

## 基于 Multi-kernel 和 KRR 的数据还原算法

刘 剑<sup>1,2</sup>, 龚志恒<sup>1</sup>, 吴成东<sup>2</sup>

(1. 沈阳建筑大学 信息与控制工程学院, 沈阳 110168; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

**摘要:** 由于数据被核化后不能还原, 使核方法的应用受到局限. 对此, 提出一种基于 Multi-kernel 和 KRR 的数据还原算法. 首先, 通过同类数据中已知数据进行多次核化迭代, 使已知数据在超高维欧氏空间中呈线性; 然后, 利用已知数据对同类未知数据进行线性表示, 并以 Kernel ridge regression (KRR) 算法进行未知数据的回归; 最后实现数据还原. 选取 Iris flower 和 JAFFE 两类数据集进行还原实验, 实验结果表明, 所提出的算法可以有效地还原未知数据, 而且在其他领域的应用也有较好的效果.

**关键词:** 多核; 数据还原; 核岭回归; 迭代; 超高维欧氏空间

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## Data reconstruction algorithm based on Multi-kernel and KRR

LIU Jian<sup>1,2</sup>, GONG Zhi-heng<sup>1</sup>, WU Cheng-dong<sup>2</sup>

(1. College of Information and Control Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China; 2. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: LIU Jian, E-mail: jianliu10@163.com)

**Abstract:** The kernel methods are limited because the data of transformation can not be restored. For its characteristics of problem, a method based on Multi-kernel and Kernel ridge regression(KRR) is proposed. Firstly, the given data of homogeneous data is iterated by the kernel, and given data will express linearly in the ultra high-dimensional Euclidean space. Then, the unknown data can be linearly denoted by the given data. Thereafter, the unknown data can be regressed according to the KRR algorithm. Finally, the data reduction can be achieved. The two classes of data sets are selected as the experimental data. The results show that the proposed method has a great effect to restore unknown data, and it can be applied to other fields.

**Key words:** Multi-kernel; data reduction; KRR; iteration; ultra high-dimensional Euclidean space

## 0 引 言

近年来, 核方法在模式识别领域得到了广泛的应用, 与经典线性算法相结合产生的核化算法, 如核主成分分析(KPCA)<sup>[1]</sup>、核 Fisher 判别(KFD)<sup>[2]</sup>、支持向量机(SVM)<sup>[3]</sup>等, 可以回避“维数灾难”, 从而有效地解决非线性分类问题. 核化算法的本质是使用核变换时, 巧妙地回避了计算核化数据点  $\varphi(x)$ . 传统的核方法采用单一核进行核变换, 由于  $\varphi(x)$  未知, 造成了使用核方法后, 超高维欧氏空间的数据点无法回归到低维欧氏空间, 使得核方法的应用主要局限于数据分类, 大大影响了其应用领域.

为了克服单一核所带来的局限性, 近年来面对特定的任务, Gehler 等<sup>[4]</sup>用多个基本核来构造优化核

函数; Bennett 等<sup>[5]</sup>结合 Boost 算法实现了多种基本核的复合; Lanckriet 等<sup>[6]</sup>利用多核的组合来构造核函数, 将优化目标核转化为求解二次规划问题; Xiong 等<sup>[7]</sup>采用迭代的方法进行目标核函数的优化; Chen 等<sup>[8]</sup>提出以兼容的内核对独立数据的核函数进行优化; 王峰等<sup>[9]</sup>利用双核复合找到了最优的目标核以改进传统的分类算法.

Lamrini 等<sup>[10]</sup>提出了自组织映射下的数据还原算法; Chen 等<sup>[11]</sup>提出了在谱图像中使用数据还原. 上述算法主要通过对数据进行统计和变换, 分析数据的规律性, 从而对目标数据进行有效的还原. 此类方法存在计算量较大, 数据本身的特有属性无法较好地利用, 复杂数据的适用性较弱等问题.

收稿日期: 2013-02-23; 修回日期: 2013-05-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61272253); 国家住建部科技计划项目(2010-K9-22).

作者简介: 刘剑(1963-), 女, 教授, 博士, 从事视觉图像识别、智能控制等研究; 吴成东(1960-), 男, 教授, 博士生导师, 从事图像智能处理、机器人智能导航等研究.

Kernel ridge regression (KRR)<sup>[12-16]</sup>算法利用核方法可使非线性数据实现回归. 本文针对传统方法存在的问题, 利用多核复合的算法与 KRR 算法的优势, 提出一种 Multi-kernel 和 KRR 的数据还原算法. 通过多核的迭代使数据关联性达到最优, 应用 KRR 算法使目标数据进行最小损失的回归, 降低了计算复杂度, 对于复杂数据具有较强的适用能力. 通过分析 Iris flower 数据集验证了算法的还原能力, 利用 JAFFE 数据集实现了算法在其他领域的应用.

## 1 Kernel ridge regression

Kernel ridge regression (KRR) 是对岭回归的一种扩展算法. 岭回归是线性最小二乘回归的惩罚形式, 其最小化代价函数为

$$L(W) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|y_i - W^T x_i\|_F^2 + \lambda \|W\|_F^2. \quad (1)$$

其中:  $\lambda$  是确定的正则化参数,  $\|\cdot\|_F$  表示 Frobenius 规范, 而  $W \in R^{p \times d}$ .

假设存在一个矩阵  $X \in R^{n \times p}$ , 其中  $X$  的每一行都是与矩阵  $Y \in R^{n \times d}$  有关联的输出值, 并满足代价函数  $L(W)$  具有最小值, 则表示为

$$\arg \min L(W) = (X^T X + \lambda I_p)^{-1} X^T Y, \quad (2)$$

其中  $I_p$  是  $p \times p$  的恒等矩阵.

设  $f(x) = W^T x$  为线性回归函数, 通过使用核变换可以将此方法进行扩展, 进而可处理非线性问题, 于是回归函数可重新表示为

$$f(x) = Y^T (K + \lambda I_n)^{-1} k(x). \quad (3)$$

其中:  $x$  是输入向量;  $K \in R^{n \times n}$  是训练数据的 Gram 矩阵, Gram 矩阵是由  $K_{ij} = k(x_i, x_j)$  构成的, 而  $k(\cdot, \cdot)$  是一个 Mercer 核;  $k(x) = (k(x, x_1), k(x, x_2), \dots, k(x, x_n))^T$ .

本文使用如下高斯核函数 (RBF) 和多项式核函数:

$$k_\sigma(x, x_i) = \exp\left(-\frac{\|x - x_i\|_2^2}{2\sigma^2}\right), \quad (4)$$

$$k(x, x_i) = (uxx_i + 1)^d. \quad (5)$$

其中:  $\sigma$  是高斯核函数的核参数,  $u$  和  $d$  是多项式核函数的核参数,  $\|\cdot\|_F$  表示欧氏距离. 当选定了参数后, 可以实现上述模型.

## 2 本文算法

### 2.1 Double-kernel 已知数据回归法

**定义 1**  $s$  是一个包含  $M$  个点的  $N$  维欧氏空间,  $x_i = (a_1^i, a_2^i, \dots, a_N^i)^T$  和  $x_j = (a_1^j, a_2^j, \dots, a_N^j)^T$  是空间中的任意 2 个点,  $\varphi(x_i)$  和  $\varphi(x_j)$  是  $x_i, x_j$  的核化点,  $S$  是  $\varphi(x_i)$  和  $\varphi(x_j)$  所在的高维欧氏空间. 由式

(3) 对回归函数进行改进, 可得

$$f(\varphi(x)) = Y^T (K + \lambda I_n)^{-1} k(\varphi(x)). \quad (6)$$

其中:  $Y^T$  是  $s$  中  $M$  个点的集合矩阵,  $K$  是  $\varphi(x_i)$  和  $\varphi(x_j)$  的核变换矩阵,  $K(\varphi(x))$  是  $\varphi(x_i)$  和  $\varphi(x_j)$  的核变换向量.

**定义 2** 设  $k(\varphi(x), \varphi(x_i))$  的核函数为  $k(x, x_i) = (xx_i + 1)^d$  形式的多项式核函数,  $k(x, x_i)$  的核函数为  $k_\sigma(x, x_i) = \exp\left(-\frac{\|x - x_i\|_2^2}{2\sigma^2}\right)$  形式的高斯核函数, 可得

$$k(\varphi(x), \varphi(x_i)) = (\varphi(x)\varphi(x_i) + 1)^d, \quad (7)$$

$$\varphi(x)\varphi(x_i) = k(x, x_i) = \exp\left(-\frac{\|x - x_i\|_2^2}{2\sigma^2}\right), \quad (8)$$

$$k(\varphi(x), \varphi(x_i)) = \left(\exp\left(-\frac{\|x - x_i\|_2^2}{2\sigma^2}\right) + 1\right)^d, \quad (9)$$

$$K(\varphi(x_i), \varphi(x_j)) = \left(\exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|_2^2}{2\sigma^2}\right) + 1\right)^d. \quad (10)$$

通过以上分析, 使用 2 次核变换, 可以使  $S$  中的任意点映射到  $s$  中, 实现升维后又回归的过程.

### 2.2 Multi-kernel 未知数据还原法

**引理 1** 同类低维数据可以表征在一个欧氏空间中, 且总保持着邻近状态, 其分布状态不可预测, 但数据点与数据点之间的欧氏距离较小<sup>[17]</sup>.

**定理 1** 当数据经过多次升维后 (即多次迭代  $\varphi$  后), 低维数据在超高维欧氏空间中可呈现过原点的线性分布, 如图 1 所示.

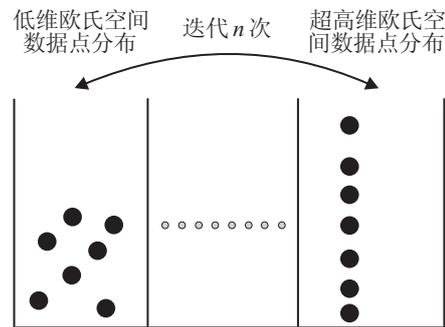


图 1 数据迭代升维过程

**证明** 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是低维欧氏空间的同类已知数据点, 经过  $n$  次迭代  $\varphi$  后, 任意一个数据点表示为  $\varphi_{n+1}(x_i) = \varphi_{n+1}(\overbrace{\dots \varphi_2(\varphi_1(x_i))}^n)$ , 且数据呈线性分布. 设  $w$  是超高维欧氏空间数据点的单位方向向量, 则  $\varphi_{n+1}(x_i) = a_i w$ ,  $\varphi_{n+1}(x_i)\varphi_{n+1}(x_j)$  可表示为

$$\varphi_{n+1}(x_i)\varphi_{n+1}(x_j) = a_i a_j \|w\|_2^2. \quad (11)$$

设  $k(x_i, x_j) = (ux_i x_j + 1)^d$  为迭代的核函数, 则  $\varphi_{n+1}(x_i)\varphi_{n+1}(x_j)$  可表示为

$$\varphi_{n+1}(x_i)\varphi_{n+1}(x_j) = \left( u_{n+1} \left( \overbrace{\cdots (u_2(u_1 x_i x_j + 1)^{d_1} + 1)^{d_2}}^n + 1 \right) \right)^{d_{n+1}}. \quad (12)$$

由式(11)和(12), 可得

$$a_i a_j \|\mathbf{w}\|_2^2 = \left( u_{n+1} \left( \overbrace{\cdots (u_2(u_1 x_i x_j + 1)^{d_1} + 1)^{d_2}}^n + 1 \right) \right)^{d_{n+1}}. \quad (13)$$

因  $\mathbf{w}$  是单位方向向量,  $\|\mathbf{w}\|_2^2 = 1$ , 故可得

$$a_i a_j = \left( u_{n+1} \left( \overbrace{\cdots (u_2(u_1 x_i x_j + 1)^{d_1} + 1)^{d_2}}^n + 1 \right) \right)^{d_{n+1}}. \quad (14)$$

由式(14)可知: 迭代次数  $n$  足够大时, 通过调整  $d_1, d_2, \dots, d_{n+1}$  与  $u_1, u_2, \dots, u_{n+1}$ , 数据点分布可以无限逼近线性.

当数据点在超高维欧氏空间中呈线性分布时, 任意一个数据点  $\varphi_{n+1}(x)$  都可由其他数据点线性表示.

设  $x$  是  $x_1, x_2, \dots, x_n$  同类未知数据,  $\varphi_{n+1}(x)$  是  $x$  在超高维欧氏空间的数据点, 则  $\varphi_{n+1}(x)$  可以由  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)$  线性表示, 通过 KRR 算法, 可以将  $\varphi_{n+1}(x)$  回归到低维欧氏空间.

综上可知, 已知数据点越逼近线性, 还原的数据越接近真实数据, 从而实现了未知数据的最小损失还原.

### 3 实验与分析

实验环境为: Inter (R) Core (TM) Duo-E7500 的 CPU, 内存 6 G 的 Linux 操作系统, 使用 Matlab 2012 进行编程. 采用 Iris flower 数据集和 Japanese female facial expression (JAFPE) 数据集, 在不同情况下对本文方法进行可行性的验证.

#### 3.1 已知数据回归实验

为验证 Double-kernel 回归法对数据回归的准确性, 本文利用 Matlab 随机生成的 10 组 5 维数据, 选用 2.1 节所述的多项式核函数作为回归核函数, 根据文献 [14] 中对 KRR 算法最优化调整参数  $\lambda$  的描述, 采用  $\lambda = 0.5$  的回归函数, 选取不同的调整参数  $\sigma$  的高斯核函数 (RBF) 进行数据的  $\varphi$  变换, 分别为 10, 50, 100, 150, 200; 然后将  $\varphi$  变换后的数据点回归到 5 维欧氏空间. 设原数据点与原点的欧氏距离为  $l_0$ , 回归后的数据点与原数据点的欧氏距离为  $l$ , 则误差表达式为  $\varepsilon = (l/l_0) \times 100\%$ . 设  $\varepsilon(\sigma)$  表示在不同  $\sigma$  下的误差, 回归数据与原数据的误差曲线如图 2 所示, 表 1 列出了部分实验结果.

表 1 和图 2 表明, 对于不同的  $\sigma$ , 只要选取适当的  $d$ , 数据回归误差一般在  $10^{-1}$  数量级. 其原因是数据

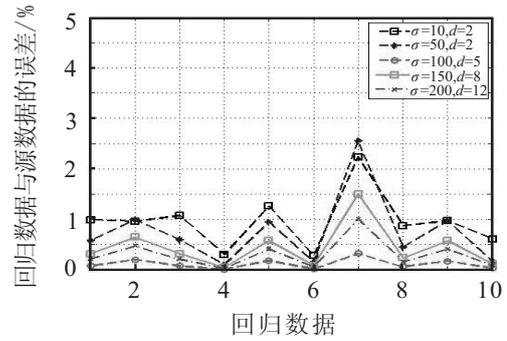


图 2 回归数据误差曲线

表 1 回归数据误差  $\varepsilon(\sigma)$  %

数据	$\sigma$				
	10 ( $d = 2$ )	50 ( $d = 2$ )	100 ( $d = 5$ )	150 ( $d = 8$ )	200 ( $d = 12$ )
1	0.989	0.577	0.079	0.311	0.21
2	0.961	0.989	0.202	0.649	0.474
3	1.071	0.598	0.076	0.315	0.21
4	0.304	0.1	0.01	0.044	0.028
5	1.26	0.946	0.18	0.575	0.414
6	0.278	0.154	0.018	0.08	0.052
7	2.236	2.55	0.324	1.505	1
8	0.877	0.446	0.065	0.237	0.162
9	0.972	0.970	0.17	0.573	0.403
10	0.611	0.166	0.034	0.114	0.085

进行核化后利用其本身的特点, 创造出一个再生核希尔伯特空间 (RKHS), 其等价于超高维欧氏空间, 将数据从低维欧氏空间平移到 RKHS 中. 空间中的任意两个点的内积通过核函数进行表示, 再利用双核复合进行核岭回归. 这一过程本质上是将数据从 RKHS 中平移回原低维欧氏空间中, 数据本身损失极小, 进而在期望的误差范围内实现较好的数据回归.

#### 3.2 未知数据还原实验

在数据还原实验中, 选用 Iris flower 数据集作为实验数据. Iris flower 数据集是由鸢尾属植物的 3 种单独的花的测量结果组成, 模式类别数为 3, 特征维数为 4, 每类各有 50 个模式样本, 共有 150 个样本.

对 3 个模式样本分别进行数据还原, 将每个模式样本的后 45 个数据作为已知数据, 前 5 个数据作为未知数据. 使用后 45 个数据, 通过 Multi-kernel 方法对 5 个未知数据进行还原. 在开始实验之前, 需进行参数的选择, 对于不同的样本, 迭代次数  $n$  不同, 迭代核函数的调整参数  $u$  和  $d$  也不同. 本文算法按照还原数据的误差最小化作为参数选择的准则, 在 Iris flower 数据集的数据还原实验中, 参数选取步骤如下.

Step 1: 利用 3.1 节中的已知数据回归实验, 将

每类模式样本中 45 个已知数据, 共 135 个已知数据进行数据回归实验, 确定参数  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $d_1$ 、 $d_2$  的值, 设定  $n = i$ , 初值取  $i = 2$ .

**Step 2:** 针对每类模式样本, 随机抽取 45 个已知数据中的 5 个作为参数选择的测试数据, 其余 40 个数据作为训练数据.

**Step 3:** 分别将每类模式样本中 40 个训练数据按类进行核化升维, 使其映射到同一个超高维欧氏空间, 利用每类模式样本中 5 个测试数据, 总共 15 个测试数据的还原误差最小化作为参数调整准则.

**Step 4:** 将参数  $u_{i+1}$ 、 $d_{i+1}$  的值设为任意值, 固定参数  $d_{i+1}$ , 调整参数  $u_{i+1}$ , 使还原后的 15 个测试数据平均误差最小, 此时出现第 1 次平均误差极小值.

**Step 5:** 固定参数  $u_{i+1}$ , 调整参数  $d_{i+1}$ , 使平均误差进一步减小, 直至出现第 2 次平均误差极小值, 此时得到的参数  $u_{i+1}$ 、 $d_{i+1}$ 、 $n$  为部分参数.

**Step 6:**  $i = i + 1$ , 重复 Step 2 ~ Step 5, 直至平均误差不再减小, 此时的参数为最佳参数.

按照上述方法, 可得  $u_1 \sim u_6$  分别为 1.2、1.1、1.3、1.2、1.1、1.3,  $d_1 \sim d_6$  分别为 2.1、2.0、1.9、1.8、2.1、2.2,  $n = 5$ . 由于  $u_1 \sim u_6$  与  $d_1 \sim d_6$  各值较为接近, 平均值表达为

$$u = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 u_i, d = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 d_i. \quad (15)$$

将  $u_i$ 、 $d_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n + 1$ ) 按式 (15) 进行替换, 得到的  $u = 1.2$ 、 $d = 2$ 、 $n = 5$  即为最佳实验参数. 将此参数下的实验结果作为还原数据, 如表 2 ~ 表 4 所示. 图 3 给出了数据还原实验的误差迭代结果.

实验结果表明: 针对数据维数较低的 3 个模式样本的数据, Multi-kernel 数据还原法均可对其进行有效的还原, 且与真实数据的误差较小.

表 2 第 1 类数据还原结果

真实数据	第 1 维	第 2 维	第 3 维	第 4 维
1	5.1	3.5	1.4	0.2
2	4.9	3	1.4	0.2
3	4.7	3.2	1.3	0.2
4	4.6	3.1	1.5	0.2
5	5	3.6	1.4	0.2
还原数据	第 1 维	第 2 维	第 3 维	第 4 维
1	5.0	3.424	1.467	0.242
2	4.87	3.12	1.44	0.226
3	4.81	3.24	1.36	0.223
4	4.65	3.17	1.45	0.224
5	5.04	3.51	1.425	0.226

表 3 第 2 类数据还原结果

真实数据	第 1 维	第 2 维	第 3 维	第 4 维
1	7	3.2	4.7	1.4
2	6.4	3.2	4.5	1.5
3	6.9	3.1	4.9	1.5
4	5.5	2.3	4	1.3
5	6.5	2.8	4.6	1.5
还原数据	第 1 维	第 2 维	第 3 维	第 4 维
1	6.876	3.133	4.74	1.46
2	6.354	3.124	4.537	1.477
3	6.81	3.075	4.824	1.521
4	5.526	2.401	3.891	1.224
5	6.437	2.838	4.615	1.473

表 4 第 3 类数据还原结果

真实数据	第 1 维	第 2 维	第 3 维	第 4 维
1	6.3	3.3	6	2.5
2	5.8	2.7	5.1	1.9
3	7.1	3	5.9	2.1
4	6.3	2.9	5.6	1.8
5	6.5	3	5.8	2.2
还原数据	第 1 维	第 2 维	第 3 维	第 4 维
1	6.38	3.275	5.922	2.452
2	5.831	2.708	5.078	1.914
3	7.087	3.126	5.932	2.085
4	6.336	2.878	5.564	1.832
5	6.536	3.012	5.763	2.178

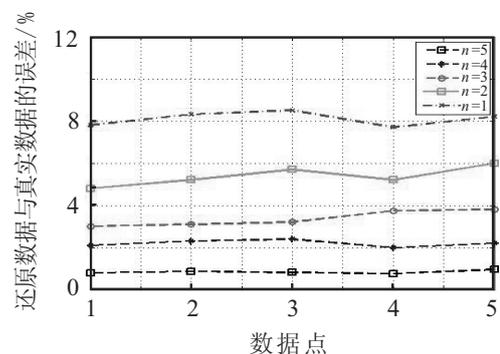


图 3 误差迭代曲线

由式 (14) 可知, 数据维数越高, 越需经过多次迭代才能找到严格满足式 (14) 的参数, 而 Iris flower 数据集中每个数据只有 4 维, 在超高维欧氏空间较易满足过原点的线性, 从而数据还原的误差将较小, 一般在  $10^{-2}$  数量级.

由图 3 可知, 随着迭代次数的增加, 还原数据与真实数据之间误差减小, 说明迭代次数越多, 数据在

超高维欧氏空间中越可能呈现完全线性, 当迭代达到5次时, 误差小于1%.

### 3.3 Multi-kernel 图像还原实验

为了进一步验证本文所提出的算法在图像处理中的实用性, 笔者使用国际通用的标准人脸表情数据集 Japanese female facial expression (JAFPE) 进行实验分析. JAFPE 数据集是由日本妇女的多种表情图像所组成, 模式类别数为10, 每类各有20个左右的模式样本, 图像尺寸  $256 \times 256$ , 总共有213个样本.

本文取其中5类的第1张表情图像作为未知数据(目标表情), 其余类内图像作为已知数据. 将图像转化为像素点数据向量, 再按照3.2节中参数选取的方法得到  $u = 1.4$ 、 $d = 6.2$ 、 $n = 32$  并作为实验参数. 在此参数下的还原数据作为最佳生成还原图像数据, 对其进行数据到图像的转化, 实验结果如图4和图5所示.



图4 实验原图



图5 实验还原图

由图5可知: 图像还原可以视为高维数据的还原, 其本质与还原 Iris flower 数据集相同. Multi-kernel 结合 KRR 算法应用于图像数据中, 将图像转变为数据后, 通过同类表情中已知表情的核化数据表示目标表情, 从而对其进行还原. 但还原图像仍存在局部模糊区域, 其原因是图像数据属于高维数据, 已知数据在超高维欧氏空间中较难满足过原点的线性, 通过调整参数  $u$  和  $d$ , 增加迭代次数  $n$ , 使其接近于线性, 从而降低还原图像与原图的误差, 获得较理想的效果.

### 3.4 比较实验

为体现本文算法的优越性, 在相同条件下, 随机重复抽取每类 Iris flower 数据中5个数据作为未知数据进行数据还原实验, 将本文算法与文献[10]和文献[11]所提出的算法加以比较, 所得结果如表5~表7所示.

实验结果表明: 本文算法对于各类数据都得到了良好的结果; 与文献[10]、文献[11]所提出的算法相比, 本文算法具有更小的实验误差, 从而可知本文算法更具有数据还原优势.

表5 Iris flower 第1类数据比较结果 %

实验数据	平均误差		
	本文算法	文献[10]算法	文献[11]算法
1	0.12	1.63	2.54
2	0.37	2.58	3.32
3	0.87	1.12	5.21
4	0.65	2.78	4.39
5	0.78	1.54	5.83

表6 Iris flower 第2类数据比较结果 %

实验数据	平均误差		
	本文算法	文献[10]算法	文献[11]算法
1	0.21	1.87	3.76
2	0.44	2.42	2.88
3	0.76	1.74	6.3
4	0.52	2.12	4.1
5	0.89	1.68	4.45

表7 Iris flower 第3类数据比较结果 %

实验数据	平均误差		
	本文算法	文献[10]算法	文献[11]算法
1	0.15	1.98	3.37
2	0.65	1.39	1.36
3	0.73	2.42	5.54
4	0.45	2.03	3.43
5	0.68	1.13	5.3

## 4 结论

本文对数据还原问题进行了深入研究, 结合 Multi-kernel 和 KRR 算法, 提出了一种全新的数据还原算法. 该算法首先对同类数据的已知数据进行多次核化迭代, 使其在超高维欧氏空间呈线性; 然后利用线性数据的特点, 对同类未知数据进行线性表示, 进而应用 KRR 算法对其进行数据回归, 实现了未知数据的还原.

大量实验结果表明: KRR 算法可以有效地解决数据核化后不可回归的问题, 这是本文算法得以实现的重要依据, 对优化核方法具有非常重要的意义. Iris flower 数据集所得到的还原数据准确度较高, 经多次迭代后与真实数据误差较小, 从而有效地验证了本文算法的可行性. 与文献[10]、文献[11]所提出的算法相比较, 表明了本文算法的优越性. JAFPE 数据集所得到的还原图像与真实图像相吻合, 为将本文算法应用于其他领域提供了重要的理论依据. 今后的工作是选取最优的多项式核函数, 进一步提高算法对高维数据的适用能力.

## 参考文献(References)

- [1] Chölkopf B, Mika S, Smola A, et al. Kernel PCA pattern reconstruction via approximation pre-images[C]. Proc of the Int Conf on Artificial Neural Networks. Skovde: IEEE Press, 1998: 147-152.
- [2] Baudat G, Anouar F. Generalized discriminant analysis using a kernel approach[J]. Neural Computation, 2000, 12(10): 2385-2404.
- [3] Cristianini N, Shawe-Taylor J. An introduction to support vector machines[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000: 77-92.
- [4] Gehler P V, Nowozin S. Infinite kernel learning[R]. Germany: Max Planck Institute for Biological Cybernetics, 2008.
- [5] Bennett K P, Momma M, Embrechts M J. MARK: A boosting algorithm for heterogeneous kernel models[C]. Proc of the 8th ACM SIGKDD Int Conf on Knowledge Discovery and Data Mining. Alberta: IEEE Press, 2002: 24-31.
- [6] Lanckriet G, Cristianini N, Bartlett P, et al. Learning the kernel matrix with semi-definite programming[J]. The J of Machine Learning Research, 2004, 5(1): 27-72.
- [7] Xiong H, Swamy M N S, Ahmad M O. Optimizing the kernel in the empirical feature space[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2005, 16(2): 460-474.
- [8] Chen B, Liu H W, Bao Z. Optimizing the data-dependent kernel under unified kernel optimization framework[J]. Pattern Recognition. 2008, 41(6): 2107-2119.
- [9] 王峰, 张鸿宾. 最优双核复合分类算法的构造[J]. 电子学报, 2012, 40(2): 260-265.  
(Wang F, Zhang H B. Optimal double-kernel combination method for classification[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(2): 260-265.)
- [10] Lamrini B, Lakhel E K, Le Lann M V, et al. Data validation and missing data reconstruction using self-organizing map for water treatment[J]. Neural Computing & Applications, 2011, 20(4): 575-588.
- [11] Chen Y H, Chen X H, Ji Y Q, et al. Research on system modeling and data reconstruction for spatial coding compressive spectral imaging[C]. Proc of SPIE-Optoelectronic Imaging and Multimedia Technology II. Beijing: SPIE Press, 2012, 8558: 855819.
- [12] Li Y, Jiang L, Li X L, et al. A QSAR model for predicting PBDEs toxicity established based on ridge regression[J]. Advanced Materials Research, 2013, 663: 922-925.
- [13] Wang F, Ding J L, Hu Z F. Induction motor speed-regulating control system based on nonlinear kernel ridge regression[C]. Proc of 7th Int Conf on Intelligent Computing. Zhengzhou: Springer Press, 2012: 658-663.
- [14] Kim N, Jeong Y S, Jeong M K, et al. Kernel ridge regression with lagged-dependent variable: Applications to prediction of internal bond strength in a medium density fiberboard process[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, 2012, 42(6): 1011-1020.
- [15] Douak F, Melgani F, Benoudjit N. Kernel ridge regression with active learning for wind speed prediction[J]. Applied Energy, 2013, 103: 328-340.
- [16] Orsenigo C, Vercellis C. Kernel ridge regression for out-of-sample mapping in supervised manifold learning[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(9): 7757-7762.
- [17] Roweis S T, Saul L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding[J]. Science, 2000, 290(5500): 2323-2326.

(责任编辑: 李君玲)