

## 预备知识

预修课程 数学分析 线性代数

### 一些记号和定义

1. 如果  $f: M \rightarrow M'$  满足: (1)  $f$  既满又单; (2)  $f$  连续; (3)  $f^{-1}$  连续, 则称  $f$  是一个拓扑变换, 称  $M$  与  $M'$  是同胚的。记作  $M \cong M'$  或

$$M \cong_f M' \text{ 或 } f: M \cong M'$$

$$2. f\left(\bigcup_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda\right) = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} f(A_\lambda), \quad f\left(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda\right) \subset \bigcap_{\lambda \in \Lambda} f(A_\lambda),$$

注 若  $f$  为单射, 则  $f\left(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda\right) = \bigcap_{\lambda \in \Lambda} f(A_\lambda)$

$$3. f(f^{-1}(B)) \subset B,$$

注 若  $f$  为满射, 则  $f(f^{-1}(B)) = B$

$$4. f^{-1}(f(A)) \supset A,$$

注 若  $f$  为单射, 则  $f^{-1}(f(A)) = A$

5. 恒等映射  $id_X: X \rightarrow X, a \mapsto a$ .

6. 包含映射  $i: A \rightarrow X, a \mapsto a$ , 其中  $A \subset X$ .

7. 两个因子的笛卡尔积  $X \times Y = \{(x, y) \mid x \in X, y \in Y\}$ ;

任意个因子的笛卡尔积

$$\prod_{\lambda \in \Lambda} X_\lambda = \{f \mid f: \Lambda \rightarrow \bigcup_{\lambda \in \Lambda} X_\lambda \text{ 且 } f(\lambda) \in X_\lambda\}.$$

8.  $X$  的对角线  $\Delta(X) = \{(x, x) \mid \forall x \in X\}$ 。

9. 等价关系

(1) 自反性; (2) 对称性; (3) 传递性。