

文章编号: 1000-4750(2014)06-0166-07

Lévy 稳定分布对住宅楼面活荷载的统计分析

梁英杰, 陈 文

(河海大学工程力学系, 南京 210098)

摘 要: 该文基于 Lévy 稳定分布, 给出了设计住宅楼面活荷载标准值的一种新的统计方法。该方法分为 4 个步骤, 首先采用 Lévy 稳定分布, 拟合楼面活荷载的累积分布函数; 然后运用 Lévy 随机数, 模拟设计基准期内活荷载的极大值分布; 其次通过设定活荷载极大值分布的分位数, 计算持久性活荷载和临时性活荷载的最大值; 最终以赋权重的方式, 确定楼面活荷载的标准值。我们的分析结果表明, 这个新方法不需要大量的调查数据, 避免了 Turkstra 荷载组合原则基于经验确定标准值的缺点。与极值 I 型分布和威布尔分布相比, Lévy 稳定分布的模拟精度最高, 并且其参数能够直接刻画活荷载分布的非对称性和拖尾性。此外, 采用 Lévy 随机数模拟法, 数学简单, 方便工程技术人员的使用。

关键词: 住宅楼面; 持久性活荷载; 临时性活荷载; Lévy 稳定分布; 随机数

中图分类号: TU311.3 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.12.1005

STATISTICAL ANALYSIS OF LIVE LOAD ON RESIDENCE FLOOR USING LÉVY STABLE DISTRIBUTIONS

LIANG Ying-jie, CHEN Wen

(Department of Engineering Mechanics, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on Lévy stable distributions, this paper develops a new statistical approach for residence-floor live-load design. The approach involves four steps: firstly using Lévy stable distributions to fit the cumulative distribution function of live loads, secondly employing Lévy random numbers to determine the maximum distribution of live loads, thirdly using the maximum distributions under a certain quantile to calculate the extreme values of sustained live loads and transient live loads, finally utilizing a weighted method to determine the characteristic value of live loads on a residence floor in a design reference period. Our analysis results show that this new approach does not require a large data set of survey live loads and also remedies the drawback in the empirical Turkstra load combination principle, which is used to determine the characteristic value. Compared with Type I extreme value and Weibull distributions, Lévy stable distributions have the best precision and its parameters can directly depict the skewness and heavy tail of live load distribution. In addition, the simulation method of Lévy random numbers is mathematically simple and easy-to-use for non-expert engineers.

Key words: residence floor; sustained live load; transient live load; Lévy stable distributions; random numbers

楼面荷载是住宅结构设计的重要计算参数和基本依据, 包括恒荷载和活荷载, 其中活荷载包括持久性活荷载和临时性活荷载。目前住宅结构设计中, 由于缺乏准确估计作用在楼面上的活荷载, 往往通过经验规定额外荷载, 造成了建设资金的大量

浪费^[1]。因而, 正确地认识活荷载的统计规律, 有助于保证结构的可靠性和合理性。

统计活荷载并建立其概率分布模型是保障住宅结构工程质量的前提。20 世纪 70 年代以来, 国内外开展了大量实测和统计分析住宅楼面活荷载,

收稿日期: 2012-12-25; 修改日期: 2013-02-27

基金项目: 水利部公益性行业专项经费项目(201101014); 高等学校学科创新引智计划项目(B12032); 国家杰出青年科学基金项目(11125208)

通讯作者: 陈 文(1967—), 男, 江苏镇江人, 教授, 博士, 博导, 从事计算力学、分数阶导数建模研究(E-mail: chenwen@hhu.edu.cn).

作者简介: 梁英杰(1988—), 男, 河北邯郸人, 博士生, 从事非常规统计建模、结构可靠性研究(E-mail: liangyj1989@gmail.com).

研究表明活荷载的概率密度分布呈非对称,即偏态^[2]。现有方法模拟楼面活荷载时,多采用极值 I 型分布、伽马分布和对数正态分布等^[3]。这些统计分布仅通过实测资料的期望和方差确定分布的参数,没有充分利用实测资料的信息,并且不能直接刻画活荷载的非对称和拖尾统计特性。现行规范《建筑结构荷载规范》(GB 50009-2001)中采用 Turkstra 荷载组合原则^[4],通过考察活荷载的统计参数,确定住宅楼面荷载的标准值,但是该方法依赖大量的调查数据,并具有较强的经验性。因此,需要发展一种新型的统计方法描述住宅楼面活荷载的统计分布,并作为设计活荷载标准值的依据。

Lévy 稳定分布^[5]包括一大类分布,其中正态分布和柯西分布是其特例。该分布的概率密度分布具有尖峰、非对称和拖尾特征,并广泛应用于反常扩散、信号处理和金融工程等领域^[6-8]。刻画此类分布需要 4 个参数,分别是稳定指数 a 、倾斜指数 b 、尺度参数 g 和位置参数 d , 参数的取值范围分别为 $0 < a \leq 2$, $-1 \leq b \leq 1$, $g > 0$, $d \in \mathbb{R}$ 。正态分布和柯西分布对应的稳定指数分别为 2 和 1。Lévy 稳定分布的稳定指数和倾斜指数能够直接刻画住宅楼面活荷载统计分布的非对称性和拖尾性^[9],克服了常规统计方法在描述此类活荷载的缺点。Lévy 稳定分布的概率密度函数和累积分布函数均没有统一的解析表达式,现有的程序包和软件为数值计算该分布的统计量提供了便利^[10]。

本文第 1 节介绍计算 Lévy 稳定分布统计量的数值方法;第 2 节结合具体实例给出住宅楼面活荷载的 Lévy 稳定分布模型;第 3 节给出住宅楼面活荷载的极大值分布和住宅楼面活荷载标准值的建议取值;第 4 节对本文的工作进行总结。

1 Lévy 稳定分布

1.1 Lévy 稳定分布的特征函数

数学上直接采用特征函数描述 Lévy 稳定分布,其中 Samorodnitsky 和 Taqqu^[11]提出的特征函数形式最简单,且应用较广。任意的 $X \sim S(a, b, g, d, 0)$, 表达式如下:

$$j_0(t) = \begin{cases} \exp\left(-g^a |t|^a \left[1 - ib \left(\tan \frac{\pi a}{2}\right) (\text{sign} t)\right] + idt\right), & a \neq 1 \\ \exp\left(-g |t| \left[1 + ib \frac{2}{\pi} (\text{sign} t) \ln |t|\right] + idt\right), & a = 1 \end{cases} \quad (1)$$

由于特征函数 $j_0(t)$ 在 $a=1$ 处不连续,数值计算和建模过程中表现出了明显的局限性。为克服该缺点, Nolan^[12]提出了一种改进的方法。任意的 $X \sim S(a, b, g, d, 1)$, 表达式如下:

$$j_1(t) = \begin{cases} \exp\left(-g^a |t|^a \left[1 + ib \left(\tan \frac{\pi a}{2}\right) (\text{sign} t) (|gt|^{1-a} - 1)\right] + idt\right), & a \neq 1 \\ \exp\left(-g |t| \left[1 + ib \frac{2}{\pi} (\text{sign} t) (\ln |t| + \ln g)\right] + idt\right), & a = 1 \end{cases} \quad (2)$$

$j_1(t)$ 在 $a=1$ 处连续。 $b=0$ 时,为对称 Lévy 稳定分布; $g=1, d=0$ 时,为标准 Lévy 稳定分布。

1.2 Lévy 稳定分布的累积分布函数

Zolotarev^[13]提出了直接积分法,用于计算标准 Lévy 稳定分布的累积分布函数。该方法计算精度高且编程简单。为描述该算法,定义变量:

$$z = z(a, b) = -b \tan \frac{\pi a}{2},$$

$$x = x(a, b) = \frac{1}{a} \arctan(-z),$$

$$c_1(a, b) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - x\right), & a < 1 \\ 1, & a > 1 \end{cases}$$

$$V(q; a, b) =$$

$$\begin{cases} (\cos ax)^{\frac{1}{a-1}} \left(\frac{\cos q}{\sin a(q+x)}\right)^{\frac{a}{a-1}} \frac{\cos(ax + (a-1)q)}{\cos q}, & a \neq 1 \\ \frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi/2 + bq}{\cos q}\right) \exp\left(\frac{1}{b}(\pi/2 + bq) \tan q\right), & a = 1, b \neq 0 \end{cases}$$

令 $X \sim S(a, b; 1)$, X 的累积分布函数如下:

1) 当 $a \neq 1$ 且 $x > z$ 时,

$$F(x; a, b) = c_1(a, b) + \frac{\text{sign}(1-a)}{\pi} \int_{-x}^{\frac{\pi}{2}} \exp(-(x-z)^{\frac{a}{a-1}} V(q; a, b)) dq \quad (3)$$

2) 当 $a \neq 1$ 且 $x = z$ 时,

$$F(x; a, b) = (\pi/2 - x)/\pi \quad (4)$$

3) 当 $a \neq 1$ 且 $x < z$ 时,

$$F(x; a, b) = 1 - F(-x; a, -b) \quad (5)$$

4) 当 $a = 1$ 且 $b = 0$ 时,

$$F(x; 1, b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan x \quad (6)$$

5) 当 $a = 1$ 且 $b \neq 0$ 时,

$$F(x; 1, b) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \exp(-e^{-\frac{\pi x}{2b}} V(q; 1, b)) dq, & b > 0 \\ 1 - F(x; 1, -b), & b < 0 \end{cases} \quad (7)$$

通过一些性质可得一般形式的 Lévy 累积分布函数^[5]。

1.3 Lévy 随机数

Chambers, Mallows, Stuck^[14]提出了生成标准 Lévy 随机数的方法, 称为 CMS 法, 该方法速度快且精度高。为描述该算法, 定义变量:

$$\begin{aligned} V &= \pi(U_1 - 1/2), \\ W &= -\ln U_2, \\ L &= \{1 + b^2 \tan^2(\pi a / 2)\}^{1/(2a)}, \\ q_0 &= \arctan(b \tan(\pi a / 2)) / a. \end{aligned}$$

其中, U_1 和 U_2 是(0,1)区间上两个独立的均匀分布。

1) 当 $a \neq 1$ 时,

$$X = L \frac{\sin\{a(V + q_0)\}}{\{\cos(V)\}^{1/a}} \left[\frac{\cos(V - a(V + q_0))}{W} \right]^{\frac{1-a}{a}} \quad (8)$$

2) 当 $a = 1$ 时,

$$X = \frac{2}{\pi} \left\{ (\pi/2 + bV) \tan V - b \ln \left(\frac{\pi/2W \cos V}{\pi/2 + bV} \right) \right\} \quad (9)$$

通过一些性质可得一般形式的 Lévy 随机数^[5]。

1.4 Lévy 稳定分布的参数估计

考虑计算效率和精度, 特征函数法是首选估计 Lévy 稳定分布参数的方法。Koutrouvelis^[15]和 Kogon、Williams^[16]提出并发展了特征函数法。

对式(1)进行变换, 可得:

$$\ln(-\ln |j_0(t)|^2) = \ln(2g^a) + a \ln |t| \quad (10)$$

当 $a \neq 1$ 时, 特征函数 $j_0(t)$ 的实部和虚部分别为:

$$\operatorname{Re}(j_0(t)) = \exp(-g^a |t|^a) \cos[dt + g^a |t|^a b \operatorname{sign}(t) \tan(\pi a / 2)] \quad (11)$$

$$\operatorname{Im}(j_0(t)) = \exp(-g^a |t|^a) \sin[dt + g^a |t|^a b \operatorname{sign}(t) \tan(\pi a / 2)] \quad (12)$$

由式(11)和式(12), 可得:

$$\arctan \left(\frac{\operatorname{Im}(j_0(t))}{\operatorname{Re}(j_0(t))} \right) = dt + b g^a \tan(\pi a / 2) \operatorname{sign}(t) |t|^a \quad (13)$$

式(10)仅是参数 a 和 g 的函数, 因此直接对 $y = \ln(2g^a) + a \ln |t|$ 回归计算:

$$y_k = m + a r_k + e_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (14)$$

其中: $r = \ln |t|$, $m = \ln(2g^a)$, e_k 是误差项。得到 a 和 g 的估计值后, 利用式(13)估计 b 和 d 。

2 住宅楼面活荷载的 Lévy 稳定分布模型

为揭示当前住宅楼面活荷载的分布情况, 西安建筑科技大学对西安市和包头市的住宅楼面活荷载进行了调查^[1]。调查住宅 105 户, 469 间房间, 最小的为一室一厅一卫, 最大的为四室两厅两卫, 总面积约 7979m²。房屋结构形式包括剪力墙结构(25 户)、框架剪力墙结构(5 户)、框架结构(20 户)和砌体结构(55 户)。由于楼面活荷载在空间上存在很大的任意性, 一般将活荷载等效为均布荷载。目前, 室面积平均荷载法、板带等效均布荷载法和进深板带面积平均荷载法是主要处理调查资料的方法^[17]。其中室面积平均荷载法是现行规范中采用的方法, 该理论可大大简化调查和统计工作, 并且对统计结果影响较小。采用室面积平均荷载法处理持久性活荷载和临时性活荷载的调查数据, 两者的频数直方图均呈明显的非对称^[1], 分别见图 1 和图 2(数据源于文献[1], 活荷载的单位为 N/m²)。

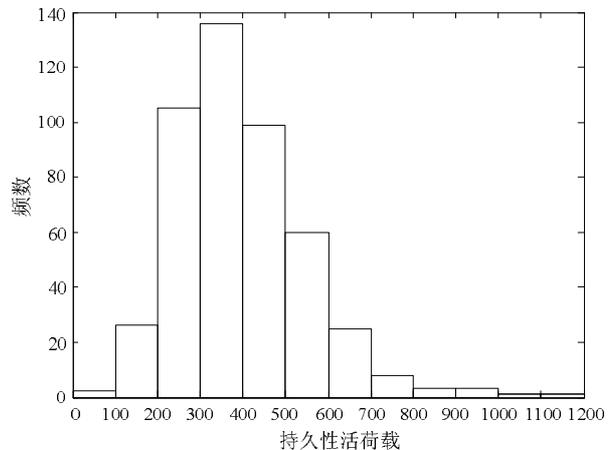


图 1 持久性活荷载频数图

Fig.1 The frequency chart of the sustained live load

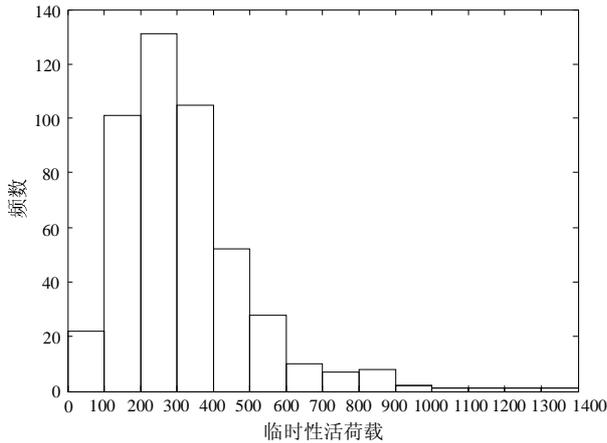


图2 临时性活荷载频数图

Fig.2 The frequency chart of the transient live load

2.1 持久性活荷载的 Lévy 稳定分布模型

Lévy 稳定分布描述持久性活荷载的累积分布函数时, 需要将室面积平均荷载法处理后的等效持久性活荷载标准化, 即:

$$x' = \frac{x - m(x)}{S(x)} \quad (15)$$

其中: $m(x)$ 为等效持久性活荷载的均值; $S(x)$ 为等效持久性活荷载的标准差。

采用特征函数法估计持久性活荷载对应 Lévy 稳定分布的 4 个参数, 计算结果见表 1。

表 1 持久性活荷载对应 Lévy 稳定分布的参数值

Table 1 The parameters of Lévy stable distributions for the sustained live load

参数	a	b	g	d
估计值	1.8245	1.0	0.6179	0.0456

表 1 中, 稳定指数 a 和倾斜指数 b 的值直接刻画了持久性活荷载分布的非对称和拖尾统计特性。结合表 1 中 Lévy 稳定分布的 4 个参数值, 采用直接积分法数值计算持久性活荷载的累积分布函数, 记为 $F_1(x)$, 并拟合等效持久性活荷载数据, 见图 3。图 4 给出了极值 I 型和威布尔分布的模拟结果。通过比较发现, 持久性活荷载大于 450N/m^2 后, Lévy 稳定分布的模拟精度最高。利用 K-S 检验法检验累积分布函数^[1], 不拒绝 Lévy 稳定分布, 因此认为室面积平均荷载法处理后的持久性活荷载服从 Lévy 稳定分布。

2.2 临时性活荷载的 Lévy 稳定分布模型

采用与处理持久性活荷载相同的手段, 描述临时性楼面活荷载的统计分布。

通过特征函数法估计临时性活荷载对应 Lévy 稳定分布的 4 个参数, 计算结果见表 2。

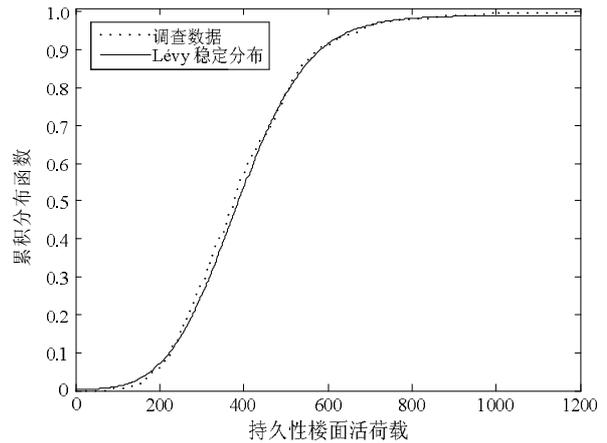


图3 Lévy 稳定分布拟合持久性楼面活荷载的累积分布

Fig.3 Cumulative distribution function of Lévy stable distribution for the sustained live load on residence floor

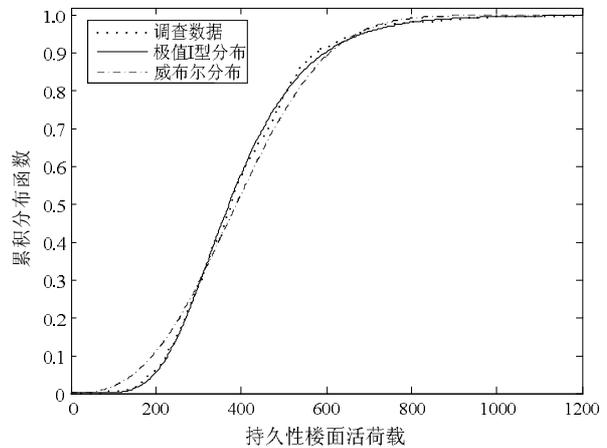


图4 极值 I 型和威布尔分布拟合持久性楼面活荷载的累积分布

Fig.4 Cumulative distribution function of Type I extreme value and Weibull distributions for the sustained live load on residence floor

表 2 临时性活荷载对应 Lévy 稳定分布的参数值

Table 1 The parameters of Lévy stable distributions for the transient live load

参数	a	b	g	d
估计值	1.6280	1.0	0.5242	0.1074

表 2 中, 稳定指数 a 和倾斜指数 b 的值直接刻画了临时性活荷载分布的非对称和拖尾统计特性。结合表 2 中 Lévy 稳定分布的四个参数值, 直接积分法数值计算临时性活荷载的累积分布函数, 记为 $F_2(x)$, 并拟合等效临时性活荷载数据, 见图 5。图 6 给出了极值 I 型和威布尔分布的模拟结果。通过比较发现, 临时性活荷载大于 350N/m^2 后, Lévy 稳定分布的模拟精度最高。利用 K-S 检验法检验累积分布函数^[1], 不拒绝 Lévy 稳定分布, 因此认为室面积

平均荷载法处理后的临时性活荷载服从 Lévy 稳定分布。

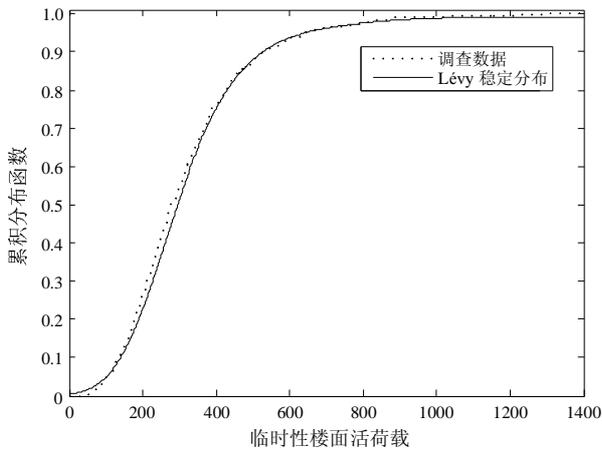


图 5 Lévy 稳定分布拟合临时性楼面活荷载的累积分布
Fig.5 Cumulative distribution function of Lévy stable distribution for the transient live load on residence floor

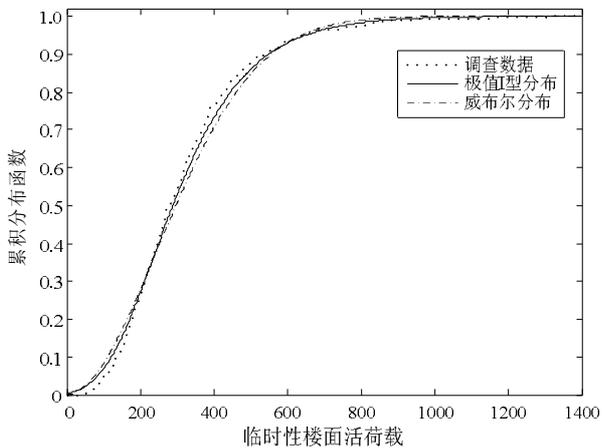


图 6 极值 I 型和威布尔分布拟合临时性楼面活荷载的累积分布

Fig.6 Cumulative distribution function of Type I extreme value and Weibull distributions for the transient live load on residence floor

我们采用 K-S 检验法比较分析了图 3、图 4、图 5 和图 6 中，极值 I 型分布、威布尔分布与 Lévy 稳定分布的最大拟合误差，见表 3。

表 3 不同分布拟合持久性和临时性活荷载的最大误差

Table 3 The maximum errors of different distributions fitting the sustained and transient live load

分布类型	极值 I 型分布	威布尔分布	Lévy 稳定分布
持久性活荷载	0.0274	0.0508	0.0138
临时性活荷载	0.0394	0.0664	0.0216

3 住宅楼面活荷载的标准值

无论持久性还是临时性楼面活荷载，设计基准期内，一般采用平稳二项随机过程描述活荷载。平

稳二项随机过程模型中，各时段任意时点满足独立同分布特征，因此可采用时空互换的手段得到随机过程的全部信息^[18]。

3.1 活荷载的 Lévy 极大值分布模型

持久性活荷载在整个设计基准期出现的概率 $p=1$ ，调查结果中住户的平均搬迁间隔为 9.54a，那么持久性活荷载在设计基准期 50a 内平均出现的次数^[1]：

$$m = 1 \cdot \frac{50}{9.54} \approx 5 \quad (16)$$

即平均每 10a 变动一次。

假定临时性活荷载每周出现一次，每次持续时间 4h，那么临时性活荷载在设计基准期 50a 内平均出现的次数^[1]：

$$m = \frac{4}{7 \cdot 24} \cdot \frac{50 \cdot 365 \cdot 24}{4} = 2605 \quad (17)$$

即每 10a 出现 521 次。如果以 10a 为一时段，取每时段最大的脉冲作为研究对象，仍可以看作 $p=1$ ， $m=5$ 。

设计基准期内，持久性和临时性楼面活荷载的极大值分布，分别为：

$$F_s(x) = [F_1(x)]^m \quad (18)$$

$$F_t(x) = [F_2(x)]^m \quad (19)$$

其中， m 为设计基准期内持久性和临时性楼面活荷载在特定时段下的平均出现次数。

考虑活荷载调查数据样本空间比较小的局限性和 CMS 法生成 Lévy 随机数的高精度，因此采用 CMS 法，分别产生 10^6 个符合 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$ 的 Lévy 随机数，并拟合活荷载累积分布 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$ ，然后采用式(18)和式(19)分别计算持久性和临时性楼面活荷载在设计基准期 50a 内和 100a 内的极大值累积分布，分别见图 7 和图 8。

3.2 楼面活荷载标准值的建议取值

目前《建筑结构荷载规范》(GB 50009-2001)中住宅楼面活荷载的均值为 1288N/m^2 ，标准差为 300N/m^2 ，标准值为 2000N/m^2 ，这一标准值相当于 97.36% 保证率^[17]。因此，以下设计基准期 50a 和 100a 内均采用分位数 0.9736，确定住宅楼面活荷载的标准值。

由图 7 可得，设计基准期 50a 内，持久性活荷载 $S_{\max}=1448\text{N/m}^2$ ，临时性活荷载 $T_{\max}=1683\text{N/m}^2$ ；由图 8 可得，设计基准期 100a 内，持久性活荷载 $S_{\max}=1606\text{N/m}^2$ ，临时性活荷载 $T_{\max}=1930\text{N/m}^2$ 。

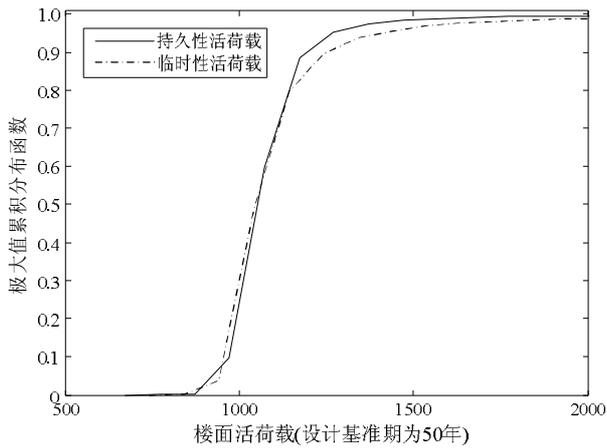


图7 设计基准期 50a 内楼面活荷载的极大值累积分布
Fig.7 Maximum cumulative distribution of the live load on residence floor at design reference period 50 years

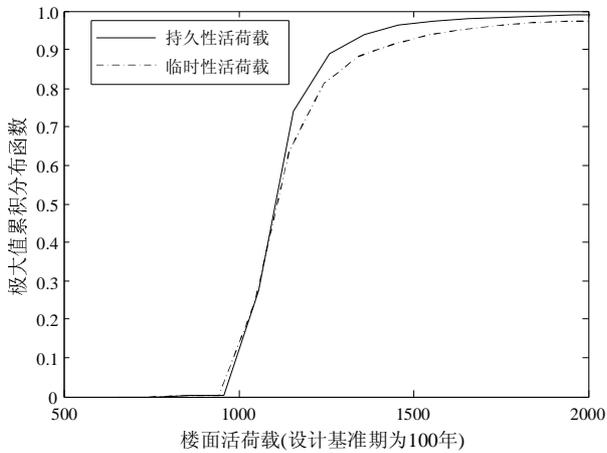


图8 设计基准期 100a 内楼面活荷载的极大值累积分布
Fig.8 Maximum cumulative distribution of the live load on residence floor at design reference period 100 years

通过赋权重的方式计算楼面活荷载的标准值

D :

$$D = wS_{\max} + (1 - w)T_{\max} \quad (20)$$

其中 $w \in [0, 1]$ 。权重 w 的取值与调查的住宅对象有关。

不失一般性, 假设两类活荷载的对应的权重分别取 0.5, 那么

$$T=50a, \text{ 标准值 } D_1=0.5S_{\max}+0.5T_{\max}=1565.5\text{N/m}^2;$$

$$T=100a, \text{ 标准值 } D_2=0.5S_{\max}+0.5T_{\max}=1768\text{N/m}^2.$$

考察不同设计基准期内, 楼面活荷载标准值随 w 的变化情况, 见图 9。

文献[17]中, 设计基准期 50 年和 100 年对应的保证率分别为 99.83%和 99.71%。根据我们所求的标准值和文献[17]中的计算结果, 给出了对应的保证率, 分别为 99.74%和 99.48%。通过分析调查数据, 发现活荷载的均值和方差直接影响标准值对应

的保证率。本文给出的保证率高于现行规范保证率的主要原因是: 住宅面积的增大, 家具数量的减少以及居住人员的减少导致持久性活荷载均值和方差降低^[1]; 家庭临时聚会人口数量的减少以及客厅面积的增大, 使得临时性活荷载的均值和方差大幅降低^[1]。

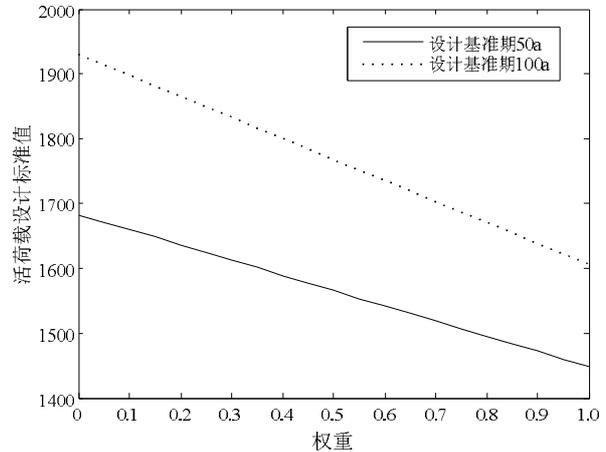


图9 不同设计基准期内楼面活荷载标准值随权重的变化
Fig.9 Variation of characteristic value of live load on residence floor with weight at different design reference periods

4 结论

本文通过 Lévy 稳定分布描述我国西北地区住宅楼面活荷载的累积分布, 给出了一种设计住宅楼面活荷载标准值的统计方法, 得到如下结论:

(1) K-S 检验法表明持久性和临时性楼面活荷载均服从 Lévy 稳定分布。与极值 I 型分布和威布尔分布相比, Lévy 稳定分布的模拟精度最高, 并且稳定指数和倾斜指数能够直接刻画活荷载分布的拖尾性和非对称性。

(2) Lévy 稳定分布的随机数间接确定了活荷载极大值分布。该方法数学简便, 方便工程应用, 并且不依赖大量的调查数据。

(3) 按照 Lévy 随机数确定的活荷载极大值分布和现行规范的保证率, 以赋权重的方式给出了住宅楼面活荷载标准值的取值建议。与现有结果比较后, 表明本文的方法能够有效设计楼面活荷载的标准值。

参考文献:

[1] 牛建刚. 典型住宅结构楼面荷载的调查与统计分析 [D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2004.

Niu Jiangang. Investigation and statistical analysis on

- floor loads of typical residential buildings [D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2004. (in Chinese)
- [2] Sunil Kumar. Live load in office buildings: point-in-time load intensity [J]. *Building and Environment*, 2002, 37: 79–89.
- [3] 吴小强, 姚继涛, 刘雅君. 住宅楼面活荷载的统计分析 & 楼板可靠度的分析 [J]. *工程力学*, 2012, 29(3): 90–94.
Wu Xiaoqiang, Yao Jitao, Liu Yajun. Statistical analysis of live load on residence floor and analysis of residence floor reliability [J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(3): 90–94. (in Chinese)
- [4] GB 50009-2001, 建筑结构荷载规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2001.
GB 50009-2001, Load code for the design of building structures [S]. Beijing: China Architectural and Building Press, 2001. (in Chinese)
- [5] Weron R. Computationally intensive value at risk calculations [M]// Gentle J E, Härdle W, Mori Y, eds. *Handbook of Computational Statistics*. Berlin: Springer, 2004.
- [6] Mariani M C, Bianchini A, Bandini Paola. Normalized truncated Levy walk applied to flexible pavement performance [J]. *Transportation Research Part C*, 2012, 24: 1–8.
- [7] Gonzalez D S, Kuruoglu E E, Rulz D P. Modeling with mixture of symmetric stable distributions using Gibbs sampling [J]. *Signal Processing*, 2010, 90(3): 774–783.
- [8] Ghahfarokhi M A B, Ghahfarokhi P B. Applications of stable distributions in time series analysis, computer sciences and financial markets [J]. *Engineering and Technology*, 2009, 49: 1027–1031.
- [9] Nolan J P. *Stable distributions: Models for heavy tailed data* [M]. Boston: Birkhauser, 2010.
- [10] Liang Y J, Chen W. A survey on numerical evaluation of Lévy stable distributions and a new MATLAB toolbox [J]. *Signal Processing*, 2013, 93(1): 242–251.
- [11] Samorodnitsky G, Taqqu M S. *Stable non-Gaussian random processes: Stochastic models with infinite variance* [M]. Boca Raton: CRC Press, 1994.
- [12] Nolan J P. Parameterizations and modes of stable distributions [J]. *Statistics & Probability Letters*, 1998, 38(2): 187–195.
- [13] Nolan J P. Numerical calculation of stable densities and distribution functions [J]. *Communications in Statistics-Stochastic Models*, 1997, 13(4): 759–774.
- [14] Chambers J M, Mallows C L, Stuck B W. A method for simulating stable random variables [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1976, 71(354): 340–344.
- [15] Koutrouvelis I A. Regression-type estimation of the parameters of stable laws [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1980, 75(372): 918–928.
- [16] Kogon S M, Williams D B. Characteristic function based estimation of stable parameters [M]// Adler R, Feldman R, Taqqu M, eds. *A Practical Guide to Heavy Tails*. Boston: Birkhauser, 1998.
- [17] 牛建刚, 牛荻涛. 住宅结构楼面荷载的调查与统计分析[J]. *西安建筑科技大学学报(自然科学版)*, 2006, 38(2): 214–220.
Niu Jiangang, Niu Ditao. Investigation and statistical analysis on the floor loads of residential buildings [J]. *Journal of Xi'an University of Architecture & Technology (Natural Science Edition)*, 2006, 38(2): 214–220. (in Chinese)
- [18] 陈淮, 葛素娟, 李静斌, 等. 中原地区住宅建筑结构活荷载调查与统计分析[J]. *土木工程学报*, 2006, 39(5): 29–34.
Chen Huai, Ge Sujuan, Li Jingbin, et al. Survey and statistical analysis of live loads of residential buildings in the central plains region [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2006, 39(5): 29–34. (in Chinese)