第 24 卷 第 3 期 控 制 与 决 策 2009 年 3 月
Vol. 24 No. 3 Control and Decision Mar. 2009

文章编号: 1001-0920(2009)03-0342-05

基于划分时滞区间的一类 Cohen-Grossberg 神经网络的鲁棒稳定性

刘振伟[a,b], 张化光[a,b], 张庆灵[c]
(东北大学 a. 教育部流程工业综合自动化重点实验室, b. 信息科学与工程学院, c. 理学院, 沈阳 110004)

摘 要: 研究一类具有时变时滞及参数不确性的 Cohen-Grossberg 神经网络的鲁棒稳定性问题. 应用划分时滞区间的思想构造了一个新的 Lyapunov 泛函, 并以线性矩阵不等式的形式给出了平衡点全局鲁棒稳定性判据, 新判据放松了时变时滞变化率必须小于 1 的限制. 仿真结果进一步证明了所得结论的有效性.

关键词: Cohen-Grossberg 神经网络; 鲁棒稳定; 时变时滞; 参数不确定; 划分时滞区间
中图分类号: TP183 **文献标识码**: A

Robust stability for a class of Cohen-Grossberg neural networks by dividing delay interval

LIU Zhen-wei[a,b], *ZHANG Hua-guang*[a,b], *ZHANG Qing-ling*[c]
(a. Key Laboratory of Integrated Automation for the Process Industry, Ministry of Education, b. College of Information Science and Engineering, c. College of Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: LIU Zhen-wei, E-mail: jzlzw@126.com)

Abstract: Robust stability of a class of Cohen-Grossberg neural networks with time-varying delay and parameter uncertainty is studied. An idea of dividing delay interval is used. New robust stability criteria based on this idea is derived by construsting a new Lyapunov functional. Moreover, the restriction of the time derivative of time-varying delay is released in the proposed criteria. The simulation result verifies the effectiveness of the proposed criteria.

Key words: Cohen-Grossberg neural networks; Robust stability; Time-varying delay; Parameter uncertainty; Dividing delay interval

1 引 言

Cohen-Grossberg 神经网络模型是一种广义神经网络模型[1], 该模型在分类处理、并行计算、联想记忆、最优化计算等方面都有广泛的应用. 然而, 在实际的神经网络实现过程中, 时滞是必然存在且不可避免的, 这是导致神经网络不稳定的关键因素之一. 近年来, 很多文献都对具有时滞的 Cohen-Grossberg 神经网络模型进行动态分析, 研究该模型平衡点的全局稳定性[2-4]或鲁棒稳定性[5-9]问题, 并给出了保证其全局稳定性或鲁棒稳定性的充分条件.

本文对一类具有时变时滞 $\tau(t)$ 和参数不确定性的 Cohen-Grossberg 神经网络进行全局鲁棒稳定性的研究. 应用划分时滞区间的思想[10], 对时滞区间 $[0, \tau]$ (τ 为时滞函数的上界) 进行划分, 从而构造出一个新的 Lyapunov 泛函, 并以线性矩阵不等式的形式给出了相应的平衡点全局鲁棒稳定性判据. 与现有的结果相比, 本文给出的判据具有更小的保守性; 由于 Lyapunov 泛函的结构新颖, 从而放松了在时变时滞 Cohen-Grossberg 神经网络中, 时滞变化率 $\dot{\tau}(t) < 1$ 的限制. 仿真结果证明了本文判据的有效性.

2 系统描述

考虑如下一类具有时变时滞和参数不确定的

收稿日期: 2008-03-24; **修回日期**: 2008-10-14.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60774048, 60728307); 教育部高校博士点基金项目(20070145015); 高等学校学科创新引智计划项目(B08015); 辽宁省自然科学基金项目(20062018).
作者简介: 刘振伟(1981—), 男, 辽宁锦州人, 博士生, 从事神经网络控制的研究; 张化光(1959—), 男, 吉林省吉林市人, 教授, 博士生导师, 从事神经网络控制、模糊控制等研究.

Cohen-Grossberg 神经网络：

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = \\ -\alpha_i(z_i(t))[\beta_i(z_i(t)) - \sum_{j=1}^{n}\overline{a}_{ij}f_j(z_j(t)) - \\ \sum_{j=1}^{n}\overline{b}_{ij}f_j(z_j(t-\tau(t))) - U_i], \\ z_i(t) = \phi_i(t),\ -\tau \le t \le 0,\ i,j = 1,2,\cdots,n. \end{cases} \tag{1}$$

其中：$z_i(t)$ 为时刻 t 第 i 个神经元的状态；$\alpha_i(z_i(t))$ 为正的连续有界的放大函数，即满足 $0 < \alpha_i(z_i(t)) < \infty$；$\beta_i(z_i(t))$ 为适当的行为函数；$f_j(z_j(t))$ 为第 i 个神经元的激活函数；U_i 为第 i 个神经元的偏置值；$\phi_i(t)$ 为连续可微的函数，是神经网络(1) 的初始条件；$\tau(t)$ 为一个时变时滞，且满足 $0 \le \tau(t) \le \tau, \mu_1 \le \dot{\tau}(t) \le \mu_2$，$\tau, \mu_1$ 和 μ_2 为常数，且 $\mu_2 \ge \mu_1$.

注 1　对于参数 μ_1 和 μ_2，本文仅考虑以下两种情况：1) $\mu_1 \le \mu_2 < 1$；2) $1 < \mu_1 \le \mu_2$. 显然，2) 可用来表示 $\dot{\tau}(t) > 1$ 的情况.

在神经网络(1) 中，$\overline{a}_{ij} = (a_{ij} + \Delta a_{ij}(t))$ 表示连接权系数，$\overline{b}_{ij} = (b_{ij} + \Delta b_{ij}(t))$ 表示时滞连接权系数. 其中 $\Delta a_{ij}(t)$ 和 $\Delta b_{ij}(t)$ 为时变函数，用来表示参数不确定项. 令

$$\alpha(z(t)) = \mathrm{diag}[\alpha_1(z_1(t)),\cdots,\alpha_n(z_n(t))],$$
$$\beta(z(t)) = [\beta_1(z_1(t)),\cdots,\beta_n(z_n(t))]^{\mathrm{T}},$$
$$\overline{A} = A + \Delta A(t),\ \overline{B} = B + \Delta B(t),$$
$$A = (a_{ij}),\ \Delta A(t) = (\Delta a_{ij}(t)),$$
$$B = (b_{ij}),\ \Delta B(t) = (\Delta b_{ij}(t)),$$
$$f(z(t)) = [f_1(z_1(t)),\cdots,f_n(z_n(t))]^{\mathrm{T}},$$
$$U = [U_1, U_2,\cdots,U_n]^{\mathrm{T}}.$$

则可得到系统(1) 的矩阵形式

$$\begin{aligned}\dot{z}(t) = &-\alpha(z(t))[\beta(z(t)) - \overline{A}f(z(t)) \\ &- \overline{B}f(z(t-\tau(t))) - U].\end{aligned} \tag{2}$$

假设 Cohen-Grossberg 神经网络(1) 或(2) 存在一个平衡点 $z^* = [z_1^*, z_2^*,\cdots,z_n^*]^{\mathrm{T}}$，借助于坐标变换 $x(t) = z(t) - z^*$，可得到关于系统(2) 的新型描述

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = &-\alpha(x(t))[\beta(x(t)) - \overline{A}g(x(t)) \\ &- \overline{B}g(x(t-\tau(t)))].\end{aligned} \tag{3}$$

其中

$$\alpha(x(t)) = \mathrm{diag}[\alpha_1(x_1(t)),\cdots,\alpha_n(x_n(t))],$$
$$\alpha_i(x_i(t)) = \alpha_i(x_i(t) + z_i^*),$$
$$\beta(x(t)) = [\beta_1(x_1(t)),\cdots,\beta_n(x_n(t))]^{\mathrm{T}},$$
$$\beta_i(x_i(t)) = \beta_i(x_i(t) + z_i^*) - \beta_i(z_i^*),$$
$$g(x(t)) = [g_1(x_1(t)),\cdots,g_n(x_n(t))]^{\mathrm{T}},$$
$$g_i(x_i(t)) = f_i(x_i(t) + z_i^*) - f_i(z_i^*).$$

因此，对系统(1) 或(2) 的平衡点进行全局鲁棒稳定性分析，可转化为对系统(3) 的平衡点进行全局鲁棒稳定性分析.

对于上述神经网络模型，存在如下假设和引理：

假设 1　时变参数不确定项 $\Delta A(t)$ 和 $\Delta B(t)$ 范数有界，且满足

$$[\Delta A(t)\quad \Delta B(t)] = HF(t)[E_1\quad E_2].$$

其中：H, E_1 和 E_2 为已知常数矩阵；$F(t)$ 为未知时变矩阵，且满足 $F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \le I$，$I$ 为单位矩阵.

假设 2　函数 $\beta_i(z_i(t))$ 连续可微，且满足

$$\beta_i'(z_i(t)) \ge \gamma_i > 0.$$

假设 3　函数 $f_i(z_i(t))$ 有界，且满足

$$0 \le \frac{f_i(u) - f_i(v)}{u - v} \le l_i,$$
$$\forall u, v \in \mathrm{R}, u \ne v.$$

引理 1[5-9]　如果 U, V 和 W 是具有适当维数的矩阵，且矩阵 M 满足 $M = M^{\mathrm{T}}$，则对于所有的 $V^{\mathrm{T}}V \le I$，有

$$M + UVW + W^{\mathrm{T}}V^{\mathrm{T}}U^{\mathrm{T}} < 0,$$

当且仅当存在一个正常数 ε，使得

$$M + \varepsilon^{-1}UU^{\mathrm{T}} + \varepsilon W^{\mathrm{T}}W < 0$$

成立.

3　主要结果

定理 1　如果具有时变时滞 $\tau(t)$ 的 Cohen-Grossberg 神经网络(3) 满足假设 1 ～ 假设 3，并且存在正整数 N，标量参数 ε，$n \times n$ 维正定对角矩阵 P, D, Y_1 和 Y_2，$n \times n$ 维正定对称矩阵 R, W_1 和 W_2，$Nn \times Nn$ 维正定对称矩阵

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \cdots & Q_{1N} \\ Q_{12}^{\mathrm{T}} & Q_{22} & \cdots & Q_{2N} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ Q_{1N}^{\mathrm{T}} & Q_{2N}^{\mathrm{T}} & \cdots & Q_{NN} \end{bmatrix},$$

使得如下矩阵不等式成立：

$$\begin{bmatrix} \Xi + Q_1 - Q_2 & \Xi_0 \\ * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0. \tag{4}$$

其中

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \cdots & 0 & 0 & \Xi_{1,N+3} & PB \\ * & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ * & * & -W_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Xi_{N+2,N+2} & 0 & LY_2 \\ * & * & * & * & \Xi_{N+3,N+3} & \Xi_{N+3,N+4} \\ * & * & * & * & * & \Xi_{N+4,N+4} \end{bmatrix},$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} Q & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix},$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & \theta^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 \\ * & Q & \theta & \theta & \theta \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix},$$

$\Xi_0^{\mathrm{T}} = [H^{\mathrm{T}}P^{\mathrm{T}} \quad 0 \quad \cdots \quad 0]$,

$\Xi_{11} = -2P\Gamma + W_1$,

$\Xi_{1,N+3} = PA - \Gamma D + LY_1$,

$\Xi_{N+2,N+2} = -(1-\mu_2)W_1 + (1-\mu_1)W_2$,

$\Xi_{N+3,N+3} = DA + A^{\mathrm{T}}D + R - 2Y_1 + \varepsilon E_1^{\mathrm{T}}E_1$,

$\Xi_{N+3,N+4} = DB + \varepsilon E_1^{\mathrm{T}}E_2$,

$\Xi_{N+4,N+4} = -(1-\mu_2)R - 2Y_2 + \varepsilon E_2^{\mathrm{T}}E_2$.

式中

$$L = \mathrm{diag}(l_1, \cdots, l_n),\ \Gamma = \mathrm{diag}(\gamma_1, \cdots, \gamma_n),$$

θ表示 Nn 维零向量, $*$ 表示对称矩阵的对称项. 则系统(3) 的平衡点是全局鲁棒稳定的.

证明 构造如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V(x(t)) = 2\sum_{i=1}^{n}p_i\int_0^{x_i(t)}\frac{s}{\alpha_i(s)}\mathrm{d}s + 2\sum_{i=1}^{n}d_i\int_0^{x_i(t)}\frac{g_i(s)}{\alpha_i(s)}\mathrm{d}s + \int_{t-\frac{1}{N}\tau}^{t}\Delta^{\mathrm{T}}(s)Q\Delta(s)\mathrm{d}s + \int_{t-\tau(t)}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)W_1x(s)\mathrm{d}s + \int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}x^{\mathrm{T}}(s)W_2x(s)\mathrm{d}s + \int_{t-\tau(t)}^{t}g^{\mathrm{T}}(x(s))Rg(x(s))\mathrm{d}s. \tag{5}$$

其中

$$\Delta^{\mathrm{T}}(s) = \Big[x^{\mathrm{T}}(s) \quad x^{\mathrm{T}}\Big(s-\frac{1}{N}\tau\Big) \quad \cdots \quad x^{\mathrm{T}}\Big(s-\frac{N-1}{N}\tau\Big)\Big],$$

Q, W_1, W_2 和 R 为正定对称矩阵.

沿着系统(3) 的任意轨迹, $V(x(t))$ 对时间 t 求导,可得

$$\begin{aligned}\dot V(x(t)) \leqslant\ & -2x^{\mathrm{T}}(t)P\beta(x(t)) + 2x^{\mathrm{T}}(t)P\bar{A}\times \\ & g(x(t)) + 2x^{\mathrm{T}}(t)P\bar{B}g[x(t-\tau(t))] - \\ & 2g^{\mathrm{T}}(x(t))D\beta(x(t)) + 2g^{\mathrm{T}}(x(t))\times \\ & D\bar{A}g(x(t)) + 2g^{\mathrm{T}}(x(t))D\bar{B}\times \\ & g[x(t-\tau(t))] + \Delta^{\mathrm{T}}(t)Q\Delta(t) - \\ & \Delta^{\mathrm{T}}\Big(t-\frac{1}{N}\tau\Big)Q\Delta\Big(t-\frac{1}{N}\tau\Big) + \\ & x^{\mathrm{T}}(t)W_1x(t) - x^{\mathrm{T}}(t-\tau)W_2x(t-\tau) - \\ & (1-\mu_2)x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))W_1x(t-\tau(t)) + \\ & (1-\mu_1)x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))W_2x(t-\tau(t)) + \\ & g^{\mathrm{T}}(x(t))Rg(x(t)) - (1-\mu_2)\times \\ & g^{\mathrm{T}}[x(t-\tau(t))]Rg[x(t-\tau(t))]. \end{aligned}\tag{6}$$

根据假设 2 和假设 3,可得

$$-\beta_i(x_i(t)) \leqslant -\gamma_i x_i(t), \tag{7}$$

$$g_i(x_i(t)) \leqslant l_i x_i(t),\ g_i(0) = 0. \tag{8}$$

依据式(7) 和(8),以及矩阵 $Y_1 = \mathrm{diag}(y_{1i})$, $Y_2 = \mathrm{diag}(y_{2i})$,满足 $y_{1i} > 0$ 和 $y_{2i} > 0$,则有下列不等式成立:

$$0 \leqslant 2x^{\mathrm{T}}(t)P\beta(x(t)) - 2x^{\mathrm{T}}(t)P\Gamma x(t), \tag{9}$$

$$\begin{aligned}0 \leqslant\ & 2g^{\mathrm{T}}(x(t))D\beta(x(t)) - \\ & 2g^{\mathrm{T}}(x(t))D\Gamma x(t),\end{aligned}\tag{10}$$

$$\begin{aligned}0 \leqslant\ & -2g^{\mathrm{T}}(x(t))Y_1g(x(t)) + \\ & 2g^{\mathrm{T}}(x(t))Y_1Lx(t),\end{aligned}\tag{11}$$

$$\begin{aligned}0 \leqslant\ & -2g^{\mathrm{T}}[x(t-\tau(t))]Y_2g[x(t-\\ & \tau(t))] + 2g^{\mathrm{T}}[x(t-\\ & \tau(t))]Y_2Lx(t-\tau(t)).\end{aligned}\tag{12}$$

其中: P 和 D 为正定对角矩阵, L 和 Γ 的定义与上面相同.

将式(9) ~ (12) 加到式(6),可得

$$\dot V(x(t)) \leqslant \xi^{\mathrm{T}}(t)\Phi\xi(t). \tag{13}$$

其中

$$\begin{aligned}\xi^{\mathrm{T}}(t) = [&\Delta^{\mathrm{T}}(t), x^{\mathrm{T}}(t-\tau), x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)), \\ & g^{\mathrm{T}}(x(t)), g^{\mathrm{T}}(x(t-\tau(t)))],\end{aligned}$$

$\Phi = \Omega + Q_1 - Q_2$,

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \cdots & 0 & 0 & \Omega_{1,N+3} & P\bar{B} \\ * & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ * & * & W_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Xi_{N+2,N+2} & 0 & LY_2 \\ * & * & * & * & \Omega_{N+3,N+3} & D\bar{B} \\ * & * & * & * & * & \Omega_{N+4,N+4} \end{bmatrix},$$

$\Omega_{1,N+3} = P\bar{A} - \Gamma D + LY_1$,

$\Omega_{N+3,N+3} = D\bar{A} + \bar{A}^{\mathrm{T}}D + R - 2Y_1$,

$\Omega_{N+4,N+4} = -(1-\mu_2)R - 2Y_2$.

由式(13) 可知,当线性矩阵不等式 $\Phi < 0$ 时,系统(3) 的平衡点是全局渐近稳定的. 因此矩阵 Φ 可分解为

$$\Omega_0 + \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & P\Delta A(t) & P\Delta B(t) \\ * & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} + Q_1 - Q_2 < 0, \tag{14}$$

其中

$$\Omega_0 = \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \cdots & 0 & 0 & PA - \Gamma D + LY & PB \\ * & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ * & * & -W_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Xi_{N+2,N+2} & 0 & LY_2 \\ * & * & * & * & \begin{matrix} DA + A^{\mathrm{T}}D + \\ R - 2Y_1 \end{matrix} & DB \\ * & * & * & * & * & \Omega_{N+4,N+4} \end{bmatrix}.$$

根据假设 1,式(14) 可变为

$$\Omega_0 + Q_1 - Q_2 + \Xi_0 F(t) \times [0 \ \cdots \ 0 \ E_1 \ E_2] + [0 \ \cdots \ 0 \ E_1 \ E_2]^{\mathrm{T}} F^{\mathrm{T}}(t) \Xi_0^{\mathrm{T}} < 0. \tag{15}$$

由引理 1 可知,对于任意的 $F^{\mathrm{T}}(t) F(t) \le I$,式(15) 成立,当且仅当存在一个常数 $\varepsilon > 0$,使得下列矩阵不等式成立:

$$\Omega_0 + Q_1 - Q_2 + \frac{1}{\varepsilon} \Xi_0 \Xi_0^{\mathrm{T}} + \varepsilon \begin{bmatrix} 0 \\ \cdots \\ 0 \\ E_1^{\mathrm{T}} \\ E_2^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} [0 \ \cdots \ 0 \ E_1 \ E_2] < 0. \tag{16}$$

整理式(16),应用 Schur 补,可得出式(16) 与式(4) 等价,因此系统(3) 的平衡点是全局鲁棒稳定的. □

通过扩展定理 1,可得到如下结果:

定理 2　如果具有时变时滞 $\tau(t)$ 的 Cohen-Grossberg 神经网络(3) 满足假设 1 ～ 假设 3,并且存在正整数 N,标量参数 ε_1 和 ε_2, $n \times n$ 维正定对角矩阵 P, D, Y_1 和 Y_2, $n \times n$ 维正定对称矩阵 R, W_1 和 W_2, $Nn \times Nn$ 维正定对称矩阵 Ω(其定义同上),使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Xi + Q_1 - Q_2 & \Xi_0 & \Xi_0 \\ * & -\varepsilon_1 I & 0 \\ * & * & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0. \tag{17}$$

其中

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \cdots & 0 & 0 & \Xi_{1,N+3} & PB \\ * & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ * & * & W_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Xi_{N+2,N+2} & 0 & LY_2 \\ * & * & * & * & \Xi_{N+3,N+3} & DB \\ * & * & * & * & * & \Xi_{N+4,N+4} \end{bmatrix},$$

其余参数与定理 1 中定义相同. 则系统(3) 的平衡点是全局鲁棒稳定的.

证明　在定理 1 的证明中,通过整理式(15) 可得到不等式

$$\Omega_0 + Q_1 - Q_2 + \Xi_0 F(t) \times [0 \ \cdots \ 0 \ E_1 \ 0] + [0 \ \cdots \ 0 \ E_1 \ 0]^{\mathrm{T}} F^{\mathrm{T}}(t) \Xi_0^{\mathrm{T}} + \Xi_0 F(t) [0 \ \cdots \ 0 \ E_2] + [0 \ \cdots \ 0 \ E_2]^{\mathrm{T}} F^{\mathrm{T}}(t) \Xi_0^{\mathrm{T}} < 0. \tag{18}$$

再次应用引理 1,对于任意的 $F^{\mathrm{T}}(t) F(t) \le I$,当且仅当存在两个常数 $\varepsilon_1 > 0$ 和 $\varepsilon_2 > 0$,使得如下矩阵不等式成立:

$$\Omega_0 + Q_1 - Q_2 + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2}\right) \Xi_0 \Xi_0^{\mathrm{T}} + \varepsilon_1 \begin{bmatrix} 0 \\ \cdots \\ 0 \\ E_1^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix} [0 \ \cdots \ 0 \ E_1 \ 0] + \varepsilon_2 \begin{bmatrix} 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 0 \\ E_2^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} [0 \ \cdots \ 0 \ E_2] < 0. \tag{19}$$

应用 Schur 补,可得出式(19) 与式(17) 等价. □

注 2　对于定理 1 和定理 2,时变时滞 $\tau(t)$ 满足条件 $\mu_1 \le \dot{\tau}(t) \le \mu_2$. 与文献[2-9]中必须要求时滞变化率 $\dot{\tau}(t) < 1$ 不同,根据注 1 可知, $\dot{\tau}(t) > 1$ 的情况包含在这一条件中,因此本文提出的定理放松了时变时滞变化率必须小于 1 的限制. 使用定理 1 和定理 2 处理带有 $\dot{\tau}(t) > 1$ 的时变时滞 Cohen-Grossberg 神经网络,令判据中的矩阵 $R = 0$,可得到更好的鲁棒稳定性结果.

4　仿真研究

下面通过一个仿真算例来证明所给判据的有效性. 考虑式(3) 的 Cohen-Grossberg 神经网络模型,其参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0.5330 & -1.0520 \\ 1.0328 & 0.3621 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.0184 & -0.1375 \\ -0.6138 & -0.0802 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix}, \ L = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 \\ -1 & -0.5 \end{bmatrix}, \ E_2 = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.5 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 \\ -0.2 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

时变时滞 $\tau(t)$ 满足条件 $0 \le \tau(t) \le \tau$, $1 < \mu_1 \le \dot{\tau}(t) \le \mu_2$.

应用 Matlab 的 LMI 工具箱,令 $N = 2$, $\mu_1 = 1.1$, $\mu_2 = 2.0$,使用定理 1 求解系统的鲁棒稳定性.

经过计算,可得到如下解矩阵:

$$Q=\begin{bmatrix}1.6787 & 0.0160 & 0 & 0\\ 0.0160 & 1.3607 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.9772 & 0.0082\\ 0 & 0 & 0.0082 & 0.8150\end{bmatrix},$$

$$P=\begin{bmatrix}1.1962 & 0\\ 0 & 0.9642\end{bmatrix},$$

$$D=\begin{bmatrix}1.5676 & 0\\ 0 & 0.8228\end{bmatrix},$$

$$W_1=\begin{bmatrix}0.1120 & 0.0073\\ 0.0073 & 0.1252\end{bmatrix},$$

$$W_2=\begin{bmatrix}4.4731 & -0.0858\\ -0.0858 & 3.9440\end{bmatrix},$$

$$Y_1=\begin{bmatrix}2.8121 & 0\\ 0 & 1.9650\end{bmatrix},$$

$$Y_2=\begin{bmatrix}1.2055 & 0\\ 0 & 0.9242\end{bmatrix}.$$

参数 $\varepsilon=1.0324$ 使得判据(4)成立,从而带有如上参数的系统(3)的平衡点是全局鲁棒稳定的.

由于 $\dot{\tau}(t)\in[1.1,2]$,此前文献中的结果都无法在本例中应用,从而说明本文提出的全局鲁棒稳定性判据具有更广的适用范围和更少的保守性.

5 结 论

本文研究一类具有时变时滞和参数不确定性的 Cohen-Grossberg 神经网络的全局鲁棒稳定性问题.将时滞区间 $[0,\tau]$ 分割成若干段,并应用于鲁棒稳定性判据,得到了具有更少保守性的结果.由于使用了新型的泛函,从而放松了时变时滞变化率必须小于 1 的限制.本文得到的时变时滞 Cohen-Grossberg 神经网络的全局鲁棒稳定性判据,在理论上和实际应用中都有一定的参考价值.

参考文献(References)

[1] Cohen M, Grossberg B. Absolute stability and global pattern formation and parallel memory storage by competitive neural networks[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1983, 13(5): 815-826.

[2] Lien C, Yu K, Lin Y, et al. Stability conditions for Cohen-Grossberg neural networks with time-varying delays[J]. Physics Letters A, 2008, 372(13): 2264-2268.

[3] Zhang H G, Wang Y C. Stability analysis of Markovian jumping stochastic Cohen-Grossberg neural networks with mixed time delays[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2008, 19(2): 366-370.

[4] 季策, 张化光, 王占山. 具有不对称结构的广义时滞神经网络的动态分析[J]. 控制与决策, 2004, 19(12): 1416-1419.
(Ji C, Zhang H G, Wang Z S. Dynamic analysis for the generalized neural networks with time delay and asymmetric structure[J]. Control and Decision, 2004, 19(12): 1416-1419.)

[5] Xiong W, Xu B. Some criteria for robust stability of Cohen-Grossberg neural networks with delays[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2008, 36(5): 1357-1365.

[6] Wang W, Cao J. LMI-based criteria for globally robust stability of delayed Cohen-Grossberg neural networks[J]. IEE Proc of Control Theory Applications, 2006, 153(4): 397-402.

[7] Yuan K, Cao J, Li H. Robust stability of switched Cohen-Grossberg neural networks with mixed time-varying delays[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: Part B, 2006, 36(6): 1356-1363.

[8] Ji C, Zhang H G, Wei Y. LMI approach for global robust stability of Cohen-Grossberg neural networks with multiple delays[J]. Neurocomputing, 2008, 71(4-6): 475-485.

[9] 季策, 张化光, 关焕新. 多时滞 Cohen-Grossberg 神经网络鲁棒稳定性的新判据[J]. 电子学报, 2007, 35(1): 135-139.
(Ji C, Zhang H G, Guan H X. New criteria for robust stability of Cohen-Grossberg neural networks with multiple delays[J]. Chinese J of Electronics, 2007, 35(1): 135-139.)

[10] Mou S, Gao H, Qiang W, et al. New delay-dependent exponential stability for neural networks with time delay[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: Part B, 2008, 38(2): 571-576.