

Compare of the Estimation Method of Matrix Based on Maximum Entropy Model

Wenjun Hu¹, Xizhao Zhou²

¹Shanghai Zhongqiao College, Shanghai
²Shanghai Maritime University, Shanghai
Email: huwenjun0@yahoo.com.cn

Received: Mar. 6th, 2013; revised: Apr. 1st, 2013; accepted: Apr. 10th, 2013

Copyright © 2013 Wenjun Hu, Xizhao Zhou. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract: Maximum Entropy model is an efficient and simple model to estimate origin destination matrix. After introducing the formation and principle of basic maximum entropy model, this article uses Stirling approximate formula and log sum approximate formula to simplify basic model and obtains six improved models. Then it tests seven models in two networks under three different conditions, namely the total demand is fixed or unfixed, the prior matrix is feasible or unfeasible and the node continuity condition is satisfied or unsatisfied and compare the properties of these models. The results show that they show uniform in searching for optimum solutions. However, several formations produce large errors under some circumstances, which restrict their applications in reality.

Keywords: Transportation Engineering; Maximum Entropy Model Estimation; Comparative Study; Trip Distribution Matrix

出行分布矩阵的极大熵估计法比较研究

胡文君¹, 周溪召²

¹上海中侨学院, 上海
²上海海事大学, 上海
Email: huwenjun0@yahoo.com.cn

收稿日期: 2013年3月6日; 修回日期: 2013年4月1日; 录用日期: 2013年4月10日

摘要: 极大熵方法是用于估计起讫点间出行分布矩阵的一种高效简便的方法。在介绍基础极大熵公式的形式和原理后, 应用 Stirling 近似公式和对数近似公式简化基本极大熵公式, 得出六个改进的极大熵公式, 在总出行需求固定或可变、先验 OD 矩阵可行或不可行、节点流连续条件满足或不满足的三种不同的情况下在两个网络上测试七个极大熵公式, 对其特征进行比较。结果表明七个目标函数在寻优时表现出一致性, 但是在一些特定的情况下, 有几个公式产生较大误差, 使得其在实际使用中受到限制。

关键词: 交通工程; 极大熵估计; 比较研究; 出行分布矩阵

1. 引言

描述车辆出行起始点和终点在空间上分布的出行分布矩阵是交通规划、管理与控制的基础数据。

传统获取起讫点出行分布矩阵的方法是进行大规模的抽样调查, 但这项工作需消耗极大的人力、财力和时间, 其耗费的资源和组织上的难度是可以想象

的,而且直接调查的矩阵存在抽样率低、抽样统计精度不高、数据更新周期长度等问题。当前,由于城市交通监控系统的普及,路段交通流量成为较容易获取的信息,因此通过观测到得路段交通流量来估计未知出行分布矩阵,是一种效率高、周期短的矩阵获取方法。然而,从路段交通流量来估计未知出行分布矩阵,会遇到几个实际问题。其一,一般来说,OD对的个数远远大于路段的个数,仅仅通过路段流量来估计矩阵,无法得到唯一解,因而还需加上先验信息(如历史出行分布矩阵)。其二,在实际中,很少有一个OD需求完全观测路段流量,一组观测数据中的路段流量不一定是节点连续的,因为数据收集难免会有误差,而且数据收集往往不在同一地点进行。其三,实际出行分布矩阵未知,很难验证一次OD估计的优劣,只能间接地以观测流量与分配流量比较作为衡量优劣的指标。

为了应对以上种种问题,国内外研究者提出许多出行分布矩阵估计模型,如基于热力学熵原理的极大熵(Maximum Entropy)模型,以最小二乘原理为基础的最小二乘(Least Square)模型,以信息论原理为基础的最小信息量(Minimum Information)模型以及极大似然(Maximum Likelihood)模型和重力(Gravity)^[1-3]模型等。

在众多OD矩阵估计模型中,极大熵模型因其模型结构简单、原理明确,已被大部分学者所认同,所以本文一开始就提出并阐述极大熵OD估计模型的基本公式和内在原理,然后提出以其为基础所作的一系列简化假设和改进公式,接着分别以五路段网络和二路段网络两个简单的网络为例,比较三种不同的情况下1)总出行需求固定或可变;2)先验OD矩阵可行或不可行;3)节点流连续条件满足或不满足,各个极大熵OD估计公式所获得的最优解的特征和变化趋势,最后给出比较的结论。

2. 极大熵模型

2.1. 没有先验矩阵的极大熵模型

极大熵模型认为车辆的出行是随机的。若将车辆在OD对*ij*间的出行看作一次随机事件,则事件的总次数为^[4]:

$$T = \sum_{ij} T_{ij} \quad (1)$$

根据排列组合,在所有的事件中这一事件发生的

机会为:

$$Z(T_{ij}) = \frac{T!}{\prod_{ij} T_{ij}!} \quad (2)$$

直观上 $Z(T_{ij})$ 越大, T_{ij} 出现的可能性越大。可以证实,这一直观想象符合极大熵原理,一般取为 $\text{Max } Z(T_{ij})$ 。

2.2. 具有先验矩阵的极大熵模型

在实际问题中,常常会得到一个旧的OD矩阵。由于交通环境的变化,改变了OD出行分布情况,此时可借助先验信息(如历史OD矩阵),加上新的路段观测流量来获得一个新的OD矩阵。

给定 t_{ij} 作为一个先验的OD矩阵, t_{ij} 不一定要完全对应观测路段流量,但可用来拓展极大熵函数(2),使其成为带有先验矩阵的极大熵模型(3)^[5]:

$$\text{Max} Z_1(T_{ij}, t_{ij}) = \frac{T!}{\prod_{ij} T_{ij}!} \prod_{ij} \left(\frac{t_{ij}}{\sum_{ij} t_{ij}} \right)^{T_{ij}} \quad (3)$$

无论是目标函数(2)还是(3),都应满足路段流量约束关系,所以一般应加上约束条件:

$$x_a = \sum_{ij} T_{ij} p_{ij}^a \quad (4)$$

式中, x_a 为路段*a*的观测流量, T_{ij} 为从起点*i*到终点*j*的实际出行次数, p_{ij}^a 为从起点*i*驶向终点*j*的车辆经过路段*a*的比例。

3. 对基础极大熵公式的改进和变换

3.1. 改进极大熵公式

基础极大熵公式(2)和(3)直接作为目标函数计算起来非常复杂,因为阶乘运算会产生很大的数字,所以一般采用近似方式将其简化^[6]。最常用是采用Stirling近似公式:

$$\ln(x!) = x \ln(x) - x \quad (5)$$

在(3)两边取对数后进行简化,其中

$$\sum_{ij} T_{ij} = T, \sum_{ij} t_{ij} = t :$$

$$\text{Max} Z_2(T_{ij}, t_{ij}) = T \ln\left(\frac{T}{t}\right) - \sum_{ij} T_{ij} \ln\left(\frac{T_{ij}}{t_{ij}}\right) \quad (6)$$

如果进一步把路网中的总需求或者叫总出行次数 T 看做常数, 并去掉这一项, 则可进一步简化为如下的 Willumsen^[7]基础公式:

$$\text{Max}Z_3(T_{ij}, t_{ij}) = -\sum_{ij} T_{ij} \ln\left(\frac{T_{ij}}{t_{ij}}\right) \quad (7)$$

另一种修正方式是假设总出行次数 T 固定, T 和 t 两项几乎相等, 将公式(7)中的某一部分减去 T_{ij} 再加上 t_{ij} 进行修正:

$$\text{Max}Z_4(T_{ij}, t_{ij}) = -\sum_{ij} \left(T_{ij} \ln\left(\frac{T_{ij}}{t_{ij}}\right) - T_{ij} + t_{ij} \right) \quad (8)$$

有些改进极大熵公式除使用 Stirling 近似外, 更进一步采用对数近似公式(9)将(8)简化为 Willumsen 改进公式(10), 若再假设 $t_{ij} \approx T_{ij}$, 则成为 Ortuza & Willumsen 公式(11):

$$\ln(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x}\right)^3 + \dots \quad (9)$$

$$\text{Max}Z_5(T_{ij}, t_{ij}) = -\sum_{ij} \left(\frac{1}{2T_{ij}} (T_{ij} - t_{ij})^2 \right) \quad (10)$$

$$\text{Max}Z_6(T_{ij}, t_{ij}) = -\sum_{ij} \left(\frac{1}{2t_{ij}} (T_{ij} - t_{ij})^2 \right) \quad (11)$$

极大熵模型除了这些目标函数外还需加上路段流量的约束条件(4), 把约束(4)加到目标函数中去的最容易的方式是使用拉格朗日乘子, 可将有约束的目标函数转化为等价的无约束目标函数。在这一过程中, 一个常见的问题是观测数据一般不能保证节点连续性, 因为数据在不同地点、不同时间点收集, 而且收集过程中不可避免会有误差。Van Aerde et al. 提出应将流量约束最小化而不是去除, 即并不是寻找完全对应观测路段流量的最可能的 OD 矩阵, 而是从那些匹配路段流量的矩阵中寻找可能的 OD 矩阵, 使误差最小:

$$\text{Min}Y(T_{ij}) = \sum_a (v_a - v'_a)^2 = \sum_a \left(v_a - \sum_{ij} T_{ij} p_{ij}^a \right)^2 \quad (12)$$

同时求解(12)和基础公式(2)或(3)。但是, 要融合这两个表达式有一个难处: 一个要使可能性最大, 另一个要使路段流量误差最小, 而拉格朗日乘子只能把等价约束加到有约束目标函数上去。Van Aerde et

al. 提出了一个方法, 取(12)中每次 OD 对间出行 T_{ij} 的偏导数(13)并将其加入目标函数(3):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial T_{ij}} \sum_a \left(v_a - \sum_{ij} T_{ij} p_{ij}^a \right)^2 \\ & = 2 \left(\sum_a (v_a p_{ij}^a) - \left(\sum_a p_{ij}^a \left(\sum_{xy} T_{xy} p_{xy}^a \right) \right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{Max}Z &= \frac{T!}{\prod_{ij} T_{ij}!} \prod_{ij} \left(\frac{t_{ij}}{\sum_{ij} t_{ij}} \right) \\ & - \sum_{ij} \lambda_{ij} \cdot 2 \left(\sum_a (v_a p_{ij}^a) - \left(\sum_a p_{ij}^a \left(\sum_{xy} T_{xy} p_{xy}^a \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (14)$$

同样, 使用 Stirling 近似将其简化, 得 Van Aerde et al. 公式(15), 求解后可获得最匹配观测路段流量的 OD 矩阵:

$$\begin{aligned} \text{Max}Z_7(T_{ij}, t_{ij}) &= T \ln\left(\frac{T}{t}\right) - \sum_{ij} T_{ij} \ln\left(\frac{T_{ij}}{t_{ij}}\right) \\ & - \sum_{ij} \left(\lambda_{ij} \cdot 2 \left(\sum_a (v_a p_{ij}^a) - \left(\sum_a p_{ij}^a \left(\sum_{xy} T_{xy} p_{xy}^a \right) \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (15)$$

3.2. 极大熵公式及其特征归纳

极大熵基本和改进公式可归纳为以下七个目标函数:

$$\text{Max}Z_1 = \frac{T!}{\prod_{ij} T_{ij}!} \prod_{ij} \left(\frac{t_{ij}}{\sum_{ij} t_{ij}} \right)^{T_{ij}} \quad (16-1)$$

$$\text{Max}Z_2 = T \ln\left(\frac{T}{t}\right) - \sum_{ij} T_{ij} \ln\left(\frac{T_{ij}}{t_{ij}}\right) \quad (16-2)$$

$$\text{Max}Z_3 = -\sum_{ij} T_{ij} \ln\left(\frac{T_{ij}}{t_{ij}}\right) \quad (16-3)$$

$$\text{Max}Z_4 = -\sum_{ij} \left(T_{ij} \ln\left(\frac{T_{ij}}{t_{ij}}\right) - T_{ij} + t_{ij} \right) \quad (16-4)$$

$$\text{Max}Z_5 = -\sum_{ij} \left(\frac{1}{2T_{ij}} (T_{ij} - t_{ij})^2 \right) \quad (16-5)$$

$$\text{Max}Z_6 = -\sum_{ij} \left(\frac{1}{2t_{ij}} (T_{ij} - t_{ij})^2 \right) \quad (16-6)$$

$$\text{Max}Z_7 = T \ln\left(\frac{T}{t}\right) - \sum_{ij} T_{ij} \ln\left(\frac{T_{ij}}{t_{ij}}\right) - \sum_{ij} \left(\lambda_{ij} \cdot 2 \left(\sum_a v_a P_{ij}^a \right) - \left(\sum_a P_{ij}^a \left(\sum_{xy} T_{xy} P_{xy}^a \right) \right) \right) \quad (16-7)$$

对各个目标函数的特征，包括是否包含简化假设、总出行次数 T 是否假设为固定或其他假设情况进行归纳，列在表 1 中。另外，目标函数有时会产生负值，使得一个 OD 对间的出行数为负，需要在每个公式中对变量 T_{ij} 加上非负约束 $T_{ij} \geq 0$ 。

4. 极大熵公式比较研究

4.1. 网络描述

为了对几个形式不同的极大熵公式作比较，给出两个简单测试网络，其中一个网络总需求 T 固定，另一个总需求 T 可变，以研究两种情况下使用各个极大熵公式对最优解的影响。在节点连续性没有满足和先验 OD 矩阵不可行时又做了进一步比较。

给定 OD 出行的次数为整数次，不考虑诸如 1.5 次出行等非整数情况，将解空间限定在整型值，则在求解时无需列出每个公式，而是列出所有可能的整数解来构造一个解空间，然后从该解空间中寻找最优解。虽然使用的网络规模小、结构简单，但得出的结论是一般性的，可推广到其它较大的网络。

第一个网络是一个五路段网络，如图 1，它有两个起节点 1、2，两个终节点 5、6，四个 OD 对 $T_{15}, T_{16}, T_{25}, T_{26}$ ，五个路段。五个路段的观测路段流量见表 2。

Table 1. Hypothetical situations of maximum entropy formula
表 1. 各个极大熵公式假设情况

目标函数	包含简化假设	包含 Stirling 近似公式	包含近似公式(10)	假设总出行次数 T 固定	假设 $t_{ij} \approx T_{ij}$
(16-1)	否	否	否	否	否
(16-2)	是	是	否	否	否
(16-3)	是	是	否	否	否
(16-4)	是	是	否	是	是
(16-5)	是	是	是	是	否
(16-6)	是	是	是	是	是
(16-7)	是	是	否	否	否

Table 2. Observed link flow of five-link network
表 2. 五路段网络的观测路段流量

路段	观测路段流量
1~3	30
2~3	50
3~4	80
4~5	60
4~6	20

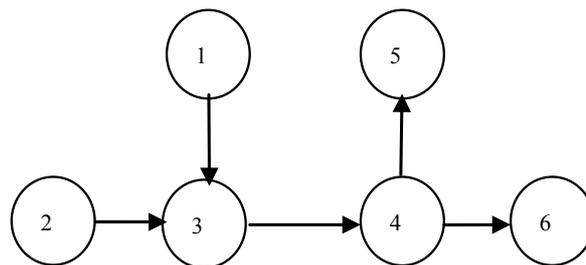


Figure 1. A five-link network
图 1. 一个五路段网络

共有 21 种可行的需求情况，通过设定一个 OD 对的需求可以计算其它三个 OD 对的需求，比如给定 T_{15} 则

$$T_{16} = 30 - T_{15}, T_{25} = 60 - T_{15}, T_{26} = 20 - T_{16} = 20 - 30 + T_{15} = T_{15} - 10$$

这些可行需求满足总需求约束 $T = 80$ ，节点流连续约束 $x_{13} + x_{23} = x_{34} = x_{45} + x_{46}$ ，非负约束 $T_{15}, T_{16}, T_{25}, T_{26} \geq 0$ 。具体的需求情况如表 3 所示。另外，第 1 种和第 21 种需求情况使得一个 OD 对间流量为 0，分别是 $T_{26} = 0, T_{16} = 0$ ，这两种极端的情况会给数学公式带来麻烦，因为 T_{ij} 项在分母上，所以分析时去掉这两种极端的情况，仅考虑情况 2~20。

第二个网络是一个两路段网络，如图 2，有三个节点 1、2、3，1 是起节点，3 是终节点，2 既是起节点又是终节点。有三个 OD 对 T_{12}, T_{13}, T_{23} ，两个路段 1~2 和 2~3，每个路段的观测路段流量见表 4。

共有 11 种可行的需求情况，同样，通过设定一个 OD 对的需求可以计算其它两个 OD 对的需求，见表 5。去掉第一和最后一种会在分母上产生 0 的情况，仅分析第 2~10 种情况。与五路段网络一个不同之处是，这里的总需求 T 不是固定的，而是随着可行解的变化而变化。

Table 3. Solution set of five-link network
表 3. 五路段网络的解集

需求情况	T_{13}	T_{16}	T_{25}	T_{26}	总需求 T
1	10	20	50	0	80
2	11	19	49	1	80
3	12	18	48	2	80
4	13	17	47	3	80
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
11	20	10	40	10	80
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	29	1	31	19	80
21	30	0	30	20	80

Table 4. Observed link flow of two-link network
表 4. 两路段网络的观测路段流量

路段	观测路段流量
1~2	10
2~3	15

Table 5. Solution set of two-link network
表 5. 两路段网络的解集

需求情况	T_{12}	T_{13}	T_{23}	总需求 T
1	0	10	5	15
2	1	9	6	16
3	2	8	7	17
4	3	7	8	18
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	9	1	14	24
11	10	0	15	25

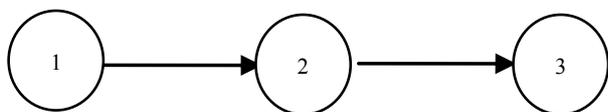


Figure 2. A two-link network
图 2. 两路段网络

4.2. 极大熵公式的寻优一致性

各个极大熵公式虽然表现形式各不相同，但在最优解的选择上却是一致的。在先验 OD 矩阵 t_{ij} 可行时，可以通过列举所有的可行解来获得最优解，一直重复这一过程直到 t_{ij} 涵盖整个可行解范围。在上节给出的

两个网络上计算七个目标函数。为省略篇幅，仅给出公式(16-1)和(16-3)在两个网络上的计算结果，见表 6~9。

Table 6. All feasible solutions of five-link network by (16-1)
表 6. 公式(16-1)在五路段网络上的所有可行解

需求情况	$t_{ij} = T_{ij}$		$t_{ij} \neq T_{ij}$	
2	0.0051	2.2834e-074	1.0872e-050	1.8739e-037
3	0.0037	4.5638e-058	4.2716e-040	2.3939e-033
4	0.0031	1.8171e-048	9.2551e-033	1.1428e-030
5	0.0027	9.2640e-042	4.7387e-027	1.0793e-028
6	0.0025	9.7994e-037	2.0176e-022	3.4168e-027
7	0.0023	7.4874e-033	1.2941e-018	4.6028e-026
8	0.0021	8.0000e-030	1.7408e-015	2.9850e-025
9	0.0021	1.7533e-027	5.9995e-013	9.9575e-025
10	0.0020	9.9288e-026	5.9990e-011	1.7625e-024
11	0.0020	1.6639e-024	1.8734e-009	1.6639e-024
12	0.0020	8.8325e-024	1.8914e-008	8.2237e-025
13	0.0020	1.5017e-023	6.1690e-008	2.0351e-025
14	0.0020	7.8094e-024	6.2522e-008	2.3315e-026
15	0.0021	1.1055e-024	1.8043e-008	1.0878e-027
16	0.0022	3.4186e-026	1.2635e-009	1.6746e-029
17	0.0023	1.5490e-028	1.6140e-011	5.9106e-032
18	0.0026	4.7693e-032	2.1874e-014	2.3911e-035
19	0.0030	1.7888e-037	9.5101e-019	2.3091e-040
20	0.0040	3.7945e-047	3.3378e-026	3.4914e-049

Table 7. All feasible solutions of two-link network by (16-1)
表 7. 公式(16-1)在两路段网络上的所有可行解

需求情况	$t_{ij} = T_{ij}$		$t_{ij} \neq T_{ij}$	
2	0.0785	3.9374e-007	1.3842e-008	
3	0.0585	4.9961e-005	2.7831e-005	
4	0.0498	6.2984e-004	8.6146e-004	
5	0.0454	0.0018	0.0027	
6	0.0434	0.0014	0.0014	
7	0.0432	2.7583e-004	1.2208e-004	
8	0.0451	1.1888e-005	1.4845e-006	
9	0.0501	5.8643e-008	1.0545e-009	
10	0.0633	4.7096e-012	2.7344e-015	

Table 8. All feasible solutions of five-link network by (16-3)
表 8. 公式(16-3)在五路段网络上的所有可行解

需求情况	$t_{ij} = T_{ij}$	$t_{ij} \neq T_{ij}$		
2	0	-164.2891	-109.7691	-79.2910
3	0	-126.4426	-85.0622	-69.5232
4	0	-105.6599	-67.9812	-63.1642
5	0	-88.5706	-54.7022	-58.4842
6	0	-76.9029	-43.9445	-21.9722
7	0	-67.8866	-35.1032	-52.2551
8	0	-60.8556	-27.8419	-50.3285
9	0	-55.4234	-21.9570	-49.0814
10	0	-51.3572	-17.3223	-48.4807
11	0	-48.5203	-13.8621	-48.5203
12	0	-46.8443	-11.5440	-49.2183
13	0	-46.3183	-10.3666	-50.6195
14	0	-46.9891	-10.3702	-52.8031
15	0	-48.9752	-11.6440	-55.8990
16	0	-52.9667	-14.3508	-60.1208
17	0	-57.9667	-18.7816	-65.8379
18	0	-66.1555	-25.4884	-73.7537
19	0	-78.8071	-35.6897	-85.4595
20	0	-101.3593	-53.1333	-106.0477

Table 9. All feasible solutions of two-link network by (16-3)
表 9. 公式(16-3)在两路段网络上的所有可行解

需求情况	$t_{ij} = T_{ij}$	$t_{ij} \neq T_{ij}$	
2	0	-12.2025	-15.5505
3	0	-7.0650	-7.6501
4	0	-4.3700	-4.0568
5	0	-3.2437	-2.8383
6	0	-3.4657	-3.4657
7	0	-5.0539	-5.8689
8	0	-8.2402	-10.3207
9	0	-13.6584	-17.6768
10	0	-23.3216	-30.7731

从各个表中可以看出无论总需求固定还是可变，当解的情况与先验 OD 矩阵情况相同即 $t_{ij} = T_{ij}$ 时，目标函数最大即可能性最大。表 6、7 中更详细地列出了各个可行解，第一列是解与先验 OD 矩阵相同的情

况，是最优解，分别是从 0.0051 变化到 0.0040，从 0.0785 变化到 0.0633，均呈现从大到小再变大的趋势，后三列是解的情况不同于先验 OD 矩阵的情况，计算出的目标函数值较小。公式(16-3)的计算结果也有类似趋势。说明尽管公式(16-1)~(16-7)产生不同的目标函数值，但在寻找最优 OD 矩阵上它们是一致的。当总需求固定时，所有的公式都收敛到先验 OD 矩阵，当总需求变化时，除了(16-4)、(16-5)、(16-6)外所有的目标函数都产生对应 OD 矩阵的最优解，因为总需求固定是这三个公式的先决假设条件。

4.3. 先验 OD 矩阵不可行对寻优的影响

有时一个先验 OD 矩阵可能并不是进行本次估计的可行矩阵，因此有必要进一步研究先验 OD 矩阵不可行的情况，不仅能明确不可行情况对不同公式表现特征的影响，而且还能明确不同目的下选择哪一个公式来计算最合适。通过生成满足均匀分布的随机数来生成 1000 组先验矩阵，然后列举所有可行解来获得所有公式在每个先验矩阵下的解。以不含任何简化假设的公式(16-1)的解作为比较基准，其它公式获得的解与之比较来估计误差。在五路段网络中共有 19 个可行解，最大误差即为 19；在两路段网络中共有 9 个可行解，最大误差即为 9。在总需求固定的五路段网络下，(16-1)、(16-2)总是产生相同的解，(16-3)、(16-4)、(16-7)产生的解与基准很相近，以(16-3)为例，见图 3。误差比较小，而且没有误差即误差为 0 的情况很多，(16-5)、(16-6)的误差比较大，超过 20%，见图 4。在总需求可变的路段网络下，(16-1)、(16-2)产生相同解，

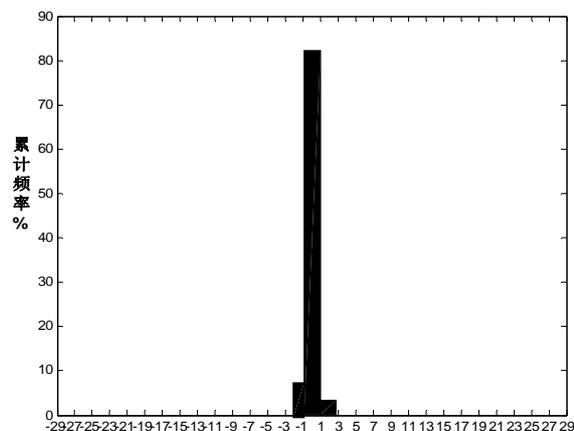


Figure 3. Error of optimal solution on five-link network by (16-3)
图 3. 公式(16-3)在五路段网络上最优解的误差

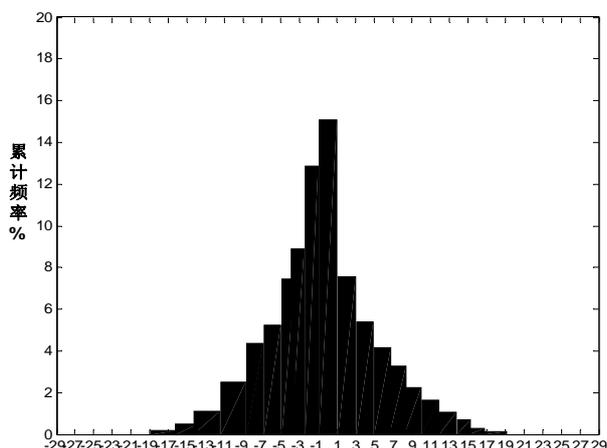


Figure 4. Error of optimal solution on five-link network by (16-5)
图 4. 公式(16-5)在五路段网络上最优解的误差

(16-3)、(16-7)有微小误差, (16-4)、(16-5)、(16-6)有明显误差, 说明(16-5)、(16-6)这两个公式在实际运用中受到限制。

4.4. 节点流连续条件不满足对寻优的影响

在实际过程中, 节点的流连续性条件往往不能满足, 但是即使不满足, 这七个公式仍能估计 OD 出行表, 原因是路段流量已经被转化成了等价的满足节点流连续性且使路段流误差最小的路段流量。在公式(16-1)~(16-6)中, 寻优的过程是先解决节点流连续性问题, 再根据极大熵技术求解来获取 OD 出行表, 而公式(16-7)把流量条件加入目标函数中, 同时解决流连续性和极大熵问题, 所以七个公式的计算结论几乎相同, 当然从计算效率上看(16-7)的计算效率更佳。

5. 结论

在现今的交通状况下, 实测或系统性 OD 交通调查数据还不健全, 有必要通过简单、经济、可行、快

速的方法解决交通规划基础数据不足的问题。极大熵模型因其模型结构简单、原理明确, 在 OD 估计中已受到广泛应用。采用各种简化假设, 对基础极大熵公式进行不同的简化和变形, 得到了七个不同表现形式的极大熵 OD 估计目标函数, 采用罗列可行解空间的形式, 在总需求可变、先验 OD 矩阵不可行以及节点流连续性条件不满足的情况下比较了不同公式的特征。结果表明, 尽管目标函数的表现形式各不相同, 但在寻优时却表现出一致性, 无论其处于总需求固定还是可变的网络中。当总需求可变时, (16-4)、(16-5)、(16-6)产生较大误差, 使用受限。当先验 OD 矩阵不可行时, (16-5)、(16-6)产生的误差高达 20%, 严格限制了公式的使用。节点流连续性几乎不影响最优解的获取, 只影响计算效率, 在七个公式中(16-7)的计算效率最佳。在实际应用中, 应该根据不同的应用要求和条件选择合适的目标函数形式, 以达到理想的及最佳的计算结果。

参考文献 (References)

- [1] L. G. Willumsen. Simplified transport models based on traffic counts. *Transportation Research Part B*, 1981, 10(3): 257-278.
- [2] J. Ortuzar, L. G. Willumsen. *Modelling transport*. 3rd Edition, Chichester: Wiley, 2001.
- [3] M. Van Aered, H. Rakha and H. Paramhamsan. Estimation of OD matrices: The relationship between practical and theoretical considerations. *Transportation Research Record No. 1831*, 1831: 122-130.
- [4] 马广英, 李平, 闻育. 基于极大熵模型的交通出行矩阵解法研究[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2006, 40(10): 1779-1782.
- [5] 周晶, 陈森发, 徐南荣. 均衡交通状态下 OD 矩阵的估计方法[J]. *信息与控制*, 1993, 225(2): 71-82.
- [6] 邵春福. *交通规划原理*[M]. 北京: 人民铁道出版社, 2006.
- [7] J. H. Van Zuylen, L. G. Willumsen. The most likely trip matrix estimated from traffic counts. *Transportation Research Part B*, 1980, 14B(3): 281-293.