

Squeeze Film Damping Effect of the Micro Airflow in a MEMS Sealed Chamber *

LI Li-wei^{1*}, ZHU Rong², ZHOU Zhao-ying², REN Jian-xing¹

1. Energy Sources and Environment Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China;
2. Dept. of Precision Instruments and Mechanology, Tsinghua University, Beijing 100084, China

Abstract: The squeeze film damping effect between the air gap and the PZT actuator in a sealed chamber is analyzed. Both the gas damping effect and the Rayleigh-Ritz energy method are utilized to investigate the coupled effect between the micro airflow and its actuator. The air pressure distribution of the micro airflow is determined by solving the nondimensionalized and linerized isothermal compressible Reynolds' equation and combined with the sealed pressure boundary condition. The coupled model of piezoelectric-silicon film-micro airflow is derived according to the Rayleigh-Ritz energy method. By comparing the undetermined coefficient of the displacement function without micro airflow and the undetermined coefficient with micro airflow, the air damping factor is extracted. The influencing of micro airflow squeeze film damping on PZT actuator can be exhibited by such air damping factor. All the investigation provide theoretical foundation and control strategy for microfluid actuating.

Key words: MEMS; microfluid; micro actuator; squeeze-film air damping; Reynolds' equation; Rayleigh-Ritz energy method

EEACC:7230

MEMS 密闭腔内微气流的挤压膜阻尼效应研究 *

李丽伟^{1*}, 朱 荣², 周兆英², 任建兴¹

1. 上海电力学院 能环学院, 上海 200090;
2. 清华大学精密仪器与机械学系, 北京 100084

摘要: 针对 MEMS 密闭腔内微气流与压电驱动机构的耦合振动, 综合采用空气挤压膜阻尼效应和能量法进行理论分析。根据等温雷诺方程求解气体压力分布, 进而计算微气流挤压膜阻尼能, 将其代入能量方程, 与压电-硅膜的耦合动能、势能、压电电场能进行能量耦合, 将由能量方程确定的压电-硅膜-微气流耦合作用下的位移振形待定系数与无气流影响下的压电-硅膜耦合振动位移振形待定系数对比后, 找到了增加的阻尼项, 微气流对驱动结构振动位移的影响正是通过该阻尼项体现的。研究可为微流体的驱动及协调控制提供相关理论基础及控制策略。

关键词: 微机电系统; 微流体; 微驱动; 挤压膜阻尼; 雷诺方程; 能量法

中图分类号: TP212.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-1699(2008)11-1835-05

随着 MEMS 微加工工艺及相关技术的不断发展, 物体间距可以做得越来越小, 微米级、甚至纳米级的间隙已成为可能。当微间隙的厚度与该间隙中气体分子的平均自由程相当时, 这种阻尼就称为挤压膜阻尼^[1-2]。挤压膜阻尼气隙内的微流体受到挤压流动后会产生阻力, 可为器件提供阻尼, 进而改善

器件的动态特性。现代 MEMS 器件中, 如微泵、微阀、光开关、加速度计、微谐振器和压力传感器等广泛采用该有效挤压膜阻尼方式, 调节、控制微结构振动的幅频特性和品质因子等动力性能^[3-4]。

微间隙挤压膜阻尼的一般结构主要由两个相对运动的平行薄板组成, 在两薄板之间存在一个很小

基金项目: 上海市教委一般项目资助(kz-2006-09)

收稿日期: 2008-07-30 修改日期: 2008-09-19

的气体间隙。当薄板相对运动时,挤压两相对表面间的气体,从而产生阻尼力,气流将周期性地被压缩和膨胀^[5-6]。目前涉及微间隙挤压膜阻尼效应的 MEMS 器件可采用开放式腔体和密闭式腔体等形式,相关腔体结构主要包括驱动膜和微小气隙,因而实际振动是电-固-微气流的耦合作用。事实上,微小密闭腔内受挤压的气流会使结构的振动特性发生改变,随着尺寸的逐步减小将更加明显,这些都会影响到整个结构的谐振特性,掌握 MEMS 微腔体内电-固-微气流的耦合作用是实现微流体驱动和协调控制的关键。

1 分析方案

研究针对采用压电驱动的密闭腔微气流挤压膜阻尼结构,如图 1 所示,主要包括上腔硅振动圆膜和下腔固定基体,硅振动圆膜周边固支,并且与固定基体间存在微气流间隙。硅振动圆膜与压电膜片耦合形成驱动,在外加电场作用下沿 z 向振动以驱动微气流流动,同时也受到微气流的挤压膜阻尼作用。

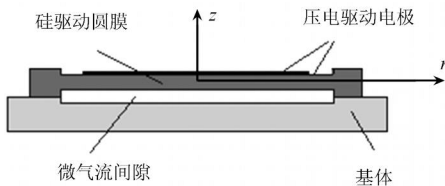


图 1 密闭腔微气流挤压膜阻尼结构简图

可见,驱动硅膜的振动不仅包括与压电场之间的耦合,更重要的是受到密闭腔内流动气体的作用,实际振动是压电-硅膜-微气流共同作用的耦合结构。为获得微气流驱动的协调控制策略,拟综合采用微间隙挤压膜阻尼理论、雷诺方程和 Rayleigh-Ritz 能量法对微气流与压电-硅膜驱动结构的耦合振动进行理论分析与建模。分析方案如图 2 所示。

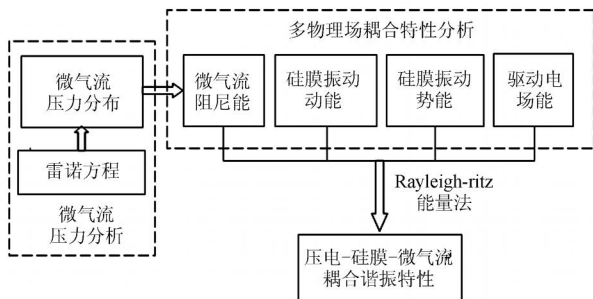


图 2 微气流与压电-硅膜振动耦合的分析方案

基于微间隙挤压膜阻尼效应,根据等温雷诺方程分析密闭腔内微气流的压力分布。进而由微气流压力分布计算微气流挤压膜阻尼能,再结合压电-硅膜耦合振动的动能、势能以及电场能,依据 Ray-

leigh-Ritz 能量法,对压电-硅膜-微气流耦合结构的谐振特性进行理论求解。

2 微气流的压力分布

为确定微气流的压力分布,不考虑流体惯性及膨胀应力,基于如下假设:(1)气体作用为理想气体;(2)由于间隙很小,因而在气隙内气体的流动可以认为是粘性起主要作用的层流及等温流;(3)振动膜为光滑表面,且气隙厚度远小于振动膜的尺寸;(4)气隙平均厚度为 D ,薄板间相对位移为 $d, d \ll D$;(5)气隙中任一位置的气体压力与密度关系可表示为: $p/\rho^n = \text{const}$, n 是取决于运动过程的常量,当气体为等温时, $n = 1$;(6)与法向速度梯度相比,径向及切向的速度梯度可以忽略。根据 Navier-Stokes 方程及连续方程可得到等温气体挤压膜压力分布的控制方程,即等温非线性雷诺方程^[7]:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 P \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(H^3 P \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \frac{\partial(PH)}{\partial T} \quad (1)$$

为简化分析,假设驱动硅膜进行的是微幅振动,所引起的气体压力变化也很小,引入压力 P 和挤压膜厚度 H 两个摄动参数,且 $\bar{H} = 1 + H, \bar{P} = 1 + P$,代入式(1)并忽略二阶及高阶项,则可得到线性化的雷诺方程^[8]:

$$\nabla^2 P - \frac{\partial P}{\partial T} = \frac{\partial H}{\partial T} \quad (2)$$

采用极平面坐标,拉普拉斯算子 ∇^2 :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

式中, $P = p/p_a, p$ 为挤压膜内气体压力,

p_a 为大气压力;

$H = h/h_0, h$ 为挤压膜厚度,

h_0 为挤压膜初始厚度;

$R = r/l, l$ 为振动圆膜半径;

$T = t, \omega$ 为受迫振动频率;

$\sigma = 12 l^2 / p a h_0^2$, 为薄膜挤压数 $p_a = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} (1 \text{ atm}), \mu$ 为空气粘度 $\mu = 1.79 \times 10^{-5} \text{ Pa}$ 。

考虑一阶轴对称模态,微流体压力分布与 θ 无关,于是由式(2)只需求解如下无量纲形式的等温线性化雷诺方程:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial R} - \frac{\partial P}{\partial T} = \frac{\partial H}{\partial T} \quad (3)$$

密闭腔受迫振动空气挤压膜及振动圆膜的边界条件为

$$\frac{\partial P(R, T)}{\partial R} \Big|_{R=1} = 0, H(R, T) \Big|_{R=1} = 0 \quad (4)$$

假设压力 $P(R, T) = (R) \phi(T)$, 挤压膜厚度

$H(R, T) = H(R) \phi(T)$, 对式(4) 进行分离变量可得

$$n^2(R) + \frac{1}{R} (R) - j^2 (R) = j^2 H(R) \quad (5)$$

$$\phi(T) - j\phi(T) = 0 \quad (6)$$

由式(6) 可解得时间变量

$$\phi(T) = e^{jT} \quad (7)$$

根据空气压力边界条件: $(R) /_{R=1} = 0$, 可得式(3) 的齐次方程解

$$(R) = J_0(\sqrt{j} R), n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

挤压空气膜与振动圆膜存在共同边界, 因此空气膜的厚度变化 $H(R)$ 可根据振动圆膜的位移函数来描述。

现假设挤压空气膜的厚度变化 $H(R)$ 为

$$H(R) = (1 - R^2)^2 \quad (9)$$

式中: 一空气膜厚度变化函数的待定系数。

(R) 的 Bessel 级数展开

$$(R) = C_0 + \sum_{n=1} C_n J_n(\sqrt{j} R) = C_0 + \sum_{n=1} C_n J_0(\sqrt{j} R) \quad (10)$$

将 $H(R)$ 展开成关于 (R) 的 Bessel 级数

$$H(R) = B_0 + \sum_{n=1} B_n J_n(\sqrt{j} R) = B_0 + \sum_{n=1} B_n J_0(\sqrt{j} R) \quad (11)$$

$$B_0 = \frac{1}{2} \int_0^1 H(R) R dR$$

将式(7), 式(10) 和式(11) 代入式(3), 可推得微气流的压力分布

$$P(R, T) = - \left[\sum_{n=1} \frac{j B_n}{n^2 + j} J_0(\sqrt{j} R) \right] e^{jT} \quad (12)$$

将薄膜挤压数 $\lambda = 12\mu l^2 / P_a h_0^2 =$ 以及 B_n 和 $J_0(\sqrt{j} R)$ 的有量纲形式代入式(12), 于是有量纲形式的微气流压力分布 $p(r)$ 为

$$p(r) = - \frac{2}{1 + \lambda} \sum_{n=1} \frac{b_n}{2} J_0(\sqrt{1 + \lambda} r) \quad (13)$$

式中, ω — 压电 - 硅膜 - 微气流耦合谐振频率。

3 微气流挤压膜阻尼与压电-硅膜驱动结构的耦合建模

3.1 压电与硅膜的耦合振动求解

为对比分析挤压膜阻尼效应对驱动结构谐振特性的影响, 首先考虑无微气流挤压膜阻尼影响下的压电与硅膜耦合振动特性, 如图 3 所示为压电与硅膜驱动结构的尺寸及坐标选取。

根据 Rayleigh-Ritz 能量法, 假定压电-硅膜振动的位移函数为 $w = (l^2 - r^2)^2$, 使其满足周边固支边界条件: $w(r) /_{r=l} = 0$, 且 $\frac{dw(r)}{dr} /_{r=l} = 0$, l 为硅

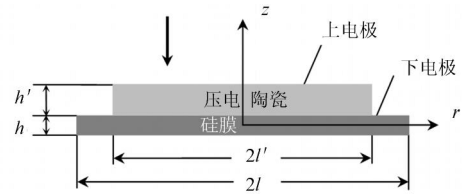


图 3 压电-硅膜耦合驱动结构尺寸及坐标选取

膜半径。通过选择适当的位移函数待定系数, 使得该耦合振动的总能量值 I 为最小, 则可确定压电 - 硅膜耦合振动的谐振频率及振形位移函数^[9], 即:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (14)$$

式中, I 为压电与硅膜耦合振动的总能量, 并且

$$I = T_{\max} - U_{S\max} - U_{E\max} \quad (15)$$

其中, T_{\max} 、 $U_{S\max}$ 、 $U_{E\max}$ 分别为压电 - 硅膜耦合结构的最大动能、最大势能和最大电场能, 分别依据下式计算:

$$T = T_{\text{host-Si}} + T_{\text{piezoe}} = \frac{1}{2} \int_0^d \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 d + \frac{1}{2} \int_0^d \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 d \quad (16)$$

$$U_S = U_{S \text{ host-Si}} + U_{S \text{ piezoe}} = \frac{1}{2} \int_0^d \left(\sum_{i=1}^6 \epsilon_i S_i \right) d + \frac{1}{2} \int_{j=1}^6 \left(T_j S_j \right) d \quad (17)$$

$$U_E = \frac{1}{2} \int_0^d E D d \quad (18)$$

将式(16)、(17) 及(18) 代入式(15), 可得总能量 I , 并将其代入式(14), 则可确定待定系数为:

$$= \frac{-12 P_4 V \int_0^l N_4(r) dr}{M} \quad (19)$$

式中, V — 施加于压电层上的电压;

$M, N_1(r), N_2(r), P_1, P_2, P_3, P_4$ — 简化标记符, 分别表示如下:

$$M = 16 P_1 \int_0^l N_1(r) r dr + 16 P_2 \int_0^l N_2(r) r dr + 64 P_3 \int_0^l N_3(r) r dr - h^2 \int_0^l N_4(r) r dr - h^2 \int_0^l N_5(r) r dr$$

并且, $N_1(r) = (3r^2 - l^2)^2 + (r^2 - l^2)^2 + 2\mu(r^2 - l^2)^2(3r^2 - l^2)^2$, $N_2(r) = (3r^2 - l^2)^2 + (r^2 - l^2)^2 + 2(S_{12}^D / S_{11}^D)(r^2 - l^2)^2(3r^2 - l^2)^2$, $N_3(r) = (2r^2 - l^2)^2$, $N_4(r) = (r^2 - l^2)^4$, $N_5(r) = 2r^2 - l^2$

$$P_1 = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}, P_2 = \frac{2h^3 S_{11}^D}{3}, P_3 = \frac{h^2 d_{31}}{33h}, P_4 = -\frac{h^2(h+h) d_{31}^2}{2 \frac{T}{33}}$$

于是相应的压电-硅膜耦合振动振形位移函数为:

$$w = \frac{12(l^2 - r^2)^2 P_4 V \int_0^l N_4(r) dr}{M} \quad (20)$$

3.2 压电-硅膜与微气流的耦合振动求解

当考虑微气流挤压膜阻尼影响时,压电-硅膜-微气流耦合振动的总能量 I 为

$$I = I - U_{Fdmax} \quad (21)$$

式中, U_{Fdmax} - 微气流挤压膜阻尼能, 结合式(13)的微气流压力挤压膜阻尼能可由下式计算:

$$U_{Fd} = \int_0^l \int_0^2 p(r) w e^{j t} r dr \quad (22)$$

压电-硅膜-微气流耦合结构的位移函数取与挤压膜厚度变化相同的形式, 即:

$$= (l^2 - r^2)^2 \quad (23)$$

同理, 根据 Rayleigh-Ritz 能量法, 对于周边固支边界条件, 可通过选择适当的位移函数待定系数, 使得压电-硅膜-微气流耦合结构的总能量 I 为最小, 来确定该耦合振动的谐振频率及振形位移函数, 即:

$$\frac{\partial I}{\partial} = 0 \quad (24)$$

将式(15)及(22)代入式(21), 可得总能量 I , 并将其代入式(24), 可确定待定系数 为:

$$= \frac{-12 P_4 V \int_0^l N_4(r) dr}{M - \frac{P_6}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} \int_0^l N_6(r) r dr} \quad (25)$$

式中, $P_6, N_6, b_1, N_6(r)$ — 简化标记符, 分别表示如下:

$$P_6 = 2 b_1, \quad = 12\mu \int_0^l \int_0^2 P_4 h_0^2 =$$

$$b_1 = \frac{\int_0^l (l^2 - r^2)^2 J_0(\sqrt{1} r) r dr}{\int_0^l J_0^2(\sqrt{1} r) r dr}$$

$$N_6(r) = J_0(\sqrt{1} r) w(r) = (1 - \frac{1}{4} l^2) (l^2 - r^2)^2。$$

于是相应的压电-硅膜-微气流耦合振形位移函数为:

$$w = \frac{-12(l^2 - r^2)^2 P_4 V \int_0^l N_4(r) dr}{M - \frac{P_6}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} \int_0^l N_6(r) r dr} \quad (26)$$

4 分析与讨论

通过寻找表征挤压膜阻尼及其影响的相应表达式可分析微气流对压电-硅膜耦合振动的影响。对

比基于前面推导获得的无微气流及有微气流影响的位移振形函数待定系数 和 , 确定影响压电驱动结构振动特性的微气流挤压膜阻尼项。

为便于分析, 将由式(19)及式(25)所获得两个振动位移函数待定系数同时再列出:

1) 无微气流影响的振动位移函数待定系数

$$= \frac{q_3 \int_0^l N_3 r dr}{M}$$

2) 有微气流影响的位移振形待定系数

$$= \frac{-12 P_4 V \int_0^l N_4(r) dr}{M - \frac{P_6}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} \int_0^l N_6(r) r dr}$$

经比较分析可知, 的表达式 比的表达式中增加了一项, 即:

$$\frac{P_6}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} \int_0^l N_6(r) r dr \quad (27)$$

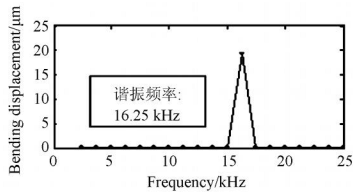
微气流挤压膜阻尼正是通过该阻尼项对振动位移产生影响的, 通过改变和调整这一阻尼项可以有效调节和控制 MEMS 微腔体内的电-固-微气流耦合作用, 从而为微气流的驱动及协调控制提供相关理论基础及控制策略。

为分析微气流挤压膜阻尼项对耦合结构谐振频率的影响, 针对压电材料为 PZT5A、以纯硅为弹性振动膜的压电-硅膜驱动结构, 基于式(20)及式(26)计算获得了无微气流和有微气流影响两种情况下的振幅与频率关系曲线, 如图 4 所示。计算中涉及的压电片及硅膜的材料和几何参数见表 1。另外该计算中的挤压膜厚度 H 取为 $30 \mu\text{m}$ 。

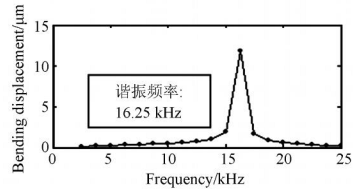
表 1 压电片及硅膜的材料和几何参数

| 参数 | 量纲 | PZT5A | Si |
|----------------|-------------------------------------|-------|------|
| 密度 | kg / m ³ | 7730 | 2.4 |
| 弹性模量 | 10 ⁹ Pa | | 160 |
| 泊松比 | | | 0.22 |
| 半径 l | mm | 3 | |
| 半径 l | mm | | 5 |
| 厚度 h | mm | 0.1 | |
| 厚度 h | mm | | 0.1 |
| S_{11}^D | 10 ⁻¹² m ² /N | 14.07 | |
| S_{12}^D | 10 ⁻¹² m ² /N | -7.53 | |
| g_{31} | 10 ⁻³ V/N | -11.3 | |
| $\frac{T}{33}$ | 10 ⁻⁹ F/m | 0.145 | |

由图 4 所示的振幅与频率关系曲线可以看出, 无微气流影响和有微气流影响两种情况下的谐振频率都是 16.25 kHz, 谐振频率没有因微气流阻尼的介入发生明显改变。



(a) 无微气流阻尼影响



(b) 有微气流阻尼影响

图 4 无微气流和有微气流两种情况下的压电-硅膜振幅与频率关系

基于实验获得的压电与硅膜耦合驱动的振幅-频率关系如图 5 所示,该压电与硅膜耦合振动的谐振频率实验测试结果为 17 kHz,与相应的理论计算结果基本相符,表明该理论分析是正确的。但两者的振幅存在一定偏差,理论计算的振幅大于实际测试的振幅,可能的原因是理论建模过程中,忽略了某些摩擦耗散能等能量,因而引起偏差。

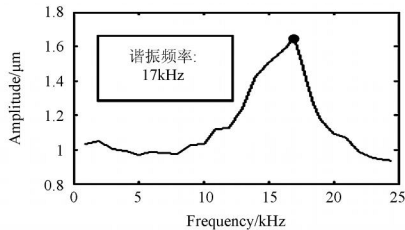


图 5 基于实验获得的压电与硅膜振幅-频率关系

由式(27)的微气流挤压膜阻尼项表达式可推知,挤压膜厚度亦即微腔体深度对整个结构的耦合振动位移存在影响。为分析该影响规律,对于 5 μm ~ 30 μm 之间的微腔体深度(挤压膜厚度)计算了相应的耦合振幅,压电-硅膜-微气流耦合振幅随微腔体深度的变化曲线如图 6 所示。由图可见,微气流的挤压膜阻尼效应随着腔体深度的减小而变得更加剧烈。

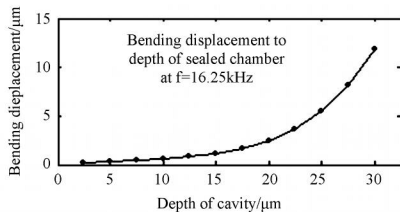


图 6 压电-硅膜-微气流耦合结构的振幅-微腔体深度关系

5 结论

采用等温雷诺方程和能量法分析了密闭腔内微

气流挤压膜阻尼对压电弹性耦合振动特性的影响。通过对比有气流影响的位移振形待定系数与无气流影响的位移振形待定系数,确定了对振动位移产生影响的微气流挤压膜阻尼项,通过改变和调整这一阻尼项可以有效调节和控制 MEMS 微腔体内的电-固-微气流耦合作用,从而为微气流的驱动及协调控制提供相关理论基础及控制策略。其中根据微气流挤压膜阻尼项,可推知微气流的挤压膜阻尼效应随着腔体深度的减小而变得更加剧烈。以基于理论模型进行的实例计算结果表明,谐振频率没有因微气流阻尼的介入发生明显改变。

参考文献:

- [1] Minikes A, Bucher I. Coupled Dynamics of a Squeeze-Film Levitated Mass and a Vibrating Piezoelectric Disc: Numerical Analysis and Experimental Study[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 263:241-268.
- [2] Sanni S A. Unsteady Squeeze Film Between Rectangular Plates[J]. Wear, 1997, 213: 98-102.
- [3] Hao Z L, Clark R, Hammer J, et al. Modeling Air-Damping Effect in a Bulk Micromachined 2D Tilt Mirror[J]. Sensor and Actuator, 2002, 102:42-48.
- [4] 高嵘,王小静,张效翔等. 计入空气阻尼的 MEMS 微谐振器非线性动力学研究[J]. 传感技术学报, 2006, 19(5):1354-1357.
- [5] Lin J R. Squeeze Film Characteristics Between a Sphere and a Flat Plate: Couple Stress Fluid Model[J]. Computers and Structures, 2000, 75: 73-80.
- [6] Hutcherson S, Ye W. On the Squeeze-Film Damping of Micro-Resonators in the Free-Molecule Regime[J]. Micromechanics and Microengineering, 2004, 14: 1726-1733.
- [7] Langlois W E. Isothermal Squeeze Films[J]. Appl Math, 1962, 131-150.
- [8] Pan F X, Kubby J, Peeters E, et al. Squeeze Film Damping Effect on the Dynamic Response of a MEMS Torsion Mirror[J]. Micromech Microeng, 1998, (8):200-208.
- [9] Liu P K, Sun L N, Zhu Y H. Analysis of Piezoelectric Bimorph Actuator for in-Pipe Micro Robot[J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2002, 24(2):111-115.



李丽伟(1968-),女,副教授,硕士生导师,主要从事 MEMS、微机械相关技术的研究,liliwei@shiep.edu.cn