文章编号: 1001-0920 (2014) 07-1257-05 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2013.0619

基于施密特正交马田系统和 ϕ_s 转换的灰模糊积分关联度决策模型

常志朋[1,2], 程龙生[1]

(1. 南京理工大学 经济管理学院，南京 210094；2. 安徽工业大学 经济学院，安徽 马鞍山 243002)

摘 要: 针对传统灰关联度不能有效处理属性间存在的交互作用问题, 定义了灰模糊积分关联度的概念, 并给出了利用 ϕ_s 函数将属性权重与属性间的交互度转换为 λ 模糊测度的方法; 对于属性权重的计算, 提出一种利用施密特正交马田系统计算属性权重的方法, 该方法不但考虑了决策者的主观偏好, 而且可以消除属性间的重叠信息, 从而使权重的计算更加合理; 构建了灰模糊积分关联度决策模型, 并给出了详细的决策步骤. 最后, 通过实例验证了所提出的决策模型的可行性, 并分析了不同交互度对决策结果的敏感性.

关键词: 灰模糊积分关联度；施密特正交马田系统；ϕ_s 转换

中图分类号: N941.5 **文献标志码:** A

Grey fuzzy integral correlation degree decision model based on Mahalanobis-Taguchi Gram-Schmidt and ϕ_s transformation

CHANG Zhi-peng[1,2], *CHENG Long-sheng*[1]

(1. School of Economics and Management，Nanjing University of Science & Technology，Nanjing 219004，China, 2. School of Economics，Anhui University of Technology，Maanshan 243002，China．Correspondent：CHANG Zhi-peng，E-mail：changzp@126.com)

Abstract: To solve the problem that the traditional grey correlation degree can not effectively deal with the interaction between attributes, the grey fuzzy integral correlation degree is defined. At the same time, a calculation method of fuzzy measures is given. In the method, weights of attributes and the interaction degree between attributes are transformed into λ fuzzy measure with ϕ_s transformation function. A calculation method of weights based on Mahalanobis-Taguchi Gram-Schmidt is proposed, which can not only consider the subjective preference of decision makers, also can eliminate the overlap information between attributes, so that the weights of attributes the method calculated is more reasonable. A decision making model based on grey fuzzy integral correlation degree is presented, and an application example is analyzed. Finally, the example verifies the feasibility of the decision making model, and the sensitivity of the decision result is analyzed based on different interaction degree.

Key words: grey fuzzy integral correlation degree；Mahalanobis-Taguchi Gram-Schmidt；ϕ_s transformation

0 引 言

灰关联度是灰关联分析的基础, 由于它对样本的数量和分布规律不作要求, 并且计算简便, 已广泛地应用于多属性决策、因素分析等领域. 自从我国学者邓聚龙[1]提出了邓氏关联度以来, 大量文献从不同角度提出了很多灰关联度模型, 如绝对关联度[2]、相似性关联度[3]、斜率关联度[4]、振幅关联度[5]、凸关联度[6]等. 但是这些灰关联度模型的研究重点主要集中在灰关联系数的构建上, 而如何将这些灰关联系数进行有效集成, 相关研究则较少. 目前, 常用的灰关联系数集成算子主要有算术平均算子和算术加权平均算子, 但是它们都是基于可加测度的线性算子, 应用它们的前提是属性间相互独立、互不关联. 然而实际应用中, 属性间往往不可避免地存在一定的交互作用或关联作用[7]. 模糊积分是Grabisch[8]于1995年提出的一种定义在模糊测度基础上的非线性集成算子[9],

收稿日期: 2013-05-14；**修回日期:** 2013-08-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71271114, 71303004)；教育部人文社会科学规划基金项目(10YJA630020).

作者简介: 常志朋(1978−), 男, 讲师, 博士生, 从事模式识别、优化算法、多准则决策的研究；程龙生(1964−), 男, 教授, 博士生导师, 从事管理综合评价、多准则决策等研究.

它能够处理属性间存在的交互作用. 为此, 本文定义了灰模糊积分关联度的概念来处理属性间存在的交互作用. 然而, 灰模糊积分关联度应用的基础是模糊测度的确定, 目前常用的模糊测度主要是 λ 模糊测度[10]. 关于 λ 模糊测度的确定方法, 国内外学者做了大量研究, 如最小分割法[11]、遗传算法[12]等, 但是这些方法都是基于最优化的思想, 计算较为复杂. Takahagi[13]提出了一种 ϕ_s 转换法来确定 λ 模糊测度, 该方法利用 ϕ_s 函数将属性的权重与属性间的交互度转换为 λ 模糊测度, 计算较为简单. 但是对于属性权重的计算, 由于属性间不可避免地存在交互作用或关联作用, 导致属性间存在信息重叠, 如果不把这些重叠信息消除, 则确定出来的权重将失真, 进而导致确定的 λ 模糊测度不准确.

针对上述问题, 本文提出一种基于施密特正交马田系统 (MTGS) 的属性权重计算方法. 该方法不但可以利用施密特正交将属性间的重叠信息消除, 而且考虑了决策者的主观偏好, 从而使得权重的计算更加合理.

1 决策模型

1.1 问题描述

设 $Y=\{Y_i|i=1,2,\cdots,m\}$ 为决策方案集, $X=\{x_k|k=1,2,\cdots,n\}$ 为决策属性集, 决策方案 $Y_i\,(i=1,2,\cdots,m)$ 对应决策属性 $x_k\,(k=1,2,\cdots,n)$ 的属性值为 $a_i(x_k)$, 则 Y 对 X 的决策矩阵为

$$A=\begin{bmatrix} a_1(x_1) & a_1(x_2) & \cdots & a_1(x_n)\\ a_2(x_1) & a_2(x_2) & \cdots & a_2(x_n)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_m(x_1) & a_m(x_2) & \cdots & a_m(x_n)\end{bmatrix}.$$

1.2 利用 MTGS 计算属性的权重

马田系统 (MTS)[14]是由日本著名质量工程学家 Taguchi 在质量工程学基础上发展起来的一种模式识别方法. 该方法的一个重要功能是可以利用基于马氏距离的信噪比测度特征变量在分类过程中的重要程度. 然而, MTS 的最大缺陷是无法克服特征变量间存在强相关性问题. 为了克服这一缺陷, Taguchi 等[14]提出了施密特正交马田系统 (MTGS), 该方法通过施密特正交消除特征变量间的相关性, 无需计算相关矩阵的逆矩阵, 因此可以有效地解决特征变量间存在的强相关性问题. MTGS 利用施密特正交消除特征变量间的重叠信息, 能够更加准确地测度特征变量在分类过程中的重要程度. 根据这一原理, 本文提出利用 MTGS 计算决策属性 $x_k(k=1,2,\cdots,n)$ 的权重, 具体步骤如下.

1) 根据重要性, 由决策者对属性进行重新排序. 不失一般性, 设重新排序后的属性为 $x'_1\succ x'_2\succ\cdots\succ x'_n$, 并将决策矩阵 A 中的列向量重新排序, 得到决策矩阵

$$A'=\begin{bmatrix} a_1(x'_1) & a_1(x'_2) & \cdots & a_1(x'_n)\\ a_2(x'_1) & a_2(x'_2) & \cdots & a_2(x'_n)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_m(x'_1) & a_m(x'_2) & \cdots & a_m(x'_n)\end{bmatrix}.$$

2) 根据 A' 构建异常样品矩阵

$$B=\begin{bmatrix} b_1(x'_1) & b_1(x'_2) & \cdots & b_1(x'_n)\\ b_2(x'_1) & b_2(x'_2) & \cdots & b_2(x'_n)\end{bmatrix}.$$

其中

$$b_1(x'_k)=\max_{1\leqslant i\leqslant m}a_i(x'_k),\ b_2(x'_k)=\min_{1\leqslant i\leqslant m}a_i(x'_k).$$

3) 根据 B 计算决策属性 $x'_k\,(k=1,2,\cdots,n)$ 的均值和标准差

$$\hat{\mu}(x'_k)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}b_i(x'_k),$$

$$\hat{s}(x'_k)=\sqrt{\sum_{i=1}^{2}[b_i(x'_k)-\hat{\mu}(x'_k)]^2},$$

并利用式 $z_i(x'_k)=\dfrac{a_i(x'_k)-\hat{\mu}(x'_k)}{\hat{s}(x'_k)}$ 对矩阵 A' 进行标准化, 得到矩阵 $Z=[z_i(x'_k)]_{m\times n}$.

4) 对 Z 中各列向量进行施密特正交化, 记 $Z_k=(z_1(x'_k),z_2(x'_k),\cdots,z_m(x'_k))^{\mathrm{T}}$, $k=1,2,\cdots,n$, 有

$$\begin{cases} V_1=Z_1,\\ V_2=Z_2-\dfrac{Z_2^{\mathrm{T}}V_1}{V_1^{\mathrm{T}}V_1}V_1,\\ \quad\vdots\\ V_n=Z_n-\dfrac{Z_n^{\mathrm{T}}V_1}{V_1^{\mathrm{T}}V_1}V_1-\cdots-\dfrac{Z_n^{\mathrm{T}}V_{n-1}}{V_{n-1}^{\mathrm{T}}V_{n-1}}V_{n-1}.\end{cases}$$

从而得到正交化矩阵 $V=[v_i(x'_k)]_{m\times n}$. 经过施密特正交后, 属性间的重叠信息被消除.

5) 为便于计算马氏距离, 利用下式对矩阵 V 进行转化:

$$p_i(x'_k)=\frac{v_i^2(x'_k)}{s^2(x'_k)}.\tag{1}$$

其中

$$s^2(x'_k)=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}[v_i(x'_k)-\mu(x'_k)]^2,$$

$$\mu(x'_k)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}v_i(x'_k).$$

从而得到矩阵 $P=[p_i(x'_k)]_{m\times n}$.

6) 为保证信噪比非负, 利用

$$d_i(x'_k)=\frac{p_i(x'_k)}{\max\limits_{1\leqslant i\leqslant m}\max\limits_{1\leqslant k\leqslant n}p_i(x'_k)}\tag{2}$$

对矩阵 P 进行规范化, 得到 $D=[d_i(x'_k)]_{m\times n}$. 然后, 计算决策属性 $x'_k(k=1,2,\cdots,n)$ 的信噪比

$$\eta(x'_k) = -10\lg\Big[\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} d_i(x'_k)\Big]. \tag{3}$$

经归一化可得决策属性 $x'_k(k=1,2,\cdots,n)$ 的权重为

$$w(x'_k) = \eta(x'_k)\Big/\sum_{k=1}^{n}\eta(x'_k). \tag{4}$$

1.3 利用 ϕ_s 转换函数计算属性集的 λ 模糊测度

为了有效描述属性间的交互作用, Sugeno[10]提出了模糊测度的概念.

定义 1　设 $X=\{x_k|k=1,2,\cdots,n\}$ 为有限集, $P(X)$ 为 X 的幂集, $(X,P(X))$ 是一可测空间, $g: P(X)\to[0,1]$ 是一组集函数, 如果具有以下性质:

1) $g(\varnothing)=0, g(X)=1$;

2) $\forall A,B\in P(X)$, 若 $A\subseteq B$, 有 $g(A)\leqslant g(B)$, 则函数 g 称为模糊测度. 如果还满足以下条件:

对于 $\forall A,B\in P(X), A\bigcap B=\varnothing$, 存在 $\lambda>-1$ 使得

$$g(A\bigcup B)=g(A)+g(B)+\lambda g(A)g(B), \tag{5}$$

则称 g 为 λ 模糊测度. λ 表示属性间的交互程度: 当 $\lambda=0$ 时, 所有属性之间是相互独立的; 当 $-1<\lambda<0$ 时, 所有属性之间存在着消极合作; 当 $\lambda>0$ 时, 所有属性之间存在着积极合作.

定义 2　称 $\phi_s:[0,1]\times[0,1]\to[0,1]$ 为 ϕ_s 转换, 如果有[15]

$$\phi_s(\xi,w)=\begin{cases}1,\ \xi=1,\ w>0;\\ 0,\ \xi=1,\ w=0;\\ 1,\ \xi=0,\ w=1;\\ 0,\ \xi=0,\ w<1;\\ \dfrac{((1-\xi)^2/\xi^2)^w-1}{((1-\xi)^2/\xi^2)-1},\ 其他.\end{cases}$$

由此可以计算属性集 T 的 λ 模糊测度, 即

$$g_\xi(T)=\phi_s\Big(\xi,\sum_{x_k\in T}w(x_k)\Big),\ \forall T\in P(X), \tag{6}$$

其中 $\xi=1/(\sqrt{1+\lambda}+1)$ 为 T 中属性间的交互度.

1.4 灰模糊积分关联度

定义 3　设 $X=\{x_k|k=1,2,\cdots,n\}$ 为多元系统的 n 个特征变量, 其行为序列为

$$\begin{cases}Y_0=(y_0(x_1),y_0(x_2),\cdots,y_0(x_n)),\\ Y_1=(y_1(x_1),y_1(x_2),\cdots,y_1(x_n)),\\ \qquad\vdots\\ Y_m=(y_m(x_1),y_m(x_2),\cdots,y_m(x_n)).\end{cases}$$

称 $\gamma_{0i}(x_k)=\dfrac{\varDelta^-+\rho\varDelta^+}{\varDelta_{0i}(x_k)+\rho\varDelta^+}$ 为 Y_0 与 Y_i 在特征变量 x_k 上的灰关联系数, $\rho\in(0,1)$ 为分辨系数, 一般取 $\rho=0.5$. 其中

$$\begin{cases}\varDelta^-=\min\limits_{1\leqslant i\leqslant m}\min\limits_{1\leqslant k\leqslant n}|y_0(x_k)-y_i(x_k)|,\\ \varDelta^+=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant m}\max\limits_{1\leqslant k\leqslant n}|y_0(x_k)-y_i(x_k)|,\\ \varDelta_{0i}(x_k)=|y_0(x_k)-y_i(x_k)|.\end{cases}$$

为有效处理属性间的交互作用, 利用 Choquet 模糊积分算子[8]对灰关联系数进行集成, 并定义灰模糊积分关联度.

定义 4　多元系统的行为序列 Y_0 与 Y_i 关于 g 的灰模糊积分关联度为

$$\int\gamma(Y_0,Y_i)\mathrm{d}g=\sum_{k=1}^{n}[\gamma_{0i}(x_{(k)})-\gamma_{0i}(x_{(k-1)})]g(X_{(k)}).$$

其中: (k) 为按 $\gamma_{0i}(x_{(1)})\leqslant\gamma_{0i}(x_{(2)})\leqslant\cdots\leqslant\gamma_{0i}(x_{(n)})$ 排序后的下标, $X_{(k)}=\{x_{(k)},x_{(k+1)},\cdots,x_{(n)}\}$, $\gamma_{0i}(x_{(0)})=0$.

1.5 决策步骤

Step 1: 利用 MTGS 计算决策属性的权重.

Step 2: 利用 ϕ_s 转换函数计算决策属性集的 λ 模糊测度.

Step 3: 将决策矩阵 A 转化为无量纲规范化矩阵 $Y=[y_i(x_k)]_{m\times n}$. 对于效益型决策属性

$$y_i(x_k)=\frac{a_i(x_k)-\min\limits_{1\leqslant i\leqslant m}a_i(x_k)}{\max\limits_{1\leqslant i\leqslant m}a_i(x_k)-\min\limits_{1\leqslant i\leqslant m}a_i(x_k)}; \tag{7}$$

对于成本型决策属性

$$y_i(x_k)=\frac{\max\limits_{1\leqslant i\leqslant m}a_i(x_k)-a_i(x_k)}{\max\limits_{1\leqslant i\leqslant m}a_i(x_k)-\min\limits_{1\leqslant i\leqslant m}a_i(x_k)}. \tag{8}$$

由矩阵 Y 确定理想方案为

$$Y_0=(\max_{1\leqslant i\leqslant m}y_i(x_1),\max_{1\leqslant i\leqslant m}y_i(x_2),\cdots,\max_{1\leqslant i\leqslant m}y_i(x_n)).$$

Step 4: 计算各决策方案与理想方案的灰关联系数矩阵.

Step 5: 计算各决策方案与理想方案的灰模糊积分关联度并排序.

2 算例分析

在武器装备系统引进过程中, 为了从 5 种不同型号 (Y_1,Y_2,Y_3,Y_4,Y_5) 的飞机中选出综合效能最佳的飞机, 选取购买费用 (x_1)、最大负荷 (x_2)、最大速度 (x_3)、飞行范围 (x_4) 和可靠性 (x_5) 为决策属性, 其决策矩阵为

$$A=\begin{bmatrix}5.5 & 20\,000 & 2.0 & 1\,500 & 5\\ 6.5 & 18\,000 & 2.5 & 2\,700 & 3\\ 4.5 & 21\,000 & 1.8 & 2\,000 & 7\\ 5.0 & 20\,000 & 2.2 & 1\,800 & 5\\ 5.3 & 19\,750 & 2.1 & 2\,100 & 6\end{bmatrix}.$$

Step 1　利用 MTGS 计算决策属性的权重.

根据重要性, 由专家对决策属性集进行重新排

序, 有 $x_5 \succ x_3 \succ x_4 \succ x_2 \succ x_1 = x_1' \succ x_2' \succ x_3' \succ x_4' \succ x_5'$, 并将决策矩阵 A 中的列向量重新排序, 得

$$A' = \begin{bmatrix} 5 & 2.0 & 1\,500 & 20\,000 & 5.5 \\ 3 & 2.5 & 2\,700 & 18\,000 & 6.5 \\ 7 & 1.8 & 2\,000 & 21\,000 & 4.5 \\ 5 & 2.2 & 1\,800 & 20\,000 & 5.0 \\ 6 & 2.1 & 2\,100 & 19\,750 & 5.3 \end{bmatrix}.$$

由 A' 确定异常样品矩阵

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 2.5 & 2\,700 & 21\,000 & 6.5 \\ 3 & 1.8 & 1\,500 & 18\,000 & 4.5 \end{bmatrix}.$$

再由矩阵 B 计算决策属性的均值和方差, 并对矩阵 A' 进行标准化, 有

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & -0.303\,0 & -0.707\,1 & 0.235\,7 & 0 \\ -0.707\,1 & 0.707\,1 & 0.707\,1 & -0.707\,1 & 0.707\,1 \\ 0.707\,1 & -0.707\,1 & -0.117\,9 & 0.707\,1 & -0.707\,1 \\ 0 & 0.101\,0 & -0.353\,6 & 0.235\,7 & -0.353\,6 \\ 0.353\,6 & -0.101\,0 & 0 & 0.117\,9 & -0.141\,4 \end{bmatrix}.$$

对矩阵 Z 进行施密特正交化, 有

$$V = \begin{bmatrix} 0 & -0.303\,0 & -0.277\,9 & -0.037\,1 & 0.047\,3 \\ -0.707\,1 & 0.056\,1 & 0.260\,9 & 0.059\,2 & 0.055\,4 \\ 0.707\,1 & -0.056\,1 & 0.328\,3 & 0.112\,4 & -0.028\,4 \\ 0 & 0.101\,0 & -0.496\,7 & 0.155\,0 & 0.006\,7 \\ 0.353\,6 & 0.224\,5 & -0.134\,7 & -0.106\,5 & 0.054\,1 \end{bmatrix}.$$

由矩阵 V 计算各决策属性的标准差, 并利用式 (1) 对矩阵 V 进行转化, 即

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 2.312\,6 & 0.620\,8 & 0.119\,7 & 1.598\,1 \\ 1.818\,1 & 0.079\,3 & 0.547\,2 & 0.304\,8 & 2.192\,3 \\ 1.818\,1 & 0.079\,3 & 0.866\,4 & 1.098\,6 & 0.576\,1 \\ 0 & 0.257\,0 & 1.983\,2 & 2.089\,1 & 0.032\,1 \\ 0.454\,7 & 1.269\,5 & 0.145\,9 & 0.986\,3 & 2.090\,6 \end{bmatrix}.$$

利用式 (2) 对矩阵 P 进行规范化处理, 有

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.268\,4 & 0.051\,8 & 0.691\,0 \\ 0.786\,2 & 0.034\,3 & 0.236\,6 & 0.131\,8 & 0.948\,0 \\ 0.786\,2 & 0.034\,3 & 0.374\,6 & 0.475\,0 & 0.249\,1 \\ 0 & 0.111\,1 & 0.857\,6 & 0.903\,4 & 0.013\,9 \\ 0.196\,6 & 0.548\,9 & 0.063\,1 & 0.426\,5 & 0.904\,0 \end{bmatrix}.$$

利用式 (3) 计算决策属性 $x_k'\,(k = 1, 2, \cdots, n)$ 的重要程度, 有

$$\eta(x_1') = 4.512\,4,\ \eta(x_2') = 4.612\,8,\ \eta(x_3') = 4.436\,3,$$
$$\eta(x_4') = 4.004\,4,\ \eta(x_5') = 2.508\,8.$$

对各决策属性的重要程度进行归一化, 并根据排序前后的属性对应关系, 得到各决策属性的权重为

$$w(x_1) = 0.125\,0,\ w(x_2) = 0.199\,4,\ w(x_3) = 0.229\,8,$$
$$w(x_4) = 0.221\,0,\ w(x_5) = 0.224\,8.$$

Step 2 利用式 (6) 计算决策属性集 X 任意子集 T 的模糊测度 (以 $\lambda = -0.99$ 为例), 如表 1 所示.

表 1 $\lambda = -0.99$ 时, T 的模糊测度值

T	$g(T)$	T	$g(T)$
$\{\phi\}$	0	$\{1,2,3\}$	0.931 4
$\{1\}$	0.442 1	$\{1,2,4\}$	0.928 2
$\{2\}$	0.606 9	$\{1,2,5\}$	0.929 6
$\{3\}$	0.659 5	$\{1,3,4\}$	0.938 8
$\{4\}$	0.645 0	$\{1,3,5\}$	0.940 1
$\{5\}$	0.651 4	$\{1,4,5\}$	0.937 2
$\{1,2\}$	0.783 4	$\{2,3,4\}$	0.959 5
$\{1,3\}$	0.813 0	$\{2,3,5\}$	0.960 4
$\{1,4\}$	0.804 8	$\{2,4,5\}$	0.958 3
$\{1,5\}$	0.808 4	$\{3,4,5\}$	0.965 1
$\{2,3\}$	0.870 2	$\{1,2,3,4\}$	0.981 7
$\{2,4\}$	0.864 4	$\{1,2,3,5\}$	0.982 2
$\{2,5\}$	0.866 9	$\{1,2,4,5\}$	0.981 0
$\{3,4\}$	0.883 4	$\{1,3,4,5\}$	0.984 8
$\{3,5\}$	0.885 6	$\{2,3,4,5\}$	0.992 1
$\{4,5\}$	0.880 4	$\{1,2,3,4,5\}$	1

Step 3 利用式 (7) 和 (8) 对决策矩阵 A 进行规范化, 有

$$Y = \begin{bmatrix} 0.285\,7 & 0 & 0.666\,7 & 0.500\,0 & 0.500\,0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.416\,7 & 1 & 1 & 1 \\ 0.571\,4 & 0.250\,0 & 0.666\,7 & 0.750\,0 & 0.500\,0 \\ 0.428\,6 & 0.500\,0 & 0.583\,3 & 0.600\,0 & 0.750\,0 \end{bmatrix},$$

并确定理想方案为 $A_0 = (1, 1, 1, 1, 1)$.

Step 4 计算各决策方案与理想方案的灰关联系数矩阵

$$\gamma = \begin{bmatrix} 0.411\,8 & 0.333\,3 & 0.600\,0 & 0.500\,0 & 0.500\,0 \\ 1 & 1 & 0.333\,3 & 0.333\,3 & 0.333\,3 \\ 0.333\,3 & 0.461\,6 & 1 & 1 & 1 \\ 0.538\,4 & 0.400\,0 & 0.600\,0 & 0.666\,7 & 0.500\,0 \\ 0.466\,7 & 0.500\,0 & 0.545\,4 & 0.555\,6 & 0.666\,7 \end{bmatrix}.$$

Step 5 计算理想方案与各决策方案在不同交互度 λ 下的灰模糊积分关联度.

以 $\lambda = -0.99$ 为例 (其他见表 2) 说明灰模糊积分关联度的计算过程, 有

$$\int \gamma(Y_0, Y_1)\mathrm{d}g =$$
$$(0.333\,3 - 0) \times g_{21453} + (0.411\,8 -$$
$$0.333\,3) \times g_{1453} + (0.5 - 0.411\,8) \times g_{453} +$$
$$(0.5 - 0.5) \times g_{53} + (0.6 - 0.5) \times g_3 = 0.561\,7,$$
$$\int \gamma(Y_0, Y_2)\mathrm{d}g = 0.855\,6,\ \int \gamma(Y_0, Y_3)\mathrm{d}g = 0.980\,2,$$
$$\int \gamma(Y_0, Y_4)dg = 0.632\,0,\ \int \gamma(Y_0, Y_5)\mathrm{d}g = 0.624\,9.$$

表 2　灰模糊积分关联度

λ	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
−0.99	0.5617	0.8556	0.9802	0.6320	0.6249
−0.5	0.4956	0.6018	0.8527	0.5625	0.5684
0	0.4787	0.5496	0.8093	0.5447	0.5560
1	0.4615	0.5014	0.7618	0.5266	0.5440
10	0.4221	0.4118	0.6432	0.4863	0.5188
100	0.3850	0.3564	0.5208	0.4498	0.4977

表 3 给出了方案排序结果. 从表 3 可以看出, 最佳方案为 Y_3. 因为当决策属性间分别表现为消极合作、相互独立、积极合作时, 方案 Y_3 的灰模糊积分关联度值都可以达到最大, 表明方案 Y_3 的适应性较强且稳定.

表 3　方案排序

λ	排序
−0.99	$Y_3 \succ Y_2 \succ Y_4 \succ Y_5 \succ Y_1$
−0.5	$Y_3 \succ Y_2 \succ Y_5 \succ Y_4 \succ Y_1$
0	$Y_3 \succ Y_5 \succ Y_2 \succ Y_4 \succ Y_1$
1	$Y_3 \succ Y_5 \succ Y_4 \succ Y_2 \succ Y_1$
10	$Y_3 \succ Y_5 \succ Y_4 \succ Y_1 \succ Y_2$
100	$Y_3 \succ Y_5 \succ Y_4 \succ Y_1 \succ Y_2$

3　结　论

本文提出利用 Choquet 模糊积分算子对灰关联系数进行集成, 从而使灰关联度模型能够处理属性间存在的交互作用, 丰富了灰关联度理论. 另外, 针对利用 ϕ_s 转换函数确定模糊测度需要计算决策属性的权重问题, 提出了一种基于施密特正交马田系统的权重计算方法, 该方法不但考虑了决策者对属性权重的主观偏好, 而且可以消除属性间重叠的信息, 使权重的计算更加合理. 在此基础上, 构建了灰模糊积分关联度决策模型, 并通过实例验证了该决策模型的可行性和有效性.

参考文献(References)

[1] 邓聚龙. 灰色系统的基本方法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1987: 75-106.
(Deng J L. The basic methods of grey system[M]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology Press, 1987: 75-106.)

[2] 梅振国. 灰色绝对关联度及其计算方法[J]. 系统工程, 1995, 10(5): 43-44.
(Mei Z G. The concept and computation method of grey absolute correlation degree[J]. Systems Engineering, 1992, 10(5): 43-44.)

[3] 马保国, 成国庆. 一种相似性关联度公式[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(7): 69-71.
(Ma B G, Cheng G Q. A formula of similarity correlation degree[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2000, 20(7): 69-71.)

[4] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 灰色斜率关联度的改进[J]. 中国工程科学, 2004, 6(3): 41-44.
(Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Improvement on degree of grey slope incidence[J]. Engineering Science, 2004, 6(3): 41-44.)

[5] 施红星, 刘思峰, 方志耕, 等. 灰色振幅关联度模型[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(10): 1828-1833.
(Shi H X, Liu S F, Fang Z G, et al. Grey amplitude incidence model[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2010, 30(10): 1828-1833.)

[6] 吴利丰, 王义闹, 刘思峰. 灰色凸关联及其性质[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(7): 1501-1505.
(Wu L F, Wang Y N, Liu S F. Grey convex relation and its properties[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2012, 32(7): 1501-1505.)

[7] 武建章, 张强. 基于 2- 可加模糊测度的多准则决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(7): 1229-1237.
(Wu J Z, Zhang Q. Multicriteria decision making method based on 2-order additive fuzzy measures[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2010, 30(7): 1229-1237.)

[8] Grabisch M. Fuzzy integral in multicriteria decision making[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1995, 69(3): 279-298.

[9] Ishii K, Sugeno M. A model of human evaluation process using fuzzy measure[J]. Int J of Man-Machine Studies, 1985, 22(1): 19-38.

[10] Sugeno M. Theory of fuzzy integral and its applications[D]. Tokyo: Tokyo Institute of Technology, 1974.

[11] Grabisch M, Kojadinovic I, Meyer P. A review of methods for capacity identification in Choquet integral based multi-attribute utility theory: Applications of the Kappalab R package[J]. European J of Operational Research, 2008, 186(2): 766-785.

[12] Lee K M, Leekwang H. Identification of λ fuzzy measure by genetic algorithms[J]. Fuzzy Set and Systems, 1995, 75(3): 301-309.

[13] Takahagi E. On identification methods of λ-fuzzy measures using weights and λ[J]. Japanese J of Fuzzy Sets and Systems, 2000, 12(5): 665-676.

[14] Taguchi G, Jugulum R. The Mahalanobis-Taguchi strategy: A pattern technology system[M]. New York: John Wiley & Sons, 2002: 19-57.

[15] Takahagi E. A fuzzy measure identification method by diamond pairwise comparisons and ϕ_s transformation[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2008, 7(3): 219-232.

(责任编辑: 李君玲)