

文章编号: 1000-4750(2014)07-0156-06

非完全粘结下饱和土中桩扭转振动的解析解

闻敏杰^{1,2}, 徐金明²

(1. 嘉兴职业技术学院生物与环境分院, 浙江, 嘉兴 314036; 2. 上海大学土木系, 上海 200072)

摘 要: 采用解析方法研究了桩土界面非完全粘结条件下饱和土中端承桩的扭转振动问题。利用 Kelvin 模型模拟饱和土层和端承桩接触面的相对滑移, 与以往桩土界面连续性模型进行了对比。根据 Biot 波动原理, 采用 Novak 薄层法推导了饱和土层对扭转振动桩的动力阻抗。将端承桩等效为 Euler-Bernoulli 杆模型, 给出了桩顶动刚度因子和等效阻尼随激励频率的响应。通过算例分析了相对滑移和连续性两种模型条件下桩顶刚度因子和等效阻尼的差异。结果表明: 当外荷载激励频率较大时, 完全粘结条件下桩顶动刚度和动阻尼的振幅小于滑移条件下桩顶动刚度和动阻尼的振幅。因此, 采用非完全粘结条件模拟桩土接触面更为合理。

关键词: 饱和土; 端承桩; 非完全粘结; 接触面; 扭转振动; 解析解

中图分类号: TU435 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.01.0094

ANALYTICAL SOLUTION FOR TORSIONAL VIBRATION OF A PILE IN SATURATED SOIL CONSIDERING IMPERFECT CONTACT

WEN Min-jie^{1,2}, XU Jin-ming²

(1. Department of Biological and Environmental Engineering, Jiaxing Vocational Technical College, Jiaxing, Zhejiang 314036, China;

2. Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: Using analytical method, the problem for torsional vibration of end-bearing pile in saturated soil is studied under the imperfect contact between pile and soil. The imperfect contact of saturated soil layer and end-bearing pile is described by Kelvin model, which is compared with the previous continuity model. Based on Boit's theory, the dynamic impedance of the saturated soil to torsional vibration of the pile is obtained by Novak's layer method. The end-bearing pile is treated as Euler-Bernoulli rod mode. The responses of dynamic stiffness factor and equivalent damping of pile top against the frequency are shown in figures. The differences for stiffness factor and equivalent damping at the pile top between imperfect contact and continuity model are analyzed by numerical method. It is shown that when the exciting frequency is large, the vibration amplitude of dynamic stiffness and damping at the pile top under the perfect condition is smaller than it under the imperfect contact. Therefore, it is more reasonable for simulating the contact surface with imperfect contact.

Key words: saturated soil; end-bearing pile; imperfect contact; contact surface; torsional vibration; analytical solution

桩基具有承载力高、强度大、耐久性好等优点, 被广泛的用于高层建筑、道路桥梁、动力机器基础等工程项目的工程基础中^[1]。近年来, 桩土接触面条件一直是桩基振动理论中研究的热点之一。以往采用的桩土间连续性模型未考虑两者间的相对滑

移, 这样会夸大土体对桩身的约束作用, 而实际情况桩土之间的位移不可能完全一致, 已有研究者发现在基础动力分析中采用桩侧滑移模型更符合实际工程^[2-3]。

目前, 国内外学者对桩基扭转振动分析进行了

收稿日期: 2013-01-28; 修改日期: 2013-09-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(40972191); 上海市教育委员会科研创新项目(09YZ39); 浙江省自然科学基金项目(LY12E09006)

通讯作者: 闻敏杰(1986—), 男, 浙江海宁人, 博士生, 从事岩土力学等方面的研究(E-mail: 7279026@163.com)。

作者简介: 徐金明(1963—), 男, 江苏南通人, 教授, 博士, 博导, 主要从事岩土工程计算技术研究(E-mail: xjming@163.com)。

深入研究。Novak 和 Howell^[4]假设桩的环向位移与轴向无关,采用平面应变模型研究了桩基扭转的动力响应;Tham 等^[5]采用 FEM-BEM 方法研究了半空间土层中单桩的扭转动力分析,提出了剪切模量比是影响桩动力行为的关键参数;刘东甲等^[6]采用 Laplace 变换和传递矩阵,得到了桩顶任意点扭转振动速度的频率响应函数和频率域的表达式,并给出了层状土中多缺陷桩顶扭转响应解答;柯宅邦等^[7]建立了非完整桩的数值计算模型,并利用有限差分法得到了缺陷桩扭转振动的理论曲线;王海东等^[8]采用 Novak 薄层法,通过传递矩阵法得到了粘弹性地基中端承桩扭转的动力阻抗。然而,土体在动荷载下的变形问题极其复杂,且天然土常以软粘土形式存在,因此以饱和土模型来研究更为合理^[9-11]。Militano 和 Rajapakse^[12]研究了成层饱和土中端承桩扭转和纵向振动的瞬态动力响应;Wang Guocai 等^[13]通过积分变换法和 Muki 法研究了简谐扭转荷载作用下半空间饱和土中单桩的扭转振动;Wang Kuihua 等^[14]将端承桩视为一维弹性杆件,研究了横观各向同性饱和土中单桩的扭转振动,得到了桩顶的动力复刚度以及时域表达式。

虽然连续介质模型在一定条件下可较精确地揭示桩土间的相互作用机理,但高估土体对桩身的作用力。本文采用 Kelvin 模型模拟饱和土层和端承桩接触面的相对滑移,在频率域内研究了饱和土中端承桩扭转振动问题。通过与连续介质模型对比及数值算例分析,证明了该相对滑移模型的合理性。

1 数学模型与基本假定

如图 1 所示,在厚度为 H 的饱和土中有一半径为 R 的弹性端承等截面圆柱桩,其转动惯量为 J_p ,剪切模量为 G_p ,体密度为 r_p 。将桩等效为 Euler-Bernoulli 杆模型,其顶部($z=0$)处承受扭转简谐激励力 $T(t)=Te^{i\omega t}$,其中 ω 为圆频率, $i^2=-1$ 。假设桩周围土为单层饱和多孔介质,土骨架的剪切模量为 G_s ,总密度为 $r^T=(1-n)r^S+n r^F$,其中 r^S 、 r^F 分别为土颗粒和流体的密度,孔隙率为 n ,流固相互作用系数为 $b=h_0/k_d$, h_0 、 k_d 分别表示流体粘滞系数和动力渗透系数。另设桩土间不完全粘结,即存在相对位移。桩周土对桩侧身有单位面积的环向摩擦阻力 $f(z)$ 。假定桩底为刚性基础,饱和土层和桩在扭转振动过程中均为小变形。

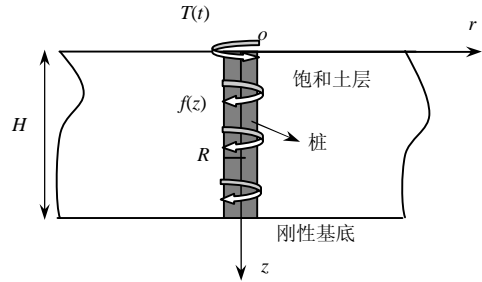


图 1 桩土扭转振动模型

Fig.1 Model for torsional vibration of pile and soil

2 桩土界面模型

2.1 相对滑移模型

采用开尔文(Kelvin)模型模拟饱和土层和端承桩界面($r=R$)的相对滑移,即用线性弹簧和线性阻尼器模拟^[15],则在 $r=R$ 处土体的剪应力 t_{rq} 等于桩侧摩擦阻力 $f(z)$:

$$t_{rq} = f(z), \quad r = R \quad (1)$$

根据 Kelvin 模型的定义,在 $r=R$ 处存在如下关系:

$$f(z) = k_f \Delta w + c_f \frac{\partial \Delta w}{\partial t}, \quad r = R \quad (2)$$

式中: $\Delta w = (Rj - u_q)$ 表示桩土相对滑移位移; j 为桩身扭转转角振幅; u_q 为环向位移。 k_f 、 c_f 分别表示桩土接触面的动刚度和动阻尼系数。

2.2 连续介质模型

在扭转振动过程中,桩土间完全接触,即满足桩土接触面的位移、应力连续^[4-14],则:

$$u_q|_{r=R} = Rj \quad (3)$$

从式(1)~式(3)看出,相对滑移模型和连续介质模型存在很大差异,相对滑移模型时饱和土层的动力阻抗是由动刚度和动阻尼系数来决定的,而连续介质模型取决于土层的环向位移。

3 饱和土层控制方程及求解

3.1 控制方程

不计重力,考虑土骨架和孔隙水压缩性,根据 Biot 理论^[16-17],饱和土层的动力响应控制方程为^[18]:

$$G_s \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) u_q = r^T \frac{\partial^2 u_q}{\partial t^2} + r^F \frac{\partial^2 w_q}{\partial t^2} \quad (4)$$

$$b \frac{\partial w_q}{\partial t} + r^F \frac{\partial^2 u_q}{\partial t^2} + \frac{r^F}{n} \frac{\partial^2 w_q}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

其中: $\nabla^2 = \partial^2 / \partial r^2 + \partial / r \partial r + \partial^2 / \partial z^2$ 为 Laplace 算子; w_q 为孔隙流体相对于土骨架的环向位移。

3.2 桩土耦合问题求解

采用三维模型的解析方法研究饱和土中桩的振动特性具有较大困难, 在控制方程解耦方面较为繁琐, 难以得到其解析解。为此, Novak 薄层法得到了广泛的应用^[19]。若饱和土层的变形满足 Novak 薄层法的平面应变假定, 即物理量 u_q 、 w_q 与纵向坐标 z 无关, 有:

$$\frac{\partial u_q}{\partial z} = \frac{\partial w_q}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

将式(6)代入式(4)、式(5)可简化为:

$$\begin{cases} G_s \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_q}{\partial r} + \frac{u_q}{r} \right) = r^T \frac{\partial^2 u_q}{\partial t^2} + r^F \frac{\partial^2 w_q}{\partial t^2} \\ b \frac{\partial w_q}{\partial t} + r^F \frac{\partial^2 u_q}{\partial t^2} + \frac{r^F}{n} \frac{\partial^2 w_q}{\partial t^2} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

对于稳态振动, 令土层扭转振幅 $u_q = RU_q e^{i\omega t}$, $w_q = RW_q e^{i\omega t}$, 且引入无量纲变量和参数:

$$\begin{aligned} h &= \frac{r}{R}, \quad l = \frac{RW}{V^S}, \quad V^S = \sqrt{\frac{G_s}{r^T}} \\ \bar{b} &= \frac{Rb}{\sqrt{r^T G_s}}, \quad r^{FT} = \frac{r^F}{r^T} \end{aligned} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)得:

$$\begin{cases} \frac{d}{dh} \left(\frac{dU_q}{dh} + \frac{U_q}{h} \right) + l^2 U_q + r^{FT} l^2 W_q = 0 \\ \bar{b} i l W_q - r^{FT} l^2 U_q - \frac{r^{FT}}{n} l^2 W_q = 0 \end{cases} \quad (9)$$

将式(9)中第二式代入第一式得:

$$\frac{d}{dh} \left(\frac{dU_q}{dh} + \frac{U_q}{h} \right) - q^2 U_q = 0 \quad (10)$$

$$\text{式中, } q^2 = - \left[l^2 + \frac{(r^{FT} l^2)^2}{\bar{b} i l - r^{FT} l^2 / n} \right]$$

非齐次方程式(10)易解得:

$$U_q = AK_1(qh) + BI_1(qh) \quad (11)$$

式中, A, B 为待定系数, 可通过桩土边界条件求得。 $I_1(x)$ 和 $K_1(x)$ 分别为 1 阶第一类和第二类变形 Bessel 函数。

根据 Bessel 函数的渐近性质, 为满足 $r \rightarrow \infty$, $U_q \rightarrow 0$, 有 $B = 0$, 则式(11)化为:

$$U_q = AK_1(qh) \quad (12)$$

在桩土接触面($h=1$)处土体的剪应力为:

$$t_{r,q} = G_s \left(\frac{dU_q}{dh} - \frac{U_q}{h} \right) e^{i\omega t} \Big|_{h=1} = -G_s q K_0(q) e^{i\omega t} A \quad (13)$$

4 饱和土层中端承桩的扭转振动

将端承桩等效为一维 Euler-Bernoulli 杆模型, 在谐调扭转激振力 $Te^{i\omega t}$ 作用下, 取桩身微元体进行动力平衡分析, 得到桩的运动方程为:

$$G_p J_p \frac{\partial^2 j}{\partial z^2} + 2\pi R^2 f(z) = r^p J_p \frac{\partial^2 j}{\partial t^2} \quad (14)$$

对于稳态振动, 有:

$$\Delta w = R \Delta W e^{i\omega t}, \quad j(z) = \bar{j}(d) e^{i\omega t}, \quad u_q = R U_q e^{i\omega t},$$

并引入无量纲变量和参数:

$$\begin{aligned} G_{ps} &= G_p / G_s, \quad d = z / R, \quad r^{pT} = r^p / r^T, \\ \bar{k}_f &= \frac{k_f}{G_s}, \quad \bar{c}_f = \frac{c_f}{R} \sqrt{\frac{G_s}{r^T}} \end{aligned} \quad (15)$$

式(14)可化为:

$$\frac{G_{ps}}{2} \frac{d^2 \bar{j}}{dd^2} - 2AqK_0(q) = -\frac{r^{pT} l^2}{2} \bar{j} \quad (16)$$

5 桩顶动力复刚度求解

5.1 界面相对滑移问题

为了确定待定系数 A 的表达式, 将式(1)、式(2)代入式(13), 得:

$$A = \frac{(\bar{k}_f + \bar{c}_f i l) \bar{j}}{(\bar{k}_f + \bar{c}_f i l) K_1(q) - q K_0(q)} \quad (17)$$

将式(17)代入式(16), 得:

$$\frac{d^2 \bar{j}(d)}{dd^2} - b^2 \bar{j}(d) = 0 \quad (18)$$

其中: $b^2 = \frac{2c - \frac{1}{2} r^{pT} l^2}{G_{ps} / 2}$,

$$c = \frac{(\bar{c}_f i l + \bar{k}_f) q K_0(q)}{(\bar{c}_f i l + \bar{k}_f) K_1(q) - q K_0(q)}$$

式(18)易解得:

$$\bar{j}(d) = C_5 e^{bd} + C_6 e^{-bd} \quad (19)$$

由桩顶和桩底满足边界条件:

$$j \Big|_{z=H} = 0, \quad \frac{\partial j}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{-T(t)}{G_p J_p} \quad (20)$$

可得:

$$\begin{cases} C_5 e^{bq} + C_6 e^{-bq} = 0 \\ bC_5 - bC_6 = -\frac{T^*}{G_{ps}} \end{cases} \quad (21)$$

式中: $T^* = \frac{2T(t)}{\pi R^3 G_s}$; $q = H / R$ 为桩的长径比。

由式(21)解得待定系数 C_5 、 C_6 的表达式为:

$$\begin{cases} C_5 = \frac{-T^* e^{-2bq}}{(1+e^{-2bq})G_s b} \\ C_6 = \frac{T^*}{(1+e^{-2bq})G_s b} \end{cases} \quad (22)$$

将式(22)代入式(19)可得扭转转角振幅为:

$$\bar{J}(d) = -\frac{T^*}{G_{ps} b(1+e^{-2bq})} (e^{-2bq} e^{bd} - e^{-bd}) \quad (23)$$

由此可得桩顶动力复刚度为:

$$\bar{K}_d = \frac{2}{\pi R^3 G_s} K_d = \frac{G_{ps} b(1+e^{-2bq})}{1-e^{-2bq}} \quad (24)$$

5.2 界面连续性问题

将式(3)代入式(13)求得待定系数 A 的表达式为:

$$A = \frac{\bar{J}}{K_1(q)} \quad (25)$$

由式(17)和式(25)比较看出,两种接触面模型对桩顶扭转动力复刚度的影响存在较大差异,在下面数值算例和图形对比中作具体分析。

将式(25)代入式(16)即可得到桩顶扭转的动力复刚度,限于篇幅,略去具体表达式,详见文献[19]中桩顶复刚度求解部分。

6 饱和土问题的退化解

当饱和土中流体密度 $r^F = 0$, 土体中不含流体,退化为一般理想弹性介质,即土体的运动方程变为:

$$G_s \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) u_q = r^S \frac{\partial^2 u_q}{\partial t^2} \quad (26)$$

再利用边界条件式(25),可求得待定系数 A 表达式。此时,有:

$$q^2 = -I^2, \quad b^2 = \frac{4K_0(q)q}{G_{ps} K_1(q)} - \frac{r^{PS} I^2}{G_{ps}} \quad (27)$$

由此,可求解得到的结果与文献[4]的解答完全一致。

7 数值算例及图形分析

为考察桩顶动刚度随频率的变化规律,记饱和土层中桩的静态刚度为 K_0 , 即 $K_0 = \lim_{w \rightarrow 0} \text{Re}(\bar{K}_d)$, 定义 $K = \text{Re}(\bar{K}_d) / K_0$ 和 $x = \text{Im}(\bar{K}_d) / I$ 分别为动刚度因子和等效阻尼^[20], 其中, I 为无量纲频率。参

数取值为^[3,19]:

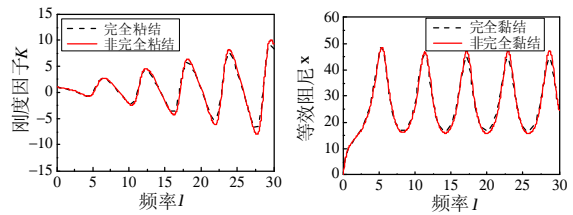
$$H / R = 10, \quad \bar{b} = 10, \quad r^{PT} = 1.5, \quad n = 0.4$$

$$r^{FT} = 0.5, \quad G_p / G_s = 500, \quad \bar{c}_f = 10, \quad \bar{k}_f = 100 \quad (28)$$

7.1 对比分析

首先,讨论相对滑移和连续性两种模型条件下桩顶扭转刚度因子 K 和等效阻尼 x 随无量纲频率 I 变化的差异。

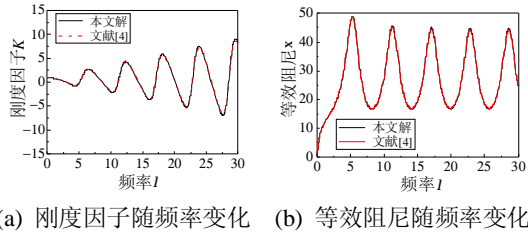
图2反映了桩土间完全黏结和相对滑移条件下桩顶动态刚度因子 K 和等效阻尼 x 随无量纲频率 I 的变化。可见,桩土接触面条件对复刚度有较大影响,当外荷载激励频率较小时,两种接触面条件下桩顶动力复刚度无明显差异;而当外荷载激励频率较大时,完全粘条件下桩顶动刚度和动阻尼的振幅小于滑移条件下桩顶动刚度和动阻尼的振幅。这说明桩土连续条件时高估了土体对桩身的约束力,在高频时并不安全。因此,采用相对滑移模型更贴近实际工程。



(a) 刚度因子随频率变化 (b) 等效阻尼随频率变化

图2 连续性与滑移模型条件下桩顶动力复刚度的对比
Fig.2 Comparison of dynamic complex stiffness at pile top between continuity and imperfect contact model

再次,考察饱和土模型和单相土模型条件下桩顶扭转刚度因子 K 和等效阻尼 x 随无量纲频率 I 变化的差异。文献[4]假定桩土间位移和应力连续,采用平面应变模型研究了单相土中端承桩的扭转振动,得到了扭转简谐激励力作用下桩顶动力复刚度的解析表达式。与本文的区别:① 本文考虑了孔隙流体和土骨架的相互作用,将土体视为流固两相耦合介质。而文献[4]将土体视为一般理论弹性介质;② 文献[4]考虑了土体的粘性,而本文未考虑;③ 本文采用桩土相对滑移模型描述接触面,而文献[4]采用连续介质模型。图3将文献[4]与本文退化后的计算结果作对比分析,反映了桩顶动力复刚度随无量纲频率的变化曲线。可见,将本文的计算结果进行退化后与文献[4]完全一致。为此,证明了计算结果的精确性。



(a) 刚度因子随频率变化 (b) 等效阻尼随频率变化
图3 退化后的本文结果与文献[4]作对比

Fig.3 Comparison of results for this paper and Ref [4]

7.2 参数分析

考察了长径比 $q = H/R$ 、模量比 $G_{ps} = G_p/G_s$ 、流固相互作用系数 \bar{b} 对桩顶动态刚度因子 K 和等效阻尼 x 的影响。

按式(28)的参数取值，图4反映了桩的长径比 H/R 变化分别对桩顶刚度因子 K 和等效阻尼 x 的影响。可见，随着长径比 H/R 的增加，刚度因子 K 和等效阻尼 x 都明显减小，相应的振荡幅度和波长减小。也就是说，对于细长桩而言，桩顶复刚度的振动幅值远小于大直径桩的振动幅值；对于大直径桩，系统的共振效应明显要强。

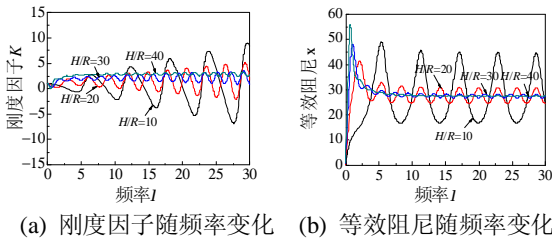


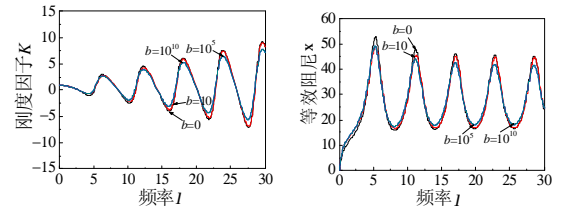
图4 长径比 H/R 对桩顶动力复刚度的影响

Fig.4 Influence of length-diameter H/R on dynamic complex stiffness at pile top

按式(28)参数取值，图5反映了流固相互作用系数 \bar{b} 变化对桩顶动刚度因子 K 与等效阻尼 x 的影响。可见，流固相互作用系数 \bar{b} 对刚度因子和等效阻尼的影响较小，随着 \bar{b} 的增加，动刚度因子和等效阻尼的振幅略有减小。当 $\bar{b} = 10^5$ 和 $\bar{b} = 10^{10}$ 时，动刚度因子 K 与等效阻尼 x 的幅值几乎没有变化，这是因为饱和土体已近似一个封闭系统，流固两相的相对运动减弱，导致土体的阻尼减小引起的。

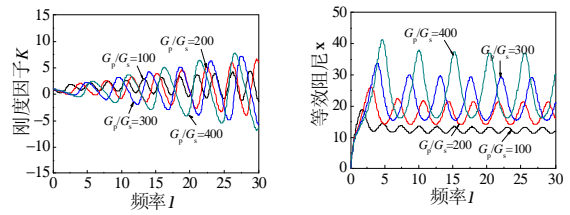
按式(28)参数取值，图6表示桩土模量比 $G_{ps} = G_p/G_s$ 变化对桩顶动刚度因子 K 与等效阻尼 x 的影响。随着桩土模量比 G_p/G_s 的增加，振荡幅度和波长也逐渐大。这里表明当桩的刚度不变，土体越软时，桩土系统的相对刚度和阻尼越大；当土体的硬度不变，桩的刚度越大时，桩土系统的共

振效应增强。



(a) 刚度因子随频率变化 (b) 等效阻尼随频率变化

图5 流固相互作用系数 b 对桩顶动力复刚度的影响
Fig.5 Influence of fluid-solid interaction coefficient b on dynamic complex stiffness at pile top



(a) 刚度因子随频率变化 (b) 等效阻尼随频率变化

图6 模量比 G_{ps} 对桩顶动力复刚度的影响

Fig.6 Influence of modulus ratio G_{ps} on dynamic complex stiffness at pile top

8 结论

考虑桩土间的相对滑移，在频率域内研究了扭转简谐激振力作用下饱和土中端承桩的扭转振动特性，考察了桩土参数对桩顶动力复刚度的影响，得到了如下结论：

(1) 当外荷载激振频率较小时，接触面连续性和相对滑移模型两种条件下桩顶动力复刚度差异较小；当激励频率较大时，完全粘结条件下桩顶动刚度和动阻尼的振幅小于滑移条件下的振幅。

(2) 随着长径比 H/R 的增加，刚度因子 K 和等效阻尼 x 都明显减小，相应的振荡幅度和波长减小。也就是说，对于细长桩而言，桩顶复刚度的振动幅值远小于大直径桩的振动幅值；对于大直径桩，系统的共振效应明显要强。

(3) 随着流固相互作用系数 \bar{b} 的增加，动刚度因子和等效阻尼的振幅略有减小。当 $\bar{b} = 10^5$ 和 $\bar{b} = 10^{10}$ 时，动刚度因子 K 与等效阻尼 x 的幅值几乎没有变化。

(4) 随着桩土模量比 G_p/G_s 的增加，振荡幅度和波长也逐渐大。

参考文献：

[1] Gazetas G, Makris N. Dynamic pile-soil-pile interaction, I: Analysis of axial vibration [J]. Earthquake Engineering

- and Structure Dynamic, 1991, 20(2): 115–132.
- [2] Nogami T, Ren F Z, Chen J W, et al. Vertical vibration of pile in vibration-induced excess pore pressure field[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1997, 123(5): 422–429.
- [3] 李强, 郑辉, 王奎华. 饱和土中摩擦桩竖向振动解析解及应用[J]. 工程力学, 2011, 28(1): 157–162.
Li qiang, Zhen Hui, Wang Kuihua. Analytical solution and its application of vertical vibration of a friction pile in saturated soil [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(1): 157–162. (in Chinese).
- [4] Novak M, Howell J F. Dynamic response of pile foundation in torsion vibration [J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1977, 103(2): 271–285.
- [5] Tham L G, Cheung Y K, Lei Z X. Torsional dynamic analysis of single piles by time-domain BEM [J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 174(4): 505–519.
- [6] 刘东甲, 刘煜洲, 王杰英. 扭转波应用于低应变动力测桩的理论研究[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(3): 283–287.
Liu Dongjia, Liu Yuzhou, Wang Jieying. Theoretical study on torsional wave applied in low strain dynamic testing of piles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(3): 283–287. (in Chinese)
- [7] 柯宅邦, 刘东甲, 廖旭涛. 非完整桩扭转振动问题的数值计算[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2005, 28(11): 1446–1448.
Ke Zhaibang, Liu Dongjia, Liao Xutao. Numerical calculation of torsional vibration of intact piles [J]. Journal of Hefei University of Technology, 2005, 28(11): 1446–1448. (in Chinese)
- [8] 王海东, 尚守平, 童桦. 层状地基端承桩扭转动力阻抗研究[J]. 地震工程与工程振动, 2007, 27(1): 171–175.
Wang Haidong, Shang Shouping, Tong Hua. Research on torsional dynamic impedance of end-bearing in layered soils [J]. Durnal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2007, 27(1): 171–175. (in Chinese)
- [9] Senjuntichai T, Raiapakse R K N D. Transient response of a circular cavity in a poroelastic medium [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1993, 17(6): 357–383.
- [10] 高盟, 高广运, 李大勇. 考虑耦合质量影响的均布突加荷载作用下衬砌结构的瞬态响应[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(6): 862–868.
Gao Meng, Gao Guangyun, Li Dayong. Transient response of lining structure subjected to sudden internal uniform loading considering effects of coupling mass [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(6): 862–868. (in Chinese)
- [11] Liu G B, Xie K H. Transient response of a spherical cavity with a partially sealed shell embedded in viscoelastic saturated soil [J]. Journal of Zhejiang University Science, 2005, 6A(3): 194–201.
- [12] Militano G, Rajapakse RKND. Dynamic response of a pile in a multilayered soil to transient torsional and axial loading [J]. Geotechnique, 1999, 49(1): 91–109.
- [13] Wang Guocai, Wei Gang, Pan Xiaodong, et al. Torsional vibrations of single pile embedded in saturated medium [J]. Computers and Geotechnics, 2008, 35(1): 11–21.
- [14] Wang Kuihua, Zhang Zhiqing, Leo Chinjian, et al. Dynamic torsional response of an end bearing pile in saturated poroelastic medium [J]. Computers and Geotechnics, 2008, 35(2): 450–458.
- [15] 栾茂田, 孔德森. 单桩竖向动力阻抗计算方法及其影响因素分析[J]. 振动工程学报, 2004, 17(4): 500–505.
Luan Maotian, Kong Desen. Simplified computational model and parametric studies of vertical dynamic impedance for single pile [J]. Journal of Vibration Engineering, 2004, 17(4): 500–505. (in Chinese)
- [16] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous media [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, 28(2): 179–191.
- [17] Biot M A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media [J]. Journal of Applied Physics, 1962, 33(4): 1482–1498.
- [18] 张智卿, 王奎华, 谢康和. 饱和土层中桩的扭转振动响应分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2006, 40(7): 1211–1218.
Zhang Zhiqing, Wang Kuihua, Xie Kanghe. Study on torsional vibration of pile embedded in saturated soil [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2006, 40(7): 1211–1218. (in Chinese)
- [19] 刘林超, 杨骁. 基于薄层法的饱和土桩纵向振动研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 92–98.
Liu Linchao, Yang Xiao. Study of longitudinal vibrations of pile in saturated soil based on layer method [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(1): 92–98. (in Chinese)
- [20] 杨骁, 蔡雪琼. 考虑横向效应饱和粘弹性土层中桩的纵向振动[J]. 岩土力学, 2011, 32(6): 1857–1863.
Yang Xiao, Cai Xueqiong. Vertical vibration of pile in saturated viscoelastic soil layer considering transversal effects [J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(6): 1857–1863. (in Chinese)