

机器人系统终端滑模重复学习轨迹跟踪控制

田慧慧, 苏玉鑫

(西安电子科技大学 机电工程学院, 西安 710071)

摘要: 针对非线性机器人系统的轨迹跟踪问题, 提出一种终端滑模重复学习混合控制方案. 该方案综合了重复学习控制和终端滑模技术的特性, 能够有效跟踪周期性参考信号, 抑制周期性和非周期性动态的干扰, 具有较强的鲁棒性和良好的轨迹跟踪性能, 且算法的实现不需要完全已知系统模型信息. 应用 Lyapunov 稳定性理论证明了闭环系统的全局渐近稳定性. 三自由度机器人系统数值仿真结果验证了所提出的终端滑模重复学习控制的有效性.

关键词: 机器人控制; 轨迹跟踪; 重复学习控制; 终端滑模; 全局渐近稳定性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Terminal sliding mode repetitive learning tracking control of robotic manipulators

TIAN Hui-hui, SU Yu-xin

(School of Electro-Mechanical Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China. Correspondent: TIAN Hui-hui, E-mail: yezifairy@163.com)

Abstract: In order to make a robot precisely track desired periodic trajectories, a terminal sliding mode based repetitive learning control method is proposed, which incorporates characteristics of terminal sliding mode control into repetitive learning control. The hybrid control schemes utilize learning-based feedforward terms to compensate for periodic dynamics and terminal sliding mode-based feedback terms to compensate for nonperiodic dynamics. Advantages of the proposed control include the absence of model parameter in the control law formulation and improved robustness and tracking performance compared with the conventional approaches. The Lyapunov's direct method is employed to prove global asymptotic tracking. Simulation results on a three degree-of-freedom(DOF) robot illustrate the effectiveness of the proposed scheme.

Key words: robot control; tracking; repetitive learning control; terminal sliding mode; global asymptotic stability

0 引言

重复学习控制是一种源于内模原理的控制方案. 内模原理指出, 如果某一信号可以视为一个自治系统的参考信号, 将这一信号的模型设置在闭环系统中, 则反馈系统可实现对这一参考信号的完全跟踪^[1]. 因而, 重复学习控制能够精确跟踪周期性参考输入和抑制周期性扰动. 机器人系统经常需要执行具有重复性质的控制任务(如装配、喷涂、搬运工业机器人等). 综合考虑机器人系统周期性运动的特点和重复学习控制的特性, 近年来, 将重复学习控制应用于机器人系统高精度运动控制的研究受到众多学者的关注, 取得了大量的研究成果^[2-7].

文献[3]提出的基于线性滑模的重复学习控制器

获得了较强的鲁棒性, 但积分型学习律计算较为复杂, 控制器的实现需要占用大量的存储空间. 文献[4]将自适应方法与重复学习控制相结合, 提出一种混合控制方案, 可同时抑制非周期性和周期性干扰, 但对信号有界性的证明不够明确. 文献[5]提出一种修正的重复学习律, 应用 Lyapunov 直接分析方法证明了学习信号的有界性. 文献[6]提出一类有限维重复学习控制方案, 对系统的无源性分析保证了闭环系统对模型不确定性和外扰的鲁棒性; 随后, 文献[7]将该方案的应用推广到一大类非线性系统.

机器人系统是一个典型的多输入多输出的非线性系统, 它具有强耦合和高度非线性的动力学特性. 内部参数的不确定性以及外部扰动均会对机器人

收稿日期: 2013-05-03; 修回日期: 2013-08-21.

作者简介: 田慧慧(1987—), 女, 博士生, 从事机器人控制与学习控制的研究; 苏玉鑫(1969—), 男, 教授, 博士生导师, 从事机器人控制与自动化等研究.

系统的高精度运动控制产生影响,因而具有强鲁棒性的终端滑模控制被广泛应用于机器人系统中^[8-11]. 终端滑模控制使系统在滑动阶段实现了有限时间稳定,相比于传统的线性滑模可获得更快的响应速度和更高的轨迹跟踪精度. 但是,目前绝大多数终端滑模控制方案的实现都需要完全已知系统动力学模型,不易于工程应用.

本文综合重复学习控制和终端滑模技术的特性,提出一种简单易行的有限维终端滑模重复学习控制算法,用于非线性机器人系统对周期性参考信号的轨迹跟踪控制. 有限维重复学习控制为前馈补偿部分,能够完全跟踪特定频率内的周期性参考信号;终端滑模为反馈部分,可同时抑制周期性和非周期性干扰. 两类控制技术的融合可使闭环系统获得更快的响应速度和更高的轨迹跟踪精度以及更强的鲁棒性,且算法的实现不需要完全基于系统模型信息.

1 机器人系统动力学模型与特性

含 n 自由度旋转关节的非线性机器人系统的动力学模型可描述为^[11]

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + \tau_d. \quad (1)$$

其中: $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbf{R}^n$ 分别为关节位置、速度和加速度矢量; $M(q) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为对称正定惯性矩阵; $C(q, \dot{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为哥氏力和离心力矩阵; $g(q) \in \mathbf{R}^n$ 为重力矢量; $\tau \in \mathbf{R}^n$ 为控制力矩矢量; $\tau_d \in \mathbf{R}^n$ 为外部扰动,且 $\|\tau_d\| \leq d$.

非线性机器人系统 (1) 通常具有如下结构特性.

特性 1^[5-7] 惯性矩阵 $M(q)$ 对称正定且有界,即

$$\lambda_m(M)\|\xi\|^2 \leq \xi^T M(q)\xi \leq \lambda_M(M)\|\xi\|^2, \forall \xi \in \mathbf{R}^n. \quad (2)$$

其中: $\lambda_M(\cdot)$ 和 $\lambda_m(\cdot)$ 分别表示对称正定矩阵的最大和最小特征值, $\|\cdot\|$ 表示标准的欧几里得范数.

特性 2^[5-7] $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ 为反对称矩阵,即

$$\xi^T (\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}))\xi = 0, \forall q, \dot{q}, \xi \in \mathbf{R}^n. \quad (3)$$

特性 3^[5-7] 存在正常数 ζ_c 和 ζ_g 使得下式成立:

$$\|C(q, \dot{q})\| \leq \zeta_c \|\dot{q}\|, \|g(q)\| \leq \zeta_g, \forall q, \dot{q} \in \mathbf{R}^n. \quad (4)$$

特性 4^[5-7] 哥氏力和离心力矩阵 $C(q, \dot{q})$ 满足如下关系:

$$C(q, \xi)v = C(q, v)\xi, \forall \xi, v \in \mathbf{R}^n. \quad (5)$$

为便于分析,首先定义矢量 $\text{Tanh}(\cdot) \in \mathbf{R}^n$ 和 $\text{Sgn}(\cdot) \in \mathbf{R}^n$ 分别为

$$\text{Tanh}(\xi) = [\tanh(\xi_1), \dots, \tanh(\xi_n)]^T, \quad (6)$$

$$\text{Sgn}(\xi) = [\text{sgn}(\xi_1), \dots, \text{sgn}(\xi_n)]^T. \quad (7)$$

其中: $\xi = [\xi_1, \dots, \xi_n]^T \in \mathbf{R}^n$; $\tanh(\cdot)$, $\text{sgn}(\cdot) \in \mathbf{R}$ 分别为双曲正切函数和标准的符号函数.

特性 5^[12] 对于任意的 $\xi, v \in \mathbf{R}^n$, 存在正的常数 ς_m 、 ς_g 和 ς_c , 使得下式成立:

$$\|M(\xi) - M(v)\| \leq \varsigma_m \|\text{Tanh}(\xi - v)\|,$$

$$\|g(\xi) - g(v)\| \leq \varsigma_g \|\text{Tanh}(\xi - v)\|,$$

$$\|C(\xi, \dot{q}) - C(v, \dot{q})\| \leq \varsigma_c \|\dot{q}\| \|\text{Tanh}(\xi - v)\|. \quad (8)$$

2 控制器设计

2.1 控制目标

周期为 T 的 C^2 光滑的连续参考信号 $q_d(t)$ 满足下列条件:

$$\frac{d^i q_d(t)}{dt^i} \in l_\infty, i = 0, 1, 2, 3; \quad (9)$$

$$q_d(t) = q_d(t - T), \dot{q}_d(t) = \dot{q}_d(t - T),$$

$$\ddot{q}_d(t) = \ddot{q}_d(t - T). \quad (10)$$

其中 T 为已知常数.

对于参考信号为 $q_d(t)$ 的系统, 其周期性参考输入 $w_d(t)$ 有如下形式^[5]:

$$w_d = M(q_d)\ddot{q}_d + C(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d + g(q_d), \quad (11)$$

$$w_d(t) = w_d(t - T), \quad (12)$$

且 $w_d(t)$ 可以用无限傅里叶级数展开为^[6]

$$w_d(t) = \bar{a}_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [\bar{a}_k \cos(k\omega t) + \bar{b}_k \sin(k\omega t)]. \quad (13)$$

其中: $\omega = (2\pi/T)$ 为基频, \bar{a}_0 、 \bar{a}_k 和 \bar{b}_k 为未知常矢量.

注 1 由机器人特性 1 和特性 3 以及式 (11) 可知, $w_d(t)$ 有如下上界:

$$|w_{di}(t)| \leq \beta_i, i = 1, 2, \dots, n, \quad (14)$$

其中 $\beta = [\beta_1, \dots, \beta_n] \in \mathbf{R}^n$ 为已知的有界正常数矢量.

定义轨迹跟踪误差为

$$e = q_d - q, \dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q}. \quad (15)$$

本文考虑设计不基于模型信息的有限维终端滑模重复学习控制律 τ , 使得对于任意初值 $(e(0), \dot{e}(0))$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时 $e(t) \rightarrow 0$ 和 $\dot{e}(t) \rightarrow 0$.

2.2 有限维终端滑模重复学习控制律

首先定义终端滑模矢量 $s \in \mathbf{R}^n$ 为

$$s = \dot{e} + \alpha \text{Sig}(e)^\gamma. \quad (16)$$

其中: 滑模增益 $\alpha \in \mathbf{R}$ 为正常数; $\gamma = q_0/p_0$, $q_0, p_0 > 0$ 为正奇数, 且 $q_0 < p_0 < 2q_0$; $\text{Sig}(e)^\gamma = [|e_1|^\gamma \text{sgn}(e_1), \dots, |e_n|^\gamma \text{sgn}(e_n)]^T$.

注 2 s 的第 i 个分量可以写为

$$s_i = \dot{e}_i + \alpha |e_i|^\gamma \text{sgn}(e_i). \quad (17)$$

根据有限时间稳定的定义^[11], 对于任意初值 $e_i(0) = e_{i0}$, 方程 (17) 的平衡点 $e_i = 0$ 是全局有限时间稳定的,

即 e_i 在时间 T_0 内收敛为 0, 当 $t > T_0$ 时 $e_i = 0$, 其中

$$T_0 = \frac{1}{\alpha(1-\gamma)} |e_0|^{1-\gamma}. \quad (18)$$

注 3 $\text{Sig}(e)^\gamma$ 的第 i 个分量 $|e_i|^\gamma \text{sgn}(e_i)$ 有如下性质:

$$(|e_i|^\gamma \text{sgn}(e_i))^2 \geq (\tanh(e_i))^2. \quad (19)$$

注 4 $\text{Sig}(e)^\gamma$ 的第 i 个分量的微分为 $\gamma|e_i|^{\gamma-1}\dot{e}_i$, 由于 $\gamma - 1 < 0$, 当 $e_i = 0$ 时会出现奇异. 为了避免奇异性, 定义 $e_r \in \mathbf{R}^n$ 为

$$e_{ri} = \begin{cases} \gamma|e_i|^{\gamma-1}\dot{e}_i, & e_i \neq 0; \\ 0, & e_i = 0; \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (20)$$

则

$$\dot{s} = \ddot{e} + \alpha e_r. \quad (21)$$

将式(21)两侧同时乘以 $M(q)$, 应用式(1)和(15), 经过一些代数变换, 可得以 s 表示的开环系统的误差方程为

$$M(q)\dot{s} = -C(q, \dot{q})s + \chi + \alpha M(q)e_r + w_d - \tau_d - \tau. \quad (22)$$

其中: w_d 如式(11)所定义, $\chi(t) \in \mathbf{R}^n$ 定义为

$$\chi = M(q)\ddot{q}_d + C(q, \dot{q})(\dot{q}_d + \alpha \text{Sig}(e)^\gamma) + g(q) - w_d. \quad (23)$$

应用机器人特性 1、特性 3 和特性 5 以及式(9)、(15)、(16)和(19), 可以很容易证明 $\chi(\cdot)$ 具有如下的上界:

$$\|\chi\| \leq \zeta_1 \|h\| + \zeta_2 \|h\|^2. \quad (24)$$

其中: ζ_1, ζ_2 为依赖于机器人系统和参考信号的正常数, $h(\cdot) \in \mathbf{R}^{2n}$ 定义为

$$h = [\text{Sig}^\text{T}(e)^\gamma \quad s^\text{T}]^\text{T}. \quad (25)$$

对于开环误差系统(22), 本文提出如下不需要完全已知系统模型信息的有限维终端滑模重复学习控制律:

$$\tau = \tau_0 + \tau_1; \quad (26)$$

$$\tau_0 = Q_0 z_0 + \sum_{k=1}^N Q_k \dot{z}_k + K^M e_r; \quad (27)$$

$$\ddot{z}_k + k^2 \omega^2 z_k = Q_k s, \quad k = 1, 2, \dots, N; \quad (28)$$

$$\dot{z}_0 = Q_0 s; \quad (29)$$

$$\tau_1 = (\Delta^M \|e_r\| + \Delta^{\rho_1} \|h\| + \Delta^{\rho_2} \|h\|^2 + K^d) \text{Sgn}(s). \quad (30)$$

其中: τ_0 为前馈补偿部分, τ_1 为反馈稳定部分; N 为谐振子的个数, N 个级联的谐振子(28)和积分器(29)代表可以产生周期性参考信号 $q_d(t)$ 以及由于机器人非线性动态特性所引起的高次谐波的内模^[13]; K^M 、 K^d 、 Q_0 和 Q_k ($k = 1, 2, \dots, N$) 为 $n \times n$ 的常正定对角矩阵, Δ^M 、 Δ^{ρ_1} 和 Δ^{ρ_2} 为正常数.

引入变量 $\tilde{z}_k = z_k - z_k^*$, $k = 0, 1, \dots, N$. 其中

$$\begin{cases} z_0^* = Q_0^{-1} \bar{a}_0, \\ z_k^* = k^{-1} \omega^{-1} Q_k^{-1} [\bar{b}_k \cos(k\omega t) - \bar{a}_k \sin(k\omega t)]. \end{cases} \quad (31)$$

将式(26)~(30)代入(22), 得到闭环系统的误差方程为

$$M(q)\dot{s} = -C(q, \dot{q})s - Q_0 \tilde{z}_0 - \sum_{k=1}^N Q_k \dot{\tilde{z}}_k + \alpha M(q)e_r + \chi - \tau_d - K^M e_r - (\Delta^M \|e_r\| + \Delta^{\rho_1} \|h\| + \Delta^{\rho_2} \|h\|^2 + K^d) \text{Sgn}(s) + d_0; \quad (32)$$

$$\ddot{\tilde{z}}_k + k^2 \omega^2 \tilde{z}_k = Q_k s, \quad k = 1, 2, \dots, N; \quad (33)$$

$$\dot{\tilde{z}}_0 = Q_0 s. \quad (34)$$

其中

$$d_0 = \sum_{k=N+1}^{\infty} [\bar{a}_k \cos(k\omega t) + \bar{b}_k \sin(k\omega t)]. \quad (35)$$

由式(13)和(14)可得

$$\|d_0\| \leq d_1, \quad (36)$$

其中 d_1 为已知正常数.

2.3 稳定性分析

对于式(26)~(30)所示的终端滑模重复学习控制的闭环系统方程(32)~(35), 有如下稳定性定理.

定理 1 对于如式(1)所示的非线性机器人系统, 如果选择控制器的增益满足如下所示的充分条件:

$$\begin{cases} \|\alpha M(q) - K^M\| \leq \Delta^M, \\ \zeta_1 \leq \Delta^{\rho_1}, \\ \zeta_2 \leq \Delta^{\rho_2}, \\ |d_1 + d| < \lambda_m(K^d), \end{cases} \quad (37)$$

则所提出的终端滑模重复学习控制(26)~(30)可保证闭环系统的全局渐近稳定收敛, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e, \dot{e} = 0$. 其中 α 为式(16)所定义的正常数.

证明 利用 Lyapunov 直接方法进行证明. 考虑如下非负的候选 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} s^\text{T} M(q) s + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \dot{\tilde{z}}_k^\text{T} \dot{\tilde{z}}_k + \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{k=1}^N k^2 \tilde{z}_k^\text{T} \tilde{z}_k + \frac{1}{2} \tilde{z}_0^\text{T} \tilde{z}_0. \quad (38)$$

式(38)沿闭环系统(32)对时间求导数, 可得

$$\dot{V} = s^\text{T} M(q) \dot{s} + \frac{1}{2} s^\text{T} \dot{M}(q) s + \sum_{k=1}^N \dot{\tilde{z}}_k^\text{T} \dot{\tilde{z}}_k +$$

$$\omega^2 \sum_{k=1}^N k^2 \tilde{z}_k^T \dot{\tilde{z}}_k + \tilde{z}_0^T \dot{\tilde{z}}_0. \quad (39)$$

将由式(32)求得的 $M(q)\dot{s}$ 和由式(33)、(34)求得的 \tilde{z}_k 、 $\dot{\tilde{z}}_0$ 代入式(39), 并应用特性 2, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & s^T [\alpha M(q)e_r + \chi - K^M e_r + d_0 - \tau_d - \\ & (\Delta^M \|e_r\| + \Delta^{\rho_1} \|h\| + \Delta^{\rho_2} \|h\|^2 + \\ & K^d) \text{Sgn}(s)]. \end{aligned} \quad (40)$$

将式(24)代入(40), 并由 $|\tau_d| \leq d$ 和式(36)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \|s\| \|\alpha M(q) - K^M\| \|e_r\| - \Delta^M \|s\| \|e_r\| + \\ & \zeta_1 \|s\| \|h\| + \zeta_2 \|s\| \|h\|^2 - \Delta^{\rho_1} \|s\| \|h\| - \\ & \Delta^{\rho_2} \|s\| \|h\|^2 - \lambda_m(K^d) \|s\| + \\ & \|d_0 - \tau_d\| \|s\| \leq \\ & - \|s\| (\Delta^M - \|\alpha M(q) - K^M\|) \|e_r\| - \\ & \|s\| (\Delta^{\rho_1} - \zeta_1) \|h\| - \|s\| (\Delta^{\rho_2} - \zeta_2) \|h\|^2 - \\ & (\lambda_m(K^d) - |d_1 + d|) \|s\|. \end{aligned} \quad (41)$$

当控制器参数满足式(37)时, 可得

$$\dot{V} \leq -\eta \|s\| < 0, \|s\| \neq 0, \quad (42)$$

其中

$$\eta = \lambda_m(K^d) - |d_1 + d| > 0. \quad (43)$$

根据 Lyapunov 直接分析方法, 终端滑模 $s(t)$ 渐近收敛到零. 由式(18)可知, 一旦系统到达滑模面 $s = 0$, 跟踪误差 (e, \dot{e}) 将在有限时间内收敛到 0. \square

注 5 由控制律(30)可知, 该终端滑模重复学习控制使用了不连续的符号函数, 在工程实现时易引起高频颤振. 因此, 类似于传统的滑模控制处理该问题, 引入饱和函数, 形成如下的连续控制律:

$$\begin{aligned} \tau_1 = & (\Delta^M \|e_r\| + \Delta^{\rho_1} \|h\| + \Delta^{\rho_2} \|h\|^2 + \\ & K^d) \text{Tanh}(s/\varepsilon), \end{aligned} \quad (44)$$

其中 ε 为正常数.

3 仿真算例

下面通过对三自由度机器人系统的轨迹跟踪数值仿真结果, 进一步说明所提出的终端滑模重复学习控制的有效性. 三自由度机器人系统模型详见参考文献[14]. 采用国际标准单位. 机器人系统参数如表 1 所示. 采样周期为 $T = 1$ ms. 期望的跟踪轨迹(单位: rad)为

$$q_{dj} = \frac{1}{2j} + \frac{1}{4} \sum_{k=1}^3 \frac{j}{jk+1} \sin\left(k\omega t + \frac{\pi j}{2k}\right). \quad (45)$$

其中: $j = 1, 2, 3$; $\omega = 1$ rad/s. 本文提出的终端滑模重复学习控制器(TSMRC)的参数确定为 $K^M = \text{diag}(0.5, 0.6, 0.02)$, $K^d = \text{diag}(0.1, 0.5, 0.2)$, $Q_0 =$

$\text{diag}(3, 8, 5)$, $Q_k = \text{diag}(4, 4, 4)$, $k = 1, 2, \dots, 12$ (即谐振子的个数 $N = 12$), $\Delta^M = 0.05$, $\Delta^{\rho_1} = 1.3$, $\Delta^{\rho_2} = 0.2$, $\alpha = 4$, $q_0 = 3$, $p_0 = 5$, $\varepsilon = 0.5$.

表 1 机器人系统参数

含义	符号	数值	单位
杆 1 的长度	l_1	0.297	m
杆 2 的长度	l_2	0.297	m
杆 1 的质量	m_1	0.38	kg
杆 2 的质量	m_2	0.34	kg
杆 1 的惯量	I_1	0.243×10^{-3}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
杆 2 的惯量	I_2	0.068×10^{-3}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
杆 3 的惯量	I_3	0.015×10^{-3}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
重力加速度	g	9.8	m/s^2

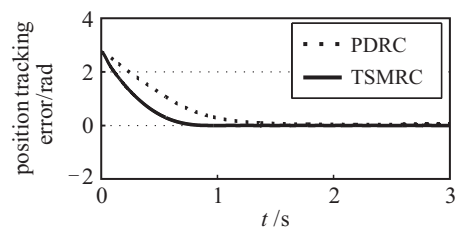
为了说明本文提出的 TSMRC 控制策略的有效性, 这里对比了文献[6]提出的如下 PD 型重复学习控制算法(PDRC):

$$\begin{aligned} \tau = & K_P e + K_D \dot{e} + k_D^{(1)} \|e\| \dot{e} + Q_0 z_0 + \\ & \sum_{k=1}^N Q_k \dot{z}_k; \end{aligned} \quad (46)$$

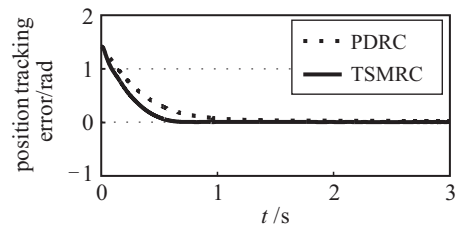
$$\dot{z}_k + k^2 \omega^2 z_k = Q_k \dot{z}_0, \quad k = 1, 2, \dots, N; \quad (47)$$

$$\dot{z}_0 = \dot{e} + \alpha e. \quad (48)$$

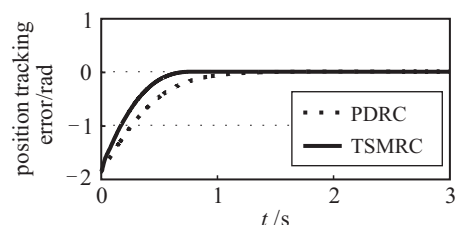
其中: $K_P = \text{diag}(5, 25, 20)$, $K_D = \text{diag}(4, 6, 5)$, $k_D^{(1)} = 2$, 其余参数均与本文提出的 TSMRC 的参数相同. 两种控制算法取相同的初值, 分别为 $q(0) = (-2.0, -1.0, 2.0)^T$, $\dot{q}(0) = (-2.5, -2.5, 1.5)^T$, $z_k(0) = (0, 0, 0)^T$, $\dot{z}_k(0) = (0, 0, 0)^T$.



(a) link 1



(b) link 2



(c) link 3

图 1 位置跟踪误差

TSMRC 和 PDRC 的位置跟踪误差如图 1 所示, 速度跟踪误差如图 2 所示, 所需的驱动力矩如图 3 所示. 由图 1 和图 2 的仿真结果可以看出, 两种控制算法都能满意地使机器人系统跟踪期望的轨迹, 经过初始时刻短暂的过渡过程之后, 位置跟踪误差和速度跟

踪误差渐近收敛到零. 并且, 所提出的 TSMRC 相比于 PDRC 具有更高的轨迹跟踪精度和更快的响应速度. 从图 3 可以看出, 所提出的 TSMRC 的驱动力矩并没有明显的增加, 即较快的过渡过程并不是以增加驱动力矩为代价的, 这进一步提高了本文的 TSMRC 控制器的工程实用性. 图 4 表明终端滑模渐近收敛到零.

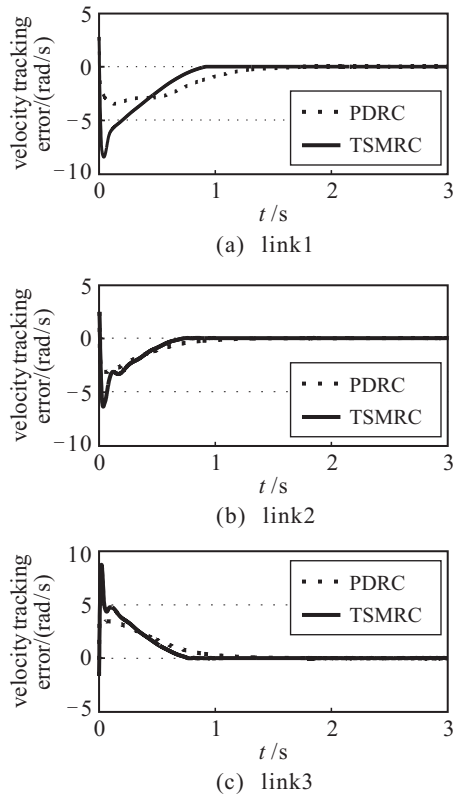


图 2 速度跟踪误差

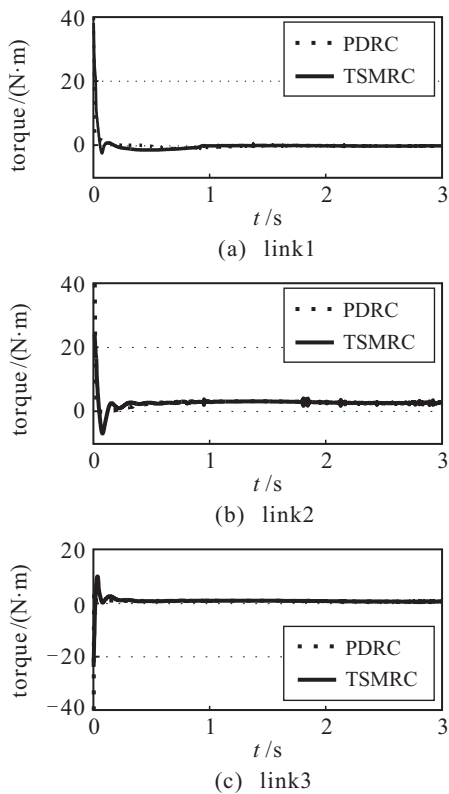


图 3 控制力矩

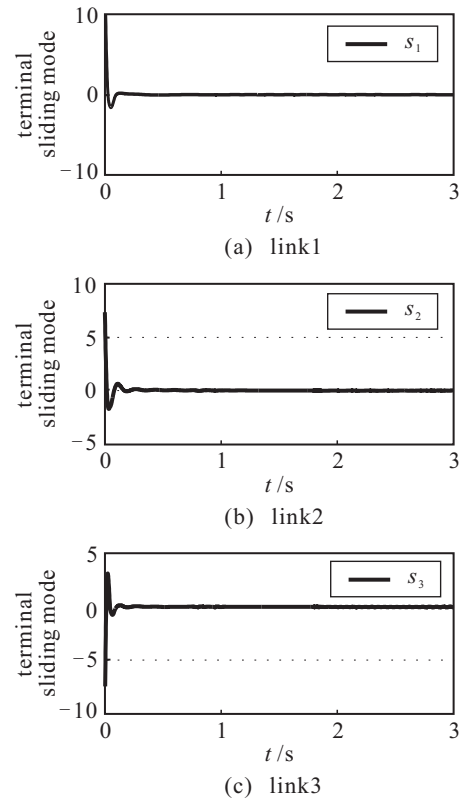


图 4 终端滑模

此外, 为了进一步验证 TSMRC 算法的强鲁棒性, 在控制系统中加入外部扰动 $\tau_d = [0.5 \text{ rand}, 0.5 \text{ rand},$

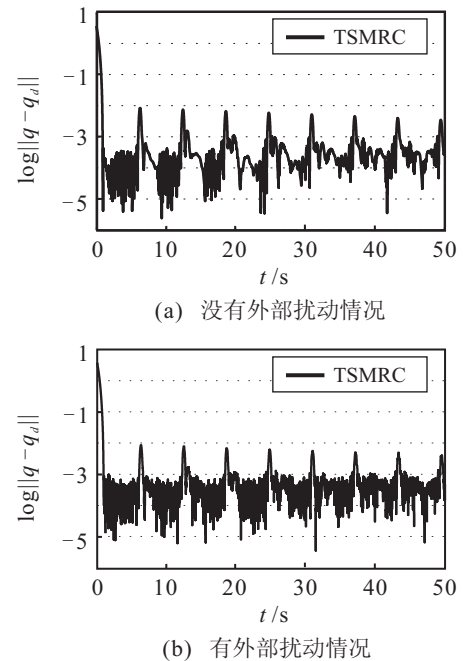


图 5 误差收敛率比较

0.5 rand]^T. 误差收敛率的比较情况如图 5 所示. 其中: 图 5(a) 为没有外部扰动时控制系统的误差收敛率, 图 5(b) 为存在外部扰动时的误差收敛率. 从图 5 可以看出, 即使在有较大扰动存在的情况下, TSMRC 系统仍然获得了较快的收敛速度和较高的稳态精度, 这进一步说明 TSMRC 具有良好的鲁棒性.

4 结 论

本文综合了终端滑模技术和重复学习控制的特性, 形成了一类新的终端滑模重复学习控制. 终端滑模的引入, 弥补了有限维重复学习控制对参考输入的估计误差, 使得重复学习控制能够同时抑制周期性和非周期性干扰. 机器人系统在终端滑模重复学习控制下获得了更高的轨迹跟踪精度和更强的鲁棒性. 应用 Lyapunov 直接稳定性理论, 证明了所提出的有限维终端滑模重复学习控制的全局渐近稳定性. 对三自由度非线性机器人系统进行了数值仿真, 其结果进一步表明了理论分析的正确性.

参考文献(References)

- [1] Francis B A, Wonham W M. The internal model principle for linear multivariable regulators[J]. Applied Mathematics and Optimization, 1975, 2(2): 170-194.
- [2] Sun M X, Shuzhi Sam Ge, Iven M Y Mareels. Adaptive repetitive relearning control of robotic manipulators without the requirement for initial repositioning[J]. IEEE Trans on Robotics, 2006, 22(3): 563-568.
- [3] Liu T S, Lee W S. A repetitive learning method based on sliding mode for robot control[J]. ASME J of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2000, 122(1): 40-48.
- [4] Sadegh N, Horowitz R, Kao W W, et al. A unified approach to the design of adaptive and repetitive controllers for robotic manipulators[J]. ASME J of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1990, 112(4): 618-629.
- [5] Dixon W E, Zergeroglu E, Dawson D M, et al. Repetitive learning control: A Lyapunov-based approach[J]. IEEE Trans on Systems, Man, Cybernetics B, 2002, 32(4): 538-545.
- [6] Kasac J, Novakovic B, Majetic D, et al. Passive finite-dimensional repetitive control of robot manipulators[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2008, 16(3): 570-576.
- [7] Kasac J, Novakovic B, Milic V. On equivalence between internal and external model-based repetitive learning controllers for nonlinear passive systems[J]. Asian J of Control, 2011, 13(1): 15-24.
- [8] Yu X H, Man Z H. Model reference adaptive control systems with terminal sliding modes[J]. Int J of Control, 1996, 64(6): 1165-1176.
- [9] Feng Y, Yu X H, Man Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. Automatica, 2002, 38(12): 2159-2167.
- [10] Barambones O, Extebarria V. Energy-based approach to sliding composite adaptive control for rigid robots with finite error convergence time[J]. Int J of Control, 2002, 75(5): 352-359.
- [11] Yu S H, Yu X H, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1957-1964.
- [12] Zhang F, Dawson D M, Queiroz De M S, et al. Global adaptive output feedback tracking control of robot manipulators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(6): 1203-1208.
- [13] 田慧慧, 苏玉鑫. 机器人系统非线性分散重复学习轨迹跟踪控制[J]. 自动化学报, 2011, 37(10): 1264-1271. (Tian H H, Su Y X. Nonlinear decentralized repetitive control for global asymptotic tracking of robot manipulators[J]. Acta Automatic Sinica, 2011, 37(10): 1264-1271.)
- [14] Orlov Y, Alvarez J, Aho L, et al. Global position regulation of friction manipulators via switched chattering control[J]. Int J of Control, 2003, 76(14): 1446-1452.

(责任编辑: 李君玲)