作用将在海底下的海床表面上产生往复的波浪水压力, 从而促使海床中土体内的超静孔隙水压上升乃至液化, 形成海床内渗流压力场。因此, 对于固立墩柱, 除考虑绕射波浪的直接作用外, 对应特定的海底基础条件, 一般还需考虑海底下孔隙海床中由绕射波浪引起的对结构底部的渗流作用力<sup>[1]</sup>。在假设土体介质不变形和孔隙水不可压, 渗流为达西流的条件下, Durand 和 Monkmeyer<sup>[2]</sup>在 1980 年首先给出了无限厚度海床情况下的渗流压力分布的解析解。邱大洪和庄严<sup>[3]</sup>基于有限元方法给出了在波浪场作用下海底三维渗流对海上重力式建筑物的作用荷载。孙昭晨和邱大洪<sup>[4]</sup>基于 Biot 固结理论, 考虑了土介质弹性变形和孔隙流体的压缩性, 给出了圆墩柱下有限深度海床波浪渗流压力解析解。近年来有关研究表明, 在结构表面布孔可以有效改变绕射波浪的作用机制, 结构的可渗

透性可以减少波浪对结构散射现象的复杂性, 进而导致对波浪的一定吸收作用, 从而降低波浪对结构的总体荷载。这改变了以往的波浪渗流作用分析仅仅针对密实墩柱结构的情况, 当透空结构固立于可渗透海底上时, 结构的透空性将引起波浪绕射场的改变, 进而引起渗流压力场乃至渗流浮托力和渗流倾覆力矩的变化, 对这种变化的研究是透空结构设计时的必要步骤。Williams 等<sup>[5-6]</sup>在 2000 年利用线性波势理论, 研究了底部固定而侧面透空的圆柱及柱群绕射问题, 其结果表明结构物的透空性对降低波浪对结构物作用有明显作用。考虑到在可渗透海底上使用透空结构必须兼顾结构的减载功能和良好的稳定性, 全透空圆柱可能由于建筑材料强度不足而难以应用到工程实际, 因此在墩柱设计上采用中间密实而外部透空的圆环墩柱体将成为满足工程实际需要的一种选择。

本文应用特征函数法, 通过对波浪场和渗流场分别进行分区解析解法, 推导了圆环透空墩柱的一阶绕射波浪场的波势和压力分布解, 并给出了对应的海床内绕射波浪引起的渗流压力分布解, 据此给出了作用于圆环墩柱底

1) 基金资助项目: 广东省大学生创新实验项目 (1055812055)

2) Email: hsn.hsu@gmail.com; tsyh1982@163.com

部的渗流浮托力和渗流倾覆力矩的解析算式，并进行了实算和分析，结果有效反映了结构透空系数、绕射参数、圆环内外柱半径比等各种影响系数变化对波浪力或渗流力的影响趋势。结果表明在可渗海床上固立的海工结构仍可通

过表面透空来减弱波浪作用。就支撑结构而言，采用外侧表面透空而内侧表面密实的圆环墩柱可以达到稳定、减弱和省料的多重效应。

## 1 绕射波浪场求解

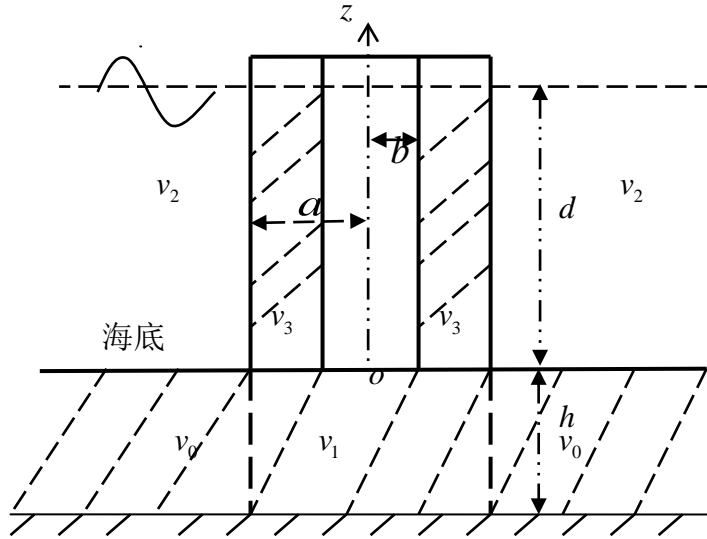


图1 直立于可渗透海床上的透空圆环墩柱

对固立于可渗透海底上的透空直立圆筒（外层透空、内层密实）所涉及波浪场进行分

区，同时对其对应的渗流场进行分区（如图1示），其波浪场对应的边值问题提法为

$$\Phi = \text{Re}(\varphi) = \text{Re}[\varphi_1 e^{-i\omega t}],$$

$$\nabla^2 \varphi_1 = \nabla^2 (\varphi_{1i} + \varphi_{1s}) = 0 \quad (v_2 + v_3) \quad (1)$$

$$g \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} - \omega^2 \varphi_1 = 0 \quad (z = h) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = \frac{\partial \varphi_{1i}}{\partial z} = \frac{\partial \varphi_{1s}}{\partial z} = 0 \quad (z = 0) \quad (3)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{1/2} \left( \frac{\partial \varphi_{1s}}{\partial r} - ik \varphi_{1s} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varphi_1^{(2)}}{\partial r} = \frac{\partial \varphi_1^{(3)}}{\partial r} = i \frac{\gamma}{\mu} \rho \omega (\varphi_1^{(3)} - \varphi_1^{(2)}) \quad (r = a),$$

$$\frac{\partial \varphi_1^{(3)}}{\partial r} = 0 \quad (r = b) \quad (5)$$

其中  $\Phi$  为第一阶波总势、 $\varphi_i$  及  $\varphi_s$  分别为一阶入射波势与散射波势分量， $\varphi^{(2)} \sim \varphi^{(3)}$  分别

代表柱外、柱内流域波势； $\rho$ 、 $\gamma$  及  $\mu$  分别为流体密度、具有长度量纲的材料系数及流体粘性系数。应用线性波理论，可得：

$$\varphi^{(2)} = -\frac{igH}{2\omega} \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \sum_{n=0}^{\infty} [\beta_n J_n(kr) + A_n^{(2)} H_n^{(1)}(kr)] \cos n\theta$$

$$\varphi^{(3)} = -\frac{igH}{2\omega} \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \sum_{n=0}^{\infty} B_n^{(3)} [J_n(kr) + \frac{J_n'(kb)}{H_n^{(1)'}(kb)} H_n^{(1)}(kr)] \cos n\theta \quad (6)$$

其中

$$A_n^{(2)} = \frac{iG_0 \beta_n \left[ \frac{D_n J_n'(ka)}{C_n} - J_n(ka) \right] - \beta_n J_n'(ka)}{H_n^{(1)'}(ka) + iG_0 \left[ H_n^{(1)} - \frac{D_n H_n^{(1)'}(ka)}{C_n} \right]}$$

$$B_n^{(3)} = \frac{\beta_n J_n'(ka) + A_n^{(2)} H_n^{(1)'}(ka)}{J_n'(ka) - \frac{J_n'(kb)}{H_n^{(1)'}(kb)} H_n^{(1)'}(ka)} \quad (7)$$

式中  $G_0 = \frac{\gamma\rho\omega}{\mu k}$  为渗透效应参数, 且有

$$C_n = J_n'(ka) - \frac{J_n'(kb)}{H_n^{(1)'}(kb)} H_n^{(1)'}(ka),$$

$$D_n = J_n(ka) - \frac{J_n(kb)}{H_n^{(1)}(kb)} H_n^{(1)}(ka)$$

进一步可以给出圆环柱径向表面所受总水平波浪力  $F_h$  和力矩  $M_h$  分别为:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{ha} = \text{Re}(F_{1a}), F_{1a} = -\int_0^d dz \int_0^{2\pi} p_a a \cos \theta d\theta \\ \quad = \int_0^d dz \int_0^{2\pi} \rho \frac{\partial(\varphi^{(2)} - \varphi^{(3)})}{\partial t} \Big|_{r=a} a \cos \theta d\theta \\ F_{hb} = \text{Re}(F_{1b}), F_{1b} = -\int_0^d dz \int_0^{2\pi} p_b b \cos \theta d\theta \\ \quad = \int_0^d dz \int_0^{2\pi} \rho \frac{\partial \varphi^{(3)}}{\partial t} \Big|_{r=b} b \cos \theta d\theta \\ F_h = F_{ha} + F_{hb} = \text{Re}(F_{1a} + F_{1b}) \\ M_{ha} = \text{Re}(M_{1a}), M_{1a} = -\int_0^d z dz \int_0^{2\pi} p_a a \cos \theta d\theta \\ \quad = \frac{d}{2} F_{1a} \\ M_{hb} = \text{Re}(M_{1b}), M_{1b} = -\int_0^d z dz \int_0^{2\pi} p_b b \cos \theta d\theta \\ \quad = \frac{d}{2} F_{1b} \\ M_h = M_{ha} + M_{hb} = \text{Re}(M_{1a} + M_{1b}) \end{array} \right. \quad (8)$$

## 2 波浪渗流压力场求解及渗流力计算

如图 1 所示, 将海床内的渗流场划分为  $v_1$  和  $v_0$  内外两个区域。设  $p_w$  为波浪引起的海底上的动水压力, 应有  $p_w = p_i + p_s$ , 其中  $p_i$  和  $p_s$  分别对应入射波和绕射波之波压, 且有

$$p_i = -\rho \left( \frac{\partial \phi_i}{\partial t} \right)_{z=0} = \frac{Hg\rho}{2 \cosh kd} e^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n J_n(kr) \cos n\theta \quad (9)$$

$$p_s = -\rho \left( \frac{\partial \phi_s}{\partial t} \right)_{z=0} = \frac{Hg\rho}{2 \cosh kd} e^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(2)} H_n^{(1)}(kr) \cos n\theta \quad (10)$$

再设海床内渗流场区域  $v_2$  中所对应的由入射波、绕射波所引起的波浪渗流压力分别为  $p_i^{(0)}$  和  $p_s^{(0)}$ , 总波浪渗流压力为  $p^{(0)}$  ( $p^{(0)} = p_i^{(0)} + p_s^{(0)}$ ), 而区域  $v_1$  中为  $p^{(1)}$ , 则各波浪渗流压力场所对应的边值问题可表达为:

$$\nabla^2 p_i^{(0)} = C_s \frac{\partial p_i^{(0)}}{\partial t}, \quad \nabla^2 p_s^{(0)} = C_s \frac{\partial p_s^{(0)}}{\partial t},$$

$$\nabla^2 p^{(1)} = C_s \frac{\partial p^{(1)}}{\partial t} \quad (11)$$

$$p_i^{(0)} = p_i, \quad p_s^{(0)} = p_s \quad (z=0, r > a),$$

$$\frac{\partial p^{(1)}}{\partial z} = 0 \quad (z = -h) \quad (12)$$

$$\frac{\partial p_i^{(0)}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial p_s^{(0)}}{\partial z} = 0 \quad (z = -h) \quad (13)$$

$$\frac{\partial p^{(1)}}{\partial z} = 0 \quad (z=0, r < a) \quad (14)$$

其中, 式(12)、(15)为孔隙水压的控制方程;  $C_s$  为影响多孔介质海洋土变形的综合特性系数, 其算式为:

$$C_s = \frac{\rho g}{k_s} (n_0 \beta_f + \frac{1}{G} \frac{1-2\nu}{2-2\nu}) \quad (15)$$

式中,  $k_s$  为渗透系数;  $\beta_f$  为孔隙流体的压缩系数;  $n_0$  为海床的孔隙率;  $G$ 、 $\nu$  分别为海床土介质的剪切模量和泊松比。分别求解  $p_i^{(0)}$ 、 $p_s^{(0)}$  和  $p^{(1)}$ , 可得:

$$p_i^{(0)} = \frac{Hg\rho e^{-i\omega t}}{2 \cosh kd} \frac{\cosh k_1(z+h)}{\cosh k_1 h} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n J_n(kr) \cos n\theta \quad (16)$$

$$p_s^{(0)} = \left( \frac{Hg\rho}{2 \cosh kd} e^{-i\omega t} \right) \left[ \frac{\cosh k_1(z+h)}{\cosh k_1 h} \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(2)} H_n^{(1)}(kr) \cos n\theta \right. \\ \left. + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm} H_n^{(1)}(k_{2m}r) \sin\left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi z}{h} \cos n\theta \right] \quad (17)$$

$$p^{(1)} = \frac{Hg\rho e^{-i\omega t}}{2 \cosh kd} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{nm} J_n(k_{3m}r) \cos \frac{m\pi z}{h} \cos n\theta \quad (C_s \neq 0) \quad (18)$$

$$p^{(1)} = \frac{Hg\rho e^{-i\omega t}}{2 \cosh kd} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ B_{n0} \left( \frac{r}{a} \right)^n + \right. \\ \left. + \sum_{m=1}^{\infty} 2B_{nm} \frac{I_n\left(\frac{m\pi r}{h}\right)}{I_n\left(\frac{m\pi a}{h}\right)} \cos \frac{m\pi z}{h} \right] \cos n\theta \quad (C_s = 0) \quad (19)$$

式中,  $A_{nm}$  与  $B_{nm}$  为待定系数;

$$k_1 = \sqrt{k^2 - i\omega C_s};$$

$$k_{2m} = \sqrt{i\omega C_s - (m + \frac{1}{2})^2 (\frac{\pi}{h})^2};$$

$$k_{3m} = \sqrt{i\omega C_s - (\frac{m\pi}{h})^2}.$$

设圆柱底面上所受渗流波浪浮托力和关于 y 轴的倾覆力矩分别为

$$F_v = \text{Re}(F) \text{ 及 } M_v = \text{Re}(M)$$

则有

$$F = \int_0^a \int_0^{2\pi} p^{(1)}|_{z=0} r dr d\theta$$

$$M = \int_0^a \int_0^{2\pi} p^{(1)}|_{z=0} r^2 \cos \theta dr d\theta \quad (20)$$

### 3 算例与分析

实算中, 首先对所算最大波浪力和波浪力矩及浮托力和倾覆力矩分别按因子  $\rho g \pi (H/2)a^2$  和  $\rho g \pi (H/2)a^3$  进行无量纲化。为方便计, 假设海床不变形及孔隙水不可压, 即取  $C_s = 0$ 。

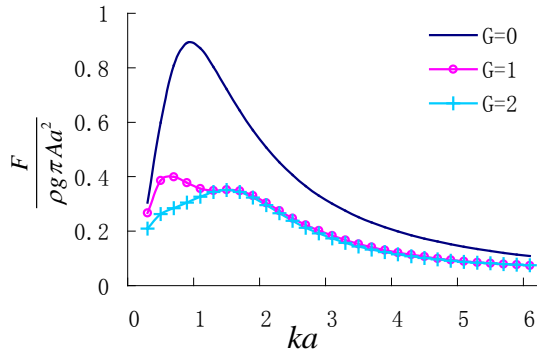


图2 最大无量纲波浪力  
( $d/a=0.75; h/a=1; b/a=0.5$ )

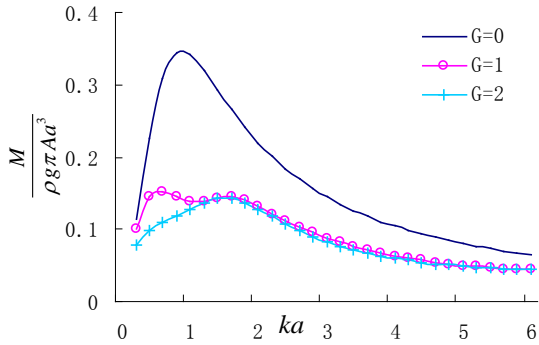


图3 最大无量纲波浪力矩  
( $d/a=0.75; h/a=1; b/a=0.5$ )

图2和图3表明, 与密实圆柱 ( $G=0$ ) 相比, 圆环柱表面透空对波浪的直接作用有明显降低效应。但当透空系数达到一定值时, 透空系数的变化对波浪力影响甚微, 这说明结构表面适度透空即可。透空圆环墩柱所受最大水平波浪力 (矩) 随  $ka$  呈现出先增后减的趋势。

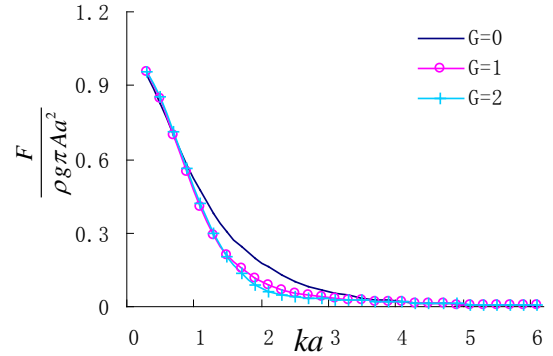


图4 最大无量纲浮托力  
( $d/a=0.75; h/a=1; b/a=0.5$ )

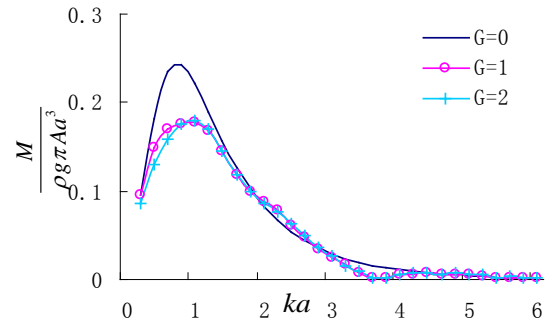


图5 最大无量纲倾覆力矩  
( $d/a=0.75; h/a=1; b/a=0.5$ )

图4和图5表明, 圆柱表面透空, 在一定  $ka$  取值范围内对浮托力和倾覆力矩具有一定的减弱作用, 其中对直接影响到结构稳定性的倾覆力矩的减弱效应更趋明显, 说明结构透空不会导致负面的渗流作用影响, 虽然结构透空对渗流力的减弱效应一般低于对水平波浪力的减弱效应。

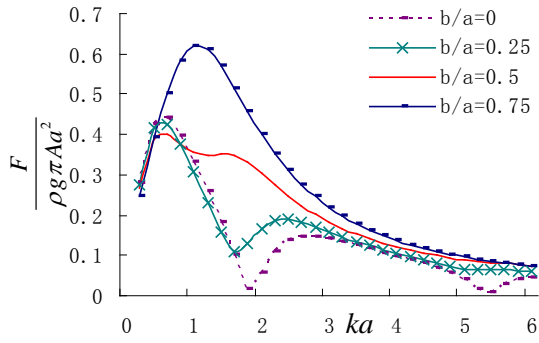


图6 最大无量纲水平波浪力  
( $d/a=0.75; h/a=1; G=1$ )

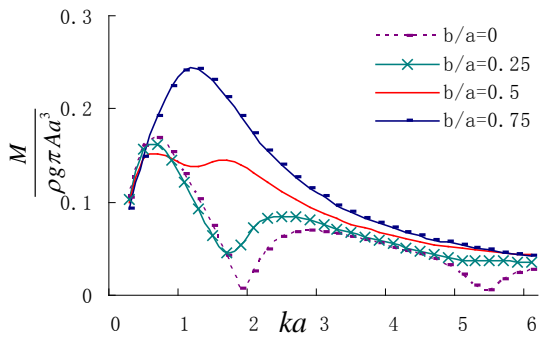


图7 最大无量纲波浪力矩  
( $d/a=0.75; h/a=1; G=1$ )

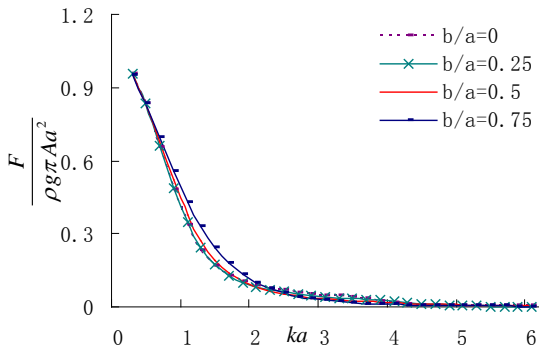


图8 最大无量纲浮托力  
( $d/a=0.75; h/a=1; G=1$ )

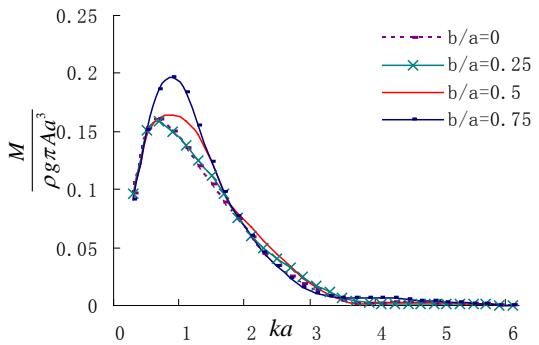


图9 最大无量纲倾覆力矩  
( $d/a=0.75; h/a=1; G=1$ )

图6、图7、图8、图9表明，随着圆环墩柱内外柱半径比  $b/a$  的增大（透空内域缩小），墩柱的最大水平波浪力（矩）、浮托力和倾覆力矩，在  $ka$  一定取值范围内呈增大趋势。半径比对渗流作用的减弱效应与绕射波浪作用相似，只是前者的变化幅度要相对小一些。不过，随着半径比的不断减小，波浪力和渗流力的减小效应均明显趋弱，说明半径比可以进行适度取值，以达到墩柱减载和相对稳定的双重效果。

将图6与图8及图7与图9比较可知，由波浪引起的渗流场所产生的浮托力和倾覆力矩与波浪场直接产生的水平波浪力（矩）在一定  $ka$  范围内具有相同量级，说明对于可渗透海床上的大尺度固立海工结构物，除须估算绕射波浪对其的直接作用外，对波浪渗流力，特别是渗流倾覆力矩对固立结构底部的作用千万不可小视，在实际工程的设计中必须将此作为一个重要的考虑因素。

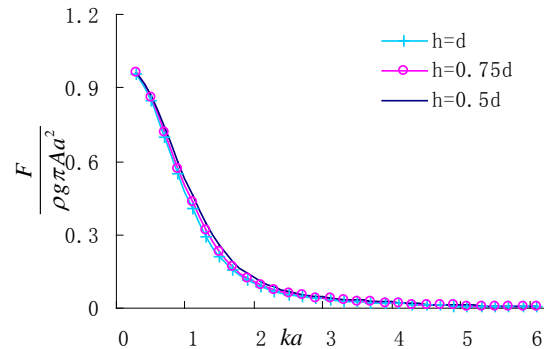


图10 最大无量纲浮托力  
( $b/a=0.5; h/a=1; G=1$ )

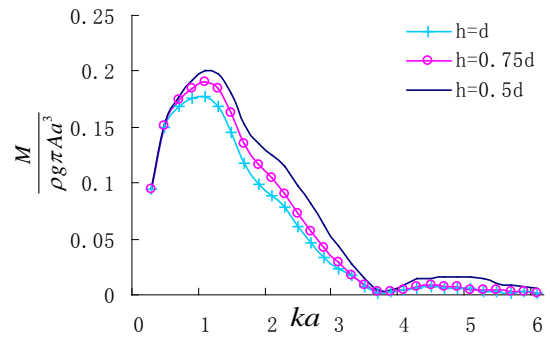


图11 最大无量纲倾覆力矩  
( $b/a=0.5; h/a=1; G=1$ )

图 10 和图 11 表明, 在假定水深一定得条件下, 随着海床厚度的增大, 浮托力有微弱的减小, 而倾覆力矩在  $ka$  一定取值范围内有较为明显的减弱。

### 参考文献

- 1 邱大洪. 波浪渗流力学[M]. 北京:国防工业出版社, 2006:193-203
- 2 Durand T J P, Monkmeyer P L. Wave-induced seepage effects on a vertical cylinder [J]. Proceeding of Coastal Engineering, 1980:1781~1798.
- 3 庄严, 邱大洪. 海上重力式建筑物基底的渗压荷载[J]. 海洋学报, 1987 (2): 239-254.  
ZhuangYan, Qiu Dahong. Seepage load on the bottom of a gravity structure [J]. Acta Oceanologica Sinica, 1987 (2): 239-254. (in Chinese)
- 4 孙昭晨, 邱大洪. 作用于可渗可压缩海床上的墩柱底面上的波浪力[J]. 海洋学报, 1989(3):364-371.  
Sun Zhaochen, Qiu Dahong. Wave-induced seepage force on porous elastic seabed under a pier [J]. Acta Oceanologica Sinica, 1989(3):364-371. (in Chinese)
- 5 Williams A N, Li W., K.-H. Wang. Water wave interaction with a floating porous cylinder [J]. Ocean Engineering, 2000, 27(1): 1-28.
- 6 Williams A N, Li W. Water wave interaction with an array of bottom-mounted surface-piercing porous cylinders [J]. Ocean Engineering, 2000, 27(8):841-866

## WAVE-INDUCED DIFFRACTED WAVE FORCES AND WAVE SEEPAGE FORCES ON LARGE SCALE POROUS VERTICAL CIRCULAR CYLINDER

XU Xiaonan HUANG Hua WENG Yulai LIN Bohuan ZENG Zaoluan  
(Dept. of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou, 510275, China)

**Abstract** Based on Airy wave theory and Biot consolidation theory, mathematical solutions to the diffracted wave pressure and wave-induced wave seepage pressure on the vertical porous circular cylinder which rests on porous elastic seabed are derived by applying the eigenfunction expansion method, and then the direct wave force and moment and wave-induced uplift force and overturn moment on the circular cylinder are correspondingly calculated and analyzed. The results show that the order of the magnitude of wave-induced uplift force and overturn moment may be the same with the direct wave loads, which warns us that wave seepage pressure cannot be neglected in engineering practice. Permeability of the cylinder surface will weaken the direct wave effects on cylinder obviously, and decrease the seepage overturn moment on the bottom of cylinder but to a minor extent. When permeable parameter increases to a certain extent, its effect on both the direct wave loads and seepage loads significantly reduce, indicating that permeability of the cylinder surface should be appropriate. Furthermore, the ratio of the cylinder's inside diameter to outside diameter has different degree of effect on wave loads and seepage loads, which exists an optimized choice to lead to both diminishing wave loads and ensuring stability of circular cylinder.

**Key words** wave diffraction, wave-induced seepage forces, porous structure, seabed