

# 空间机械臂捕获卫星过程的碰撞动力学模拟及镇定运动的鲁棒控制

董楸煌\*, 陈力

(福州大学 机械工程及自动化学院, 福州 350108)

**摘要:**讨论了漂浮基空间机械臂捕获未知运动目标卫星的接触碰撞动力学建模和接触碰撞后系统镇定运动的控制问题。利用第二类拉格朗日方法和牛顿-欧拉法分别建立了接触碰撞前漂浮基空间机械臂和目标卫星两分体系统的动力学模型;以此为基础借助于空间机械臂与目标卫星接触点间的运动几何关系、力传递关系,计算了接触碰撞所产生的影响效应;捕获卫星后,联立空间机械臂与卫星接触碰撞前的动力学模型,建立了接触碰撞后两系统组合体动力学模型;并设计了增广鲁棒控制算法,以对受碰撞冲击后处于不稳定的组合体系统进行镇定运动控制。上述控制方法能应用于空间机械臂载体位置不受控情况,并能使组合体系统控制方程关于卫星不确定参数呈线性化关系。最后,利用数值仿真模拟捕获过程系统运动状态,验证了上述鲁棒控制镇定运动的效果。

**关键词:**漂浮基空间机械臂;卫星捕获;接触碰撞动力学;镇定运动;鲁棒控制

**中图分类号:** TP241; O313.4      **文献标志码:** A      doi:10.7511/jslx201403006

## 1 引言

作为航天领域的关键技术,空间机械臂相关理论及技术的研究已得到研究人员的广泛关注<sup>[1-6]</sup>。然而值得注意的是,目前已有的研究工作主要是针对空间机械臂日常操作任务所涉及的相关运动学轨迹规划<sup>[7]</sup>、动力学轨迹跟踪控制<sup>[8]</sup>等问题进行的,即非接触碰撞问题。实际上空间机械臂的主要任务指标之一,就是具有捕获外太空在轨自由运动目标卫星的操作能力。在该项外太空任务操作过程,空间机械臂末端抓手与目标卫星间必然会发生接触碰撞,并由此产生空间机械臂系统与目标卫星之间原有动量、动量矩的相互传递。这将造成接触碰撞后,空间机械臂与目标卫星组合体运动状态发生显著变化,即空间机械臂载体位置、姿态和机械臂关节角的不稳定运动变化,载体姿态不稳定会影响系统信号通信及引起储备的液体燃料晃动等问题,而机械臂关节角的不稳定运动则有可能造成系统关节铰结构损坏。因此,对空间机械臂捕获目标卫星过程的接触碰撞动力学特性进行研究不仅可

以分析碰撞冲击对系统运动状态的影响,而且,通过上述分析结果可以为接触碰撞后空间机械臂系统的下一步操作提供理论参考。空间机械臂捕获运动目标卫星过程的接触碰撞是复杂的多体系统碰撞动力学问题,该捕获过程的接触碰撞大致可以分为三个阶段:空间机械臂与目标卫星接触碰撞前阶段、接触碰撞持续阶段以及接触碰撞后两者合为一体阶段。

由于漂浮基空间机械臂的独特系统动力学性质,涉及捕获目标卫星过程相关问题研究的难度较大,关于接触碰撞的动力学研究较少。Yoshida<sup>[9]</sup>提出扩展惯性张量的概念,并利用此概念来考虑碰撞冲击力方向和空间机械臂对应运动状态变化之间的关系,从而得出对空间机械臂冲击影响最小的碰撞冲击力方向;但并未对接触碰撞后空间机械臂系统的控制进行研究。Yoshikawa<sup>[10]</sup>结合空间机械臂关节刚度及空间机械臂与目标卫星的碰撞动力学理论,建立了空间机械臂与目标卫星组合体系统的弹簧阻尼系统模型,并利用拉普拉斯变换方法评估了碰撞过程空间机械臂运动状态对碰撞力的响应情况,可是该方法不利于计算机进行动力学数值分析计算。

本文分析、讨论了空间机械臂捕获运动目标卫星过程的相关运动学及动力学问题,并评估、计算了碰撞冲击过程对接触碰撞后组合体系统运动的

收稿日期:2013-01-04;修改稿收到日期:2013-06-18.

基金项目:国家自然科学基金(11072061,10672040);福建省自然科学基金(2010J01003)资助项目.

作者简介:董楸煌\*(1985-),男,博士生;  
陈力(1961-),男,博士,教授  
(E-mail: dongqiu Huang@163.com).

影响效应,最后设计了接触碰撞后空间机械臂与目标卫星组合体系统镇定运动的鲁棒控制算法,以消除捕获操作过程碰撞冲击对组合体系统运动的影响,以保持系统运动状态的稳定。

## 2 运动学分析

研究平面运动情况下自由漂浮空间机械臂在轨捕获自由运动目标卫星操作过程,如图1所示。空间机械臂由自由漂浮载体  $B_0$  及两个刚性连杆  $B_1$  和  $B_2$  组成,被捕获的自由运动目标卫星为在同平面内运动的一分体  $B_3$ ;并假设空间机械臂及运动目标卫星均由刚体结构组成。 $m_i (i=0,1,2,3)$  为各刚体的质量,  $J_i (i=0,1,2,3)$  为各刚体的中心转动惯量。

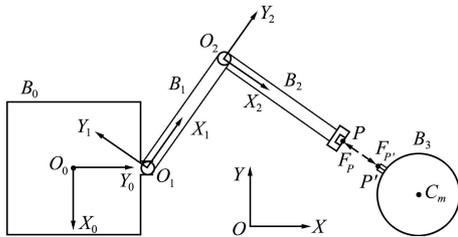


图1 漂浮基空间机械臂及目标卫星结构图  
Fig.1 Structure of floating base space manipulator and target satellite

建立平动的惯性坐标系 ( $O$ - $XY$ ) 及各分体的主轴连体坐标系 ( $O_i$ - $X_i Y_i$ ) ( $i=0,1,2$ ), 其中  $O_0$  为载体质心,  $O_1$  和  $O_2$  为两机械臂关节铰中心,  $C_m$  为目标卫星的质心;并设  $O_0$  到  $O_1$  的距离为  $l_0$ ,  $l_i (i=1,2)$  分别为两机械臂连杆的长度,  $l_3$  为目标卫星质心  $C_m$  到  $P'$  的距离,  $P'$  为捕获过程中目标卫星上与空间机械臂末端爪手  $P$  的接触点。

根据系统运动几何关系,容易得到空间机械臂末端爪手  $P$  在惯性坐标系中的速度与载体及关节铰速度间存在如下运动学关系:

$$\mathbf{V}_p = \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} \quad (1)$$

式中  $\mathbf{V}_p = [\dot{x}_p \quad \dot{y}_p \quad \dot{q}_p]^T \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  表示空间机械臂末端爪手  $P$  在惯性坐标系下的线速度和角速度,  $\mathbf{q} = [x_0 \quad y_0 \quad \alpha \quad \theta_1 \quad \theta_2]^T \in \mathbf{R}^{5 \times 1}$  表示空间机械臂的载体位置、姿态及两个连杆的相对转角,即空间机械臂的广义坐标,  $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbf{R}^{5 \times 1}$  表示其对时间的导数,  $\mathbf{J} \in \mathbf{R}^{3 \times 5}$  为空间机械臂的运动 Jacobian 矩阵。

假设目标卫星与空间机械臂末端爪手  $P$  接触点  $P'$  的速度为  $\mathbf{V}_{p'} = [\dot{x}_{p'} \quad \dot{y}_{p'} \quad \dot{q}_{p'}]^T \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ ; 其中,  $\dot{x}_{p'}$ ,  $\dot{y}_{p'}$  和  $\dot{q}_{p'}$  分别表示接触点  $P'$  相对于惯性

坐标系的线速度和目标卫星的角速度,则可类似得到目标卫星的运动学方程:

$$\mathbf{V}_{p'} = \mathbf{J}_{p'} \dot{\boldsymbol{\phi}} \quad (2)$$

式中  $\boldsymbol{\phi} = [x_{cm} \quad y_{cm} \quad \beta]^T \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  的各个元素分别为目标卫星质心  $C_m$  相对于惯性坐标系的位置坐标及目标卫星的姿态角,即目标卫星的广义坐标,  $\dot{\boldsymbol{\phi}} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  表示其对时间的导数,  $\mathbf{J}_{p'} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  同样表示目标卫星质心与接触点映射关系的运动 Jacobian 矩阵。

## 3 动力学方程

空间机械臂捕获目标卫星过程可大致分为连续三个阶段:空间机械臂与目标卫星接触碰撞前阶段、接触碰撞持续阶段以及接触碰撞后两者合为一组合体阶段。本文基于上述三个阶段,推导整个捕获过程的动力学方程。

### 3.1 接触碰撞前的动力学方程

接触碰撞前空间机械臂与目标卫星是两个独立的分体系统,需分别建立两个系统的动力学方程。针对图1所示载体位置不受控制的漂浮基空间机械臂系统,由第二类拉格朗日方程,可得到动力学方程:

$$\mathbf{D} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H} \dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}^T \mathbf{F}_p \quad (3)$$

式中  $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$  为对称正定的惯量矩阵,  $\mathbf{H} \dot{\mathbf{q}} \in \mathbf{R}^{5 \times 1}$  为包含科氏力、离心力的5阶列向量,  $\boldsymbol{\tau} = [f_x \quad f_y \quad \tau_0 \quad \tau_1 \quad \tau_2]^T \in \mathbf{R}^{5 \times 1}$  为载体位置、姿态及机械臂关节铰控制力和力矩列向量,  $\mathbf{F}_p = [F_{p_x} \quad F_{p_y} \quad M_p]^T \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  为捕获接触过程目标卫星反作用在机械臂末端爪手  $P$  上的作用力和作用力矩,  $\mathbf{J}^T$  为运动 Jacobian 矩阵  $\mathbf{J}$  的转置。

针对目标卫星单个刚体系统,根据牛顿-欧拉法建立动力学方程:

$$\mathbf{D}_t \dot{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{C}_t = \mathbf{J}_{p'}^T \mathbf{F}_{p'} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{D}_t = \text{diag}(m_3, m_3, J_3) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为目标卫星的惯量矩阵,  $m_3$  和  $J_3$  定义如前,  $\mathbf{C}_t \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  同样为由目标卫星的科氏力、离心力组成的3阶列向量,  $\mathbf{F}_{p'}$  则为与前面  $\mathbf{F}_p$  相应的由机械臂末端爪手  $P$  作用在目标卫星上的作用力与力矩组成的3阶列向量。

### 3.2 接触碰撞持续阶段的动力学方程

空间机械臂在轨捕获目标卫星过程中,机械臂末端爪手  $P$  与目标卫星上捕获点  $P'$  的接触碰撞是无法避免的,其本质是空间机械臂分体与目标卫星分体间会发生动量、动量矩的相互转移。在此阶

段,存在作用力与反作用力关系:  $\mathbf{F}_{p'} = -\mathbf{F}_p$ , 将式(4)代入式(3)可得

$$\mathbf{D}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{J}^T(\mathbf{J}_{p'}^T)^{-1}(\mathbf{D}_i\ddot{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{C}_i) \quad (5)$$

假设空间机械臂在轨捕获目标卫星的接触碰撞过程所持续时间为  $\Delta t$ , 即此时段后空间机械臂末端爪手与目标卫星将合为一体。将式(5)两端对该过程持续时间  $\Delta t$  进行积分, 得

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} (\mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}\mathbf{q}) dt = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} [\boldsymbol{\tau} - \mathbf{J}^T(\mathbf{J}_{p'}^T)^{-1}(\mathbf{D}_i\dot{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{C}_i)] dt \quad (6)$$

式中  $t_0$  为临接触碰撞前时刻。由于该阶段持续时间  $\Delta t$  非常短暂, 且相互碰撞力非常大, 因此, 可近似假设: 碰撞过程并未使空间机械臂的广义坐标发生显著变化, 仅使其广义速度项发生了变化; 并令捕获接触碰撞过程中空间机械臂的所有控制输入均为零, 即  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{0}$ ; 且使空间机械臂的关节处于自由放松状态, 以避免碰撞冲击力对空间机械臂关节造成的刚性破坏。在该短暂阶段的情况可用数学形式表示为

$$\Delta t = O(\varepsilon), \quad \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\boldsymbol{\phi}} = O(1/\varepsilon), \quad \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\phi}, \dot{\boldsymbol{\phi}} = O(1) \quad (7)$$

式中  $\varepsilon \ll 1$ ,  $O(\varepsilon)$ ,  $O(1/\varepsilon)$  和  $O(1)$  分别表示其对应项的绝对值为极小量、极大量和有限量。

由上述假设并利用式(7)和式(6)积分可写为

$$\overline{\mathbf{D}}(\dot{\mathbf{q}}_f - \dot{\mathbf{q}}_i) + \overline{\mathbf{J}}^T(\overline{\mathbf{J}}_{p'}^T)^{-1} \overline{\mathbf{D}}_i(\dot{\boldsymbol{\phi}}_f - \dot{\boldsymbol{\phi}}_i) = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} [\boldsymbol{\tau} - \mathbf{H}\dot{\mathbf{q}} - \overline{\mathbf{J}}^T(\overline{\mathbf{J}}_{p'}^T)^{-1} \mathbf{C}_i] dt \quad (8)$$

式中  $\dot{\mathbf{q}}$  和  $\dot{\boldsymbol{\phi}}$  的下标  $i$  和  $f$  分别表示这两个向量临接触碰撞时刻及碰撞后的相应值。由于接触碰撞阶段持续时间  $\Delta t$  极其短暂, 故广义坐标近似地保持不变, 且  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{D}_i$ ,  $\mathbf{J}$  和  $\mathbf{J}_{p'}$  仅是广义坐标的函数; 因此, 在该阶段也近似地保持不变; 在此取上述矩阵在两系统临接触碰撞  $t_0$  时刻的值为该阶段的值, 即  $\overline{\mathbf{D}}$ ,  $\overline{\mathbf{D}}_i$ ,  $\overline{\mathbf{J}}$  和  $\overline{\mathbf{J}}_{p'}$ 。另外, 由式(7)可知, 式(8)左端的值为  $O(1)$ , 而右端积分项内的值也为  $O(1)$ ; 但由于  $\Delta t$  非常短暂, 故其积分后的值为  $O(\varepsilon)$ , 因此与左端相比较可忽略不计, 故式(8)可近似表示为

$$\overline{\mathbf{D}}(\dot{\mathbf{q}}_f - \dot{\mathbf{q}}_i) + \overline{\mathbf{J}}^T(\overline{\mathbf{J}}_{p'}^T)^{-1} \overline{\mathbf{D}}_i(\dot{\boldsymbol{\phi}}_f - \dot{\boldsymbol{\phi}}_i) = 0 \quad (9)$$

式(9)的推导过程是建立在系统动量和动量矩守恒理论的基础上, 故其描述的状况适用于从完全弹性碰撞到塑性碰撞的所有类型。在此假设: 空间机械臂在轨捕获目标卫星过程, 机械臂末端爪手  $\mathbf{P}$  与目标卫星上捕获点  $\mathbf{P}'$  间的接触碰撞为完全塑性碰撞, 即机械臂末端爪手与目标卫星接触后, 未发

生分离而是与目标卫星合为一体。考虑到两者间接触点的塑性变形相对于整个系统的结构尺寸可视为无限小量, 故忽略不计。因此, 接触碰撞结束后空间机械臂末端爪手  $\mathbf{P}$  与目标卫星的接触点  $\mathbf{P}'$  有相同的线速度和角速度, 即结合式(1,2)可得

$$\overline{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}}_f = \overline{\mathbf{J}}_{p'}\dot{\boldsymbol{\phi}}_f \quad (10)$$

将式(9)与式(10)联立, 可解出接触碰撞结束时刻, 即  $t_0 + \Delta t$  时刻空间机械臂的广义速度:

$$\dot{\mathbf{q}}_f = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{B} \quad (11)$$

$$\text{式中 } \mathbf{G} = \overline{\mathbf{D}} + \overline{\mathbf{J}}^T(\overline{\mathbf{J}}_{p'}^T)^{-1} \overline{\mathbf{D}}_i(\overline{\mathbf{J}}_{p'})^{-1} \overline{\mathbf{J}}$$

$$\mathbf{B} = \overline{\mathbf{D}}\dot{\mathbf{q}}_i + \overline{\mathbf{J}}^T(\overline{\mathbf{J}}_{p'}^T)^{-1} \overline{\mathbf{D}}_i\dot{\boldsymbol{\phi}}_i$$

式(11)给出了捕获过程中接触碰撞结束时刻空间机械臂系统广义速度的计算公式, 可以以此为依据来评估接触碰撞持续阶段, 碰撞冲量对空间机械臂系统运动状态的影响; 这种影响也是为何需要在接触碰撞持续阶段结束后, 对整个组合体系统进行镇定运动控制的缘由。

### 3.3 接触碰撞后阶段组合体系统的动力学方程

接触碰撞后, 空间机械臂若成功捕获目标卫星, 则两者合为一组合体系统。因此, 由式(1,2)可得

$$\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_{p'}\dot{\boldsymbol{\phi}} \quad (12)$$

对式(12)求时间  $t$  的导数并移项, 得到

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = (\mathbf{J}_{p'})^{-1}\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{J}_{p'})^{-1}(\dot{\mathbf{J}} - \dot{\mathbf{J}}_{p'}(\mathbf{J}_{p'})^{-1}\mathbf{J})\dot{\mathbf{q}} \quad (13)$$

该过程空间机械臂与目标卫星之间的相互作用力, 对于整个组合体系统而言仅是相互作用内力, 可看做是接触碰撞持续阶段的延续。因此, 式(5)同样代表了该阶段组合体系统的动力学方程。将式(12,13)代入式(5), 整理可得

$$\mathbf{D}_z\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}_z\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} \quad (14)$$

$$\text{式中 } \mathbf{D}_z = \mathbf{D} + \mathbf{J}^T(\mathbf{J}_{p'}^T)^{-1} \mathbf{D}_i(\mathbf{J}_{p'})^{-1} \mathbf{J}$$

$$\mathbf{H}_z\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{H}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}^T(\mathbf{J}_{p'}^T)^{-1} \mathbf{D}_i(\mathbf{J}_{p'})^{-1} [\dot{\mathbf{J}} - \dot{\mathbf{J}}_{p'}(\mathbf{J}_{p'})^{-1} \mathbf{J}]\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}^T(\mathbf{J}_{p'}^T)^{-1} \mathbf{C}_i$$

式(14)为空间机械臂捕获目标卫星后整个组合体系统的综合动力学方程。式中  $\mathbf{D}_z \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$  为系统广义惯量矩阵, 仍保持对称正定性。此外,  $\mathbf{H}_z \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$  对任意  $\mathbf{z} \in \mathbf{R}^{5 \times 1}$  有关系<sup>[11]</sup>:

$$\mathbf{z}^T \mathbf{H}_z \mathbf{z} = \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \dot{\mathbf{D}}_z \mathbf{z} \quad (15)$$

上述空间机械臂与目标卫星组合体系统动力学方程, 虽然较独立的空间机械臂分体系统动力学方程更为复杂, 但由于仍保持了关于空间机械臂与目标卫星组合体系统不确定惯性参数呈线性化关

系的特点,这将有利于鲁棒等控制算法的设计,以实现捕获目标卫星后组合体系统进行镇定运动控制。

#### 4 捕获目标卫星后组合体系统镇定运动的鲁棒控制方案设计

由于空间机械臂在轨捕获目标卫星操作存在着机械臂与目标卫星间短暂的接触碰撞过程,因此会对捕获操作后空间机械臂与目标卫星组合体运动产生很大的冲击影响,使系统发生姿态漂移、翻滚及机械臂无规律运动;进而影响太阳能帆板及通讯天线的正常工作,甚至造成机械臂关节转动超出位限而致系统构件损坏。为了保证系统处于正常工作状态,在捕获操作后需要对组合体系统的运动状态进行镇定运动控制。此外,由于空间机械臂自身携带的燃料有限,从减少用于载体位置控制喷射燃料的消耗角度考虑,使用载体位置不受控制的空间机械臂系统来完成上述镇定运动控制为一种较佳的选择;而目标卫星参数不确定也会对控制器控制算法的设计增加困难。为此,将针对上述捕获操作后组合体系统的镇定运动,设计一种鲁棒控制算法,以完成对组合体载体姿态及机械臂关节的镇定运动主动控制。该控制算法适用于载体位置不受控情况,并能克服卫星参数不确定的影响。

由于载体位置不受控制,即控制输入向量  $\tau$  的元素中  $f_x = f_y = 0$ 。因此,组合体系统动力学方程(14)为欠驱动形式。在欠驱动情况下,设计鲁棒控制算法。定义欠驱动形式下组合体系统的控制输出为  $q_r = [\alpha \quad \theta_1 \quad \theta_2]^T \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ ,为了鲁棒控制方案设计的需要,本文将系统的控制输出虚拟扩展为  $q = [q_b^T \quad q_r^T]^T \in \mathbf{R}^{5 \times 1}$ ,  $q_b = [x_0 \quad y_0]^T \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$  为载体位置坐标向量。

假设空间机械臂载体的位置、移动速度和加速度  $q_b, \dot{q}_b$  和  $\ddot{q}_b$  是可以测量或计算得到的,则系统的增广期望输出向量  $q_d = [q_b^T \quad q_{rd}^T]^T$  与增广实际输出向量  $q = [q_b^T \quad q_r^T]^T$  间的误差向量可以写为

$$e = q_d - q = [\mathbf{0}_{1 \times 2} \quad e_r^T]^T \quad (16)$$

式中  $e_r = (q_{rd} - q_r) \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 。

定义系统的增广误差  $s$  为

$$s = \dot{e} + \lambda e = [\mathbf{0}_{1 \times 2} \quad (\dot{e}_r + \lambda e_r)^T]^T \quad (17)$$

式中  $\lambda$  是大于零的标量常数。

定义系统的参考输出较速度  $\dot{q}$  和参考输出较

加速度  $\ddot{q}$  为

$$\dot{q} = \dot{q}_d + \lambda e = [\dot{q}_b^T \quad (\dot{q}_{rd} + \lambda e_r)^T]^T \quad (18a)$$

$$\ddot{q} = \ddot{q}_d + \lambda \dot{e} = [\ddot{q}_b^T \quad (\ddot{q}_{rd} + \lambda \dot{e}_r)^T]^T \quad (18b)$$

由式(17,18)可得

$$s = \dot{q} - \dot{q} \quad (19a)$$

$$\dot{s} = \ddot{q} - \ddot{q} = [\mathbf{0}_{1 \times 2} \quad (\ddot{e}_r + \lambda \dot{e}_r)^T]^T \quad (19b)$$

最后,将式(19)代入组合体系统动力学方程(14),得到系统误差方程:

$$D_z \dot{s} + H_z s = D_z \ddot{q} + H_z \dot{q} - [\mathbf{0}_{1 \times 2} \quad \tau_r^T]^T \quad (20)$$

式中  $\tau_r = [\tau_0 \quad \tau_1 \quad \tau_2]^T$ 。显然,式(20)继续保持了前述的关于不确定惯性参数呈线性函数关系;但为了保持上式的形式不变,不但需要将系统的控制输出进行虚拟扩展,还需要将系统的控制输入力矩  $\tau_r$  虚拟扩展为  $[\mathbf{0}_{1 \times 2} \quad \tau_r^T]^T$  形式。

因此,针对捕获后空间机械臂与目标卫星组合体,设计拟增广鲁棒控制算法输入规律为

$$[\mathbf{0}_{1 \times 2} \quad \tau_r^T]^T = \hat{D}_z \ddot{q} + \hat{H}_z \dot{q} + [\delta^T \quad K_1(\dot{e}_r + \lambda e_r)^T]^T + [\mathbf{0}_{1 \times 2} \quad (Q \operatorname{sgn}(\dot{e}_r + \lambda e_r))^T]^T \quad (21)$$

式中  $\hat{D}_z$  和  $\hat{H}_z$  是由组合体系统不确定惯性参数的估计值得到的  $D_z$  和  $H_z$  的名义模型,  $K_1 \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为任意的对称正定常值矩阵,向量  $\delta \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$  为  $-(\hat{D}_z \ddot{q} + \hat{H}_z \dot{q})$  的前两行,其作用是恒令式(21)右端前两行为零,  $Q = \operatorname{diag}(Q_1, Q_2, Q_3) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为待定系数矩阵。

将式(21)代入系统误差方程(20),有

$$D_z \dot{s} + H_z s + [\delta^T \quad K_1(\dot{e}_r + \lambda e_r)^T]^T + [\mathbf{0}_{1 \times 2} \quad (Q \operatorname{sgn}(\dot{e}_r + \lambda e_r))^T]^T = W \Phi \quad (22)$$

式中  $W \Phi = (D_z - \hat{D}_z) \ddot{q} + (H_z - \hat{H}_z) \dot{q}$ ,  $W \in \mathbf{R}^{5 \times 4}$  为不含待估计参数的  $q, \dot{q}, \ddot{q}, \dot{\eta}, \ddot{\eta}$  的函数矩阵,  $\Phi = (\xi - \hat{\xi}) \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$ ,  $\xi$  和  $\hat{\xi}$  分别为从真实模型和名义模型中分离出来的待估计不确定参数向量。式(22)为组合体系统动力学方程,关于不确定惯性参数呈线性函数关系的体现,也是该鲁棒控制算法设计需要满足的条件。

在实际情况下,系统的惯性参数并非完全未知,只是不能精确的确定。假定对于系统惯性参数的估计误差在一定范围之内,即

$$|\Phi| \leq C \quad (23)$$

式中  $C \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$  为正常数列向量。利用上述鲁棒控制输入无需在线估计不确定惯性参数,只需使控制

器对不确定惯性参数保持鲁棒性即可,这将可以提高计算效率。对于上述控制算法有如下定理存在。

**定理** 系统的鲁棒控制输入式(21)及适当的待定系数矩阵  $Q$  的选取规律,可保证:  $\lim_{t \rightarrow \infty} s = 0$ 。

**证明** 设  $s = 0, \Phi = 0$  为无扰运动,式(22)为受扰运动方程,选择如下正定函数为准 Lyapunov 函数。

$$V = s^T D_Z s / 2 \quad (24)$$

计算  $V$  通过动力学方程构成的全导数  $\dot{V}$ , 并利用式(15,22)有

$$\dot{V} = s^T D_Z \dot{s} + s^T D_Z s / 2 = s^T \{ \mathbf{W}\Phi - [\mathbf{0}_{1 \times 2} \quad (\mathbf{Q} \operatorname{sgn}(\dot{e}_r + \lambda e_r))^T] \} - s^T \mathbf{K}_2 s \quad (25)$$

式中  $\mathbf{K}_2 = \operatorname{diag}(\mathbf{I} \quad \mathbf{K}_1)$ ,  $\mathbf{I} \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$  为单位阵。显然,式(25)中第二项为  $s$  的二次项,恒小于等于零,而第一项可进一步写为

$$s^T \{ \mathbf{W}\Phi - [\mathbf{0}_{1 \times 2} \quad (\mathbf{Q} \operatorname{sgn}(\dot{e}_r + \lambda e_r))^T] \} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \sum_{j=1}^4 \mathbf{W}_{3j} \xi_j - Q_1 \operatorname{sgn}(\dot{e}_{r1} + \lambda e_{r1}) \\ \sum_{j=1}^4 \mathbf{W}_{4j} \xi_j - Q_2 \operatorname{sgn}(\dot{e}_{r2} + \lambda e_{r2}) \\ \sum_{j=1}^4 \mathbf{W}_{5j} \xi_j - Q_3 \operatorname{sgn}(\dot{e}_{r3} + \lambda e_{r3}) \end{bmatrix} \quad (26)$$

式中  $\mathbf{W}_{3j}, \mathbf{W}_{4j}, \mathbf{W}_{5j} (j=1,2,3,4)$  为矩阵  $\mathbf{W}$  的对应元素,  $\xi_j (j=1,2,3,4)$  为列向量  $\xi$  的对应元素,  $e_{ri}$  和  $\dot{e}_{ri} (i=1,2,3)$  分别为列向量  $e_r$  和  $\dot{e}_r$  的元素,若将系统的待定系数矩阵  $Q$  的元素选为

$$Q_i = \sum_{j=1}^4 |W_{(2+i)j}| C_j + \mu_i \quad (i=1,2,3) \quad (27)$$

式中  $\mu_i$  为正常数。根据式(27)可得

$$s^T \{ \mathbf{W}\Phi - [\mathbf{0}_{1 \times 2} \quad (\mathbf{Q} \operatorname{sgn}(\dot{e}_r + \lambda e_r))^T] \} \leq - \sum_{i=1}^3 \mu_i |\dot{e}_{ri} + \lambda e_{ri}| \quad (28)$$

由此推得

$$\dot{V} \leq - \sum_{i=1}^3 \mu_i |\dot{e}_{ri} + \lambda e_{ri}| - s^T \mathbf{K}_2 s \quad (29)$$

由式(29)可知,  $\dot{V}$  为负定,且  $\dot{V} = 0$ , 当且仅当  $s = 0$ 。由此可知,  $\lim_{t \rightarrow \infty} s = 0$ , 证毕。

## 5 数值仿真分析

以图 1 所示做平面运动的漂浮基空间机械臂及目标卫星系统为例。对捕获目标卫星过程的三个阶段进行数值仿真,即空间机械臂与目标卫星接

触碰撞前阶段、接触碰撞持续阶段以及接触碰撞后两者合为一组合体阶段;并对式(21,27)给出的接触碰撞后组合体镇定运动的鲁棒控制规律进行系统数值仿真验证。

仿真时设定空间机械臂及目标卫星的几何尺寸分别为  $l_0 = 1 \text{ m}, l_1 = l_2 = 3 \text{ m}, l_3 = 0.2 \text{ m}$ ;各部分的质量和中心转动惯量为  $m_0 = 30 \text{ kg}, m_1 = 2 \text{ kg}, m_2 = 2 \text{ kg}, m_3 = 5 \text{ kg}, J_0 = 15 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_1 = J_2 = J_3 = 3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

假设仿真过程的初始时刻为 0 s 时,并将整个仿真过程取为 10 s。空间机械臂捕获目标卫星的三个阶段的仿真过程为:第一阶段为接触碰撞前阶段(0 s 至  $t_0$  时刻,在此取  $t_0 = 1 \text{ s}$ ),此时目标卫星和空间机械臂处于分离状态,但目标卫星正飞向空间机械臂,设目标卫星飞行的线速度为  $\dot{x}_{cm} = -1 \text{ m/s}, \dot{y}_{cm} = 0 \text{ m/s}$ ,飞行时转动角速度为  $\dot{\beta} = -1 \text{ rad/s}$ ,空间机械臂则以某一较佳的构型以静止、不受控制的自由反应状态等候在预定捕获位置,假设其静止初始构型为  $q_{ri} = [-90^\circ \quad 135^\circ \quad -90^\circ]^T$ ;第二阶段为接触碰撞持续阶段( $t_0$  时刻至  $t_0 + \Delta t$  时刻,  $\Delta t$  为该阶段的持续时间,为演示需要,假设  $\Delta t$  耗时 0.2 s),此阶段目标卫星已到达空间机械臂末端且两者之间发生短暂过程接触碰撞,由式(10,11)即可解得目标卫星与空间机械臂短暂的接触碰撞持续阶段后,产生的碰撞冲量对空间机械臂载体姿态、关节运动状况的影响,此时若不对空间机械臂与目标卫星组合体进行镇定运动控制,整个组合体系统将会进行无规律的不稳定运动;第三阶段为接触碰撞后阶段, ( $t_0 + \Delta t$  时刻至 10 s),空间机械臂和目标卫星在经过短暂的接触碰撞后,两个分体不再分离而合成一组合体,此时开启组合体镇定运动的鲁棒控制器式(21,27),以使受接触碰撞冲击影响的组合体系统的运动慢慢趋于正常稳定状态,使接触碰撞后空间机械臂的载体姿态和机械臂关节角调整到期望的位置,且使姿态角速度、关节角速度均趋于 0,该调整过程即称为镇定运动,假设捕获后组合体镇定运动的期望位置为载体姿态及机械臂关节铰达到位置:  $q_{rd} = [-90^\circ \quad 90^\circ \quad 0^\circ]^T$ ,且对应的期望角速度均趋于 0。

仿真时假设系统的惯性参数并非完全未知,只是不能精确的确定,其估计误差在一定范围内,它们的相应待估计参数向量为  $\xi = [m_3 l_3^2 \quad m_3 l_3 \quad m_3 \quad J_3]^T$ ,估计误差向量为  $\mathbf{C} = [5 \quad 5 \quad 5 \quad 5]^T$ ,并取其初始估计值为  $m_3 = 3 \text{ kg}, J_3 = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, l_3 = 0.2 \text{ m}$ ;

而其他用到的仿真系数分别选择为  $\lambda=1$ ,  $\mathbf{K}_1 = \text{diag}(2, 2, 2)$ ,  $\mu_i=1 (i=1, 2, 3)$ 。

本文分两种情况对空间机械臂捕获自由运动目标卫星过程进行仿真对比分析:第一种情况是当空间机械臂与目标卫星发生接触碰撞后,并未对空间机械臂进行主动镇定运动控制,即未开启控制器,通过该数值仿真可以分析接触碰撞过程的碰撞冲量对空间机械臂系统运动状态的影响效应;第二种情况则是在同样的接触碰撞后,开启空间机械臂鲁棒控制器对其进行主动镇定运动控制,通过该数值仿真可以验证鲁棒控制算法对系统主动镇定运动控制的效果。

图 2(a)为空间机械臂成功捕获目标卫星且未开启上述鲁棒控制器情况下,全过程载体姿态角、机械臂两关节角度随时间的变化过程;图 2(b)则

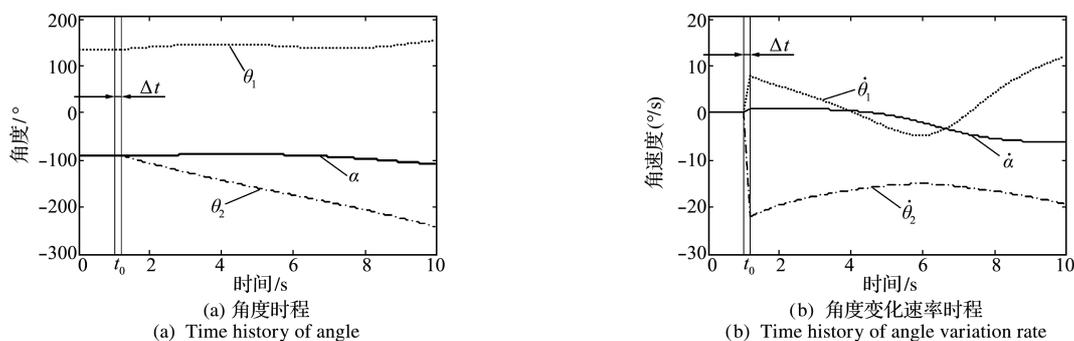


图 2 控制器未开启时空间机械臂组合体系统状态的时程  
Fig. 2 Time history of space manipulator system state when controller is off

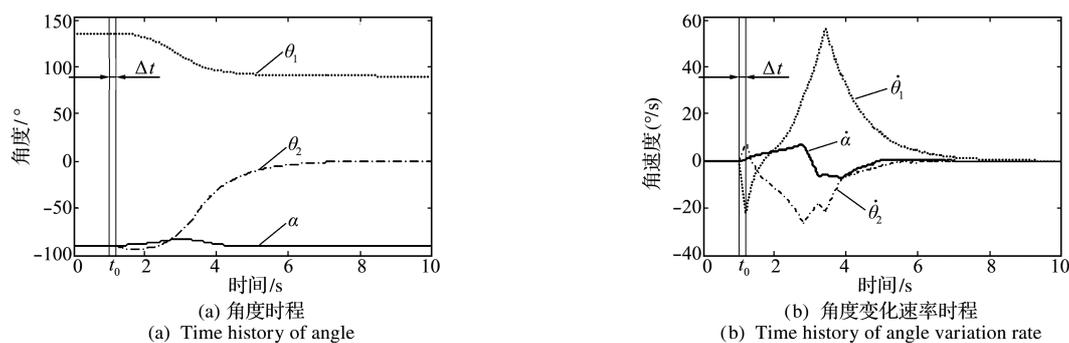


图 3 控制器开启时空间机械臂组合体系统状态的时程  
Fig. 3 Time history of space manipulator system state when controller is on

## 6 结 论

系统全过程数值仿真结果表明,空间机械臂捕获目标卫星过程的接触和碰撞对捕获后组合体系统的运动状态有着不可忽略的严重影响,必须采取主动镇定运动控制手段才能保证捕获后组合体系统处于稳定、期望的工作状态。本文提到的鲁棒控制方法恰能为上述问题的有效解决提供有力的理论保障,并具有目标卫星惯性参数不完全确定情况下的有较强的鲁棒性及不需要控制载体位置、移动

为相同情况下对应角度变化速率随时间的变化过程。图 3(a)同为上述过程,但在开启鲁棒控制器情况下载体姿态角、机械臂两关节角度随时间的变化过程;图 3(b)则为相同情况下对应角度变化速率随时间的变化过程。

通过上述两种情况仿真图结果的对比可以看出,捕获目标卫星过程的接触碰撞冲击,对接触碰撞后空间机械臂组合体系统的运动状态会产生严重影响。其程度显然与接触碰撞前空间机械臂末端爪手与目标卫星间的绝对速度差成正比,而其接触碰撞力表现形式可由式(3)体现出来。此外,由式(3)还可知上述影响程度与接触碰撞前空间机械臂的结构构型还有显著关系,这是由运动 Jacobian 矩阵的转置  $\mathbf{J}^T$  体现出来的。

速度和移动加速度的显著优点;从而可以有效减少载体位置控制燃料消耗,并避免捕获过程由于载体位置、移动速度控制不准确而产生的与目标卫星产生剧烈冲击和碰撞的潜在危险。

## 参考文献(References):

- [1] Lindsay Evans. Canadian space robotics on board the international space station[A]. CCToMM Symposium on Mechanisms, Machines, and Mechatronics[C]. Canadian Space Agency, Montreal, Canada, 2005.

- [2] Iwata T(NASDA). Recent japanese activities in space automation & robotics-an overview[A]. Proceeding of the 6<sup>th</sup> International Symposium on Artificial Intelligence and Robotics & Automation in Space[C]. Canadian Space Agency, Quebec, Canada, 2001.
- [3] 李俊峰,王照林.带空间机械臂的充液航天器姿态动力学研究[J].宇航学报,1999,20(2):81-86. (LI Jun-feng, WANG Zhao-lin. Study on attitude dynamics of a liquid-filled spacecraft with manipulators[J]. *Journal of Astronautics*, 1999, 20(2):81-86. (in Chinese))
- [4] 戈新生,陈立群,吕杰.空间机械臂非完整运动规划的遗传算法研究[J].宇航学报,2005,26(3):262-266. (GE Xin-sheng, CHEN Li-qun, LÜ Jie. Nonholonomic motion planning of a space manipulator system using genetic algorithm[J]. *Journal of Astronautics*, 2005, 26(3):262-266. (in Chinese))
- [5] 陈力.带滑移铰空间机器人惯性空间轨迹跟踪的鲁棒混合自适应控制[J].工程力学,2004,21(3):174-179. (CHEN Li. Robust and adaptive composite control of space robot system with prismatic joints[J]. *Engineering Mechanics*, 2004, 21(3):174-179. (in Chinese))
- [6] Dong Q H, Chen L. Dynamic and control of free floating rigid flexible coupling space manipulator during capture uncertain debris[A]. 63<sup>rd</sup> International Astronautical Congress[C]. Naples, Italy, 2012, 2702-2710.
- [7] Taira Y, Sagara S, Katoh R. Digital kinematic control of space robot manipulators using transpose of generalized jacobian matrix [J]. *Industrial Electronics Society*, 2000, 1:596-601.
- [8] 洪昭斌,陈力.柔性空间机械臂基于奇异摄动法的鲁棒跟踪控制和柔性振动主动控制[J].工程力学,2010,27(8):191-198. (HONG Zhao-bin, CHEN Li. Robust control and active vibration control of space flexible manipulator by singular perturbation approach[J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(8):191-198. (in Chinese))
- [9] Kazuya Y, Naoki S. Modeling of impact dynamics and impulse minimization for space robots[A]. Proceedings of the 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems[C]. Yokohama, Japan, 1993.
- [10] Yoshikawa S, Yamada K. Impact estimation of a space robot at capturing a target [J]. *Intelligent Robots and Systems*, 1994, 3:1570-1577.
- [11] Slotin J E, Li W P. On the adaptive control of robot manipulators[J]. *Journal of the Robotics Research*, 1987, 6(3):49-59.

## Impact dynamics simulation and robust control for stabilizing of a space manipulator capturing satellite

DONG Qiu-huang<sup>\*</sup>, CHEN Li

(School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

**Abstract:** The impact dynamics and post-impact control for stabilizing of a free-floating space manipulator capturing an unknown motion satellite are studied. The dynamical models of the space manipulator and satellite are separately derived from second Lagrange equation and Newton-Euler equation; the impact effect is calculated base on kinematics and impact force transmission relationship; after the satellite capturing, by combining the above dynamics models of space manipulator and satellite, the post-impact dynamics model of the combinational system is presented; and then an augmented robust control algorithm is designed for stabilizing the motion of the post-impact combinational system. This control can be employed under the space manipulator base's position uncontrolled, and the control equation still keep linear for the uncertain satellite parameters. Finally, the simulation results show the system motion state of the capture process, and verify the validity of the above robust control for stabilizing.

**Key words:** free-floating space manipulator; satellite capturing; impact dynamics; stabilizing; robust control