

Accurate Solution of DF Formula for Phase Interference with One-Dimensional Double Baseline

Tao Yu

Shanghai Research Institute of Microwave Equipment, Shanghai
Email: tyt0803@163.com

Received: Aug. 15th, 2012; revised: Aug. 21st, 2012; accepted: Aug. 24th, 2012

Abstract: On the basis of the phase-differential locating equation obtained by the correspondence relationship between radial distance and phase, applying the trigonometric equation obtained by cosine law, the set of linear equation solving the target position can be obtained only by simple mathematical manipulation. Now, the location parameter of target can be solved and the accurate DF formula can be derived for the phase interference array with double baseline in one-dimensional space. The verification for accurate solution and analysis for measuring error can be worked out by using the equivalence between path length difference and phase difference. But also, the analysis process is not related to the integer of wavelength and phase-differential measurement of discriminator. The study in this paper provides a theoretical basis for the correction of the measurement accuracy to the existing approximate solution obtained by the assumption of parallel incident wave.

Keywords: Phase Interferometer; DF; Phase Difference Location

一维双基线相位干涉测向公式的准确解

郁涛

上海微波设备研究所, 上海
Email: tyt0803@163.com

收稿日期: 2012年8月15日; 修回日期: 2012年8月21日; 录用日期: 2012年8月24日

摘要: 在利用径向距离与相位之间的对应关系给出相差定位方程的基础上, 应用余弦定理所给出的三角方程, 且仅通过简单的数学变形处理即得到了求解目标位置的线性方程组, 并由所解得的目标位置获得了一维双基线相位干涉阵列的测向公式准确解。整个分析过程借助于路程差与相位差测量项的等价性, 在不涉及对整周数和鉴相电路相位差值计算的情况下, 实现了对准确解的验证和测量误差的分析。本文的研究为校正现有按平行入射波假定所得到的近似解的测量精度提供了理论依据。

关键词: 相位干涉仪; 测向; 相差定位

1. 引言

相位干涉利用无线电波在接收阵列的基线上形成的相位差来确定辐射源信号的方向, 由于具有设备简单、测向误差低、灵敏度高及实时性好等诸多优点, 得到了广泛的应用^[1-6]。

现有的分析中, 干涉测向误差的来源主要被归结

为: 测频、测向、平台基准、系统安装以及数据处理误差等, 设计时需要考虑: 通道一致性、基线倾角、解模糊算法、结构变形等各种因素^[7-9]。但事实上, 现有的基于平行入射波的假定亦是一个产生测向误差的重要因素, 因为由此假定所得到的相位干涉测向公式仅是一个近似分析结果。并且, 尽管人们知道这种

分析仅是近似的，但想要给出既相对准确又相对简单的数学表达形式似乎又有一定的难度。

文献[10]利用目标的径向距离和测向天线阵列的基线长度之比分析了由电波波前的非平面性所产生的测向误差，给出了典型条件下目标径向距离与测向误差之间的关系曲线。本短文在利用径向距离与相位之间的对应关系给出相差定位方程的基础上，通过选择合适的坐标原点位置，应用余弦定理所给出的三角方程，且仅通过简单的数学变形处理即得到了求解目标位置的线性方程组，并通过求解目标位置参数，从数学形式上导出了一维双基线相位干涉阵列的准确测向公式，从而为工程设计提供更为可靠的测算数据。

2. 准确解的推导及验证

2.1. 相差定位方程

对于单基线干涉仪，如对应于每个径向距离 r_i ，鉴相单元所测得的相位是 ϕ_i ，则有：

$$r_i = \lambda \left(N_i + \frac{\phi_i}{2\pi} \right) \quad (1)$$

于是，两阵元之间径向距离的程差就可以由相差测量所确定，且形式是与时差定位方程完全类似：

$$\Delta r = r_i - r_j = \lambda \left(N_i - N_j + \frac{\phi_i - \phi_j}{2\pi} \right) \quad (2)$$

如假设来自同一辐射源的入射到两天线的信号近似为平面波，则由三角正弦定理，基于程差即可得到现有的相位干涉测向法的近似解：

$$\sin \theta = \frac{\Delta r}{L} = \frac{\lambda}{L} \left(\Delta N + \frac{\Delta \phi}{2\pi} \right) \quad (3)$$

式中： $\Delta N = N_i - N_j$ 是相位差的波长整周数； $\Delta \phi = \phi_i - \phi_j$ 为两阵元之间的相位差， L 为阵元间的距离。

通过简单的变形整理后有：

$$2\pi\Delta N + \Delta \phi = \frac{2\pi L}{\lambda} \sin \theta \quad (4)$$

2.2. 程差方程的线性解

对于图 1 所示的一维双基线相位干涉测向阵列，由余弦定理可列出如下两个方程：

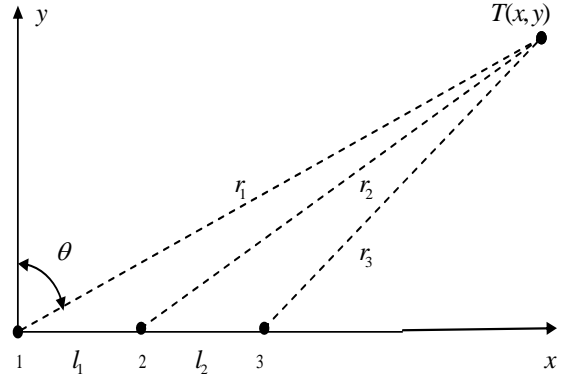


Figure 1. Phase interference array for direction finding with double-base line in one dimensional
图 1. 一维双基线相位干涉测向阵列

$$r_2^2 = r_1^2 + l_1^2 - 2l_1r_1 \cos(90 - \theta) \quad (5)$$

$$r_3^2 = r_1^2 + (l_1 + l_2)^2 - 2(l_1 + l_2)r_1 \cos(90 - \theta) \quad (6)$$

设：

$$r_1 - r_2 = \lambda \left(\Delta N_1 + \frac{\Delta \phi_1}{2\pi} \right) = \Delta r_1$$

$$r_1 - r_3 = \lambda \left(\Delta N_2 + \frac{\Delta \phi_2}{2\pi} \right) = \Delta r_2$$

将上述两个程差关系式代入式(5)和(6)，且为表达简便，直接用 Δr_i 表示相差测量项。因有： $x = r_1 \sin \theta$ ，在移项整理后可得到如下的二元一次线性方程组：

$$2l_1x - 2\Delta r_1r_1 = l_1^2 - \Delta r_1^2 \quad (7)$$

$$2(l_1 + l_2)x - 2\Delta r_2r_1 = (l_1 + l_2)^2 - \Delta r_2^2 \quad (8)$$

从中可以直接解出目标的坐标位置：

$$x = \frac{(d^2 - \Delta r_2^2)\Delta r_1 - (l_1^2 - \Delta r_1^2)\Delta r_2}{2[(\Delta r_1 - \Delta r_2)l_1 + \Delta r_1l_2]} \quad (9)$$

$$r_1 = \frac{(d^2 - \Delta r_2^2)l_1 - (l_1^2 - \Delta r_1^2)d}{2[(\Delta r_1 - \Delta r_2)l_1 + \Delta r_1l_2]} \quad (10)$$

式中： $d = l_1 + l_2$ 为测向阵列的总长度。

2.3. 测向公式及模拟验证

由求得的目标坐标位置参数，即能得到目标的到达角：

$$\sin \theta = \frac{x}{r_1} = \frac{(d^2 - \Delta r_2^2)\Delta r_1 - (l_1^2 - \Delta r_1^2)\Delta r_2}{(d^2 - \Delta r_2^2)l_1 - (l_1^2 - \Delta r_1^2)d} \quad (11)$$

注意，符号 Δr_i 实际上表示的是相位测量项：

$$\lambda \left(\Delta N_i + \frac{\Delta \phi_i}{2\pi} \right)$$

即到达角 θ 是由相差测量得到的。

通过模拟计算验证了准确测向解可达到的计算准确度。首先，预设径向距离 r_1 ，波长 λ ，基线长度 l_1 和 l_2 ，并使到达角 θ 在 $[0^\circ, 90^\circ]$ 范围内线性变化，于是就能由三角函数关系依次解出其余的径向距离和角度，从而就能得到各个距离程差 Δr_i 值，将其代入公式(11)，并和原始的理论值比较就能得到相对计算误差 ε 。虽然 Δr_i 表示的是相位差测量值，但在验证计算过程中，其可直接用径向距离的程差等价替代，由此避免了对整周数和鉴相电路相位差值的分析与计算。

图 2 对比了准确解与近似测向式的相对计算误差，从图中显然可看到，在整个角度变化范围内，准确解的计算准确度都比近似解为好，且近似解在到达角逐渐趋近于阵列轴线的垂直方向时，计算的准确度将明显降低。

在模拟验证及后一节的测量精度分析时所取的基本参数是： $r_1 = 50 \text{ km}$ ， $\lambda = 0.03 \text{ m}$ 。

3. 误差分析

3.1. 基本公式

根据误差估计理论分析了准确测向公式可实现的测量精确度，忽略对基线长度的测量误差，准确解的总的测量误差是：

$$\sigma_\theta = \sigma_\phi \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \theta}{\partial \Delta \phi_i} \right)^2} \quad (12)$$

式中： σ_ϕ 为相位差测量误差的均方根值。

通过对相位差求微分所得到的误差分量是：

$$\frac{\partial \theta}{\partial \Delta \phi_1} = \frac{1}{v^2 \cos \theta} \left[v \frac{\partial u}{\partial \Delta r_1} - u \frac{\partial v}{\partial \Delta r_1} \right] \frac{\partial \Delta r_1}{\partial \Delta \phi_1} \quad (13)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \Delta \phi_2} = \frac{1}{v^2 \cos \theta} \left[v \frac{\partial u}{\partial \Delta r_2} - u \frac{\partial v}{\partial \Delta r_2} \right] \frac{\partial \Delta r_2}{\partial \Delta \phi_2} \quad (14)$$

其中：

$$u = (d^2 - \Delta r_2^2) \Delta r_1 - (l_1^2 - \Delta r_1^2) \Delta r_2$$

$$v = (d^2 - \Delta r_2^2) l_1 - (l_1^2 - \Delta r_1^2) d$$

由于相位差测量项中所包含的整周数是常数，故 Δr_i 项对相差的微分是：

$$\frac{\partial \Delta r_i}{\partial \Delta \phi_i} = \frac{\lambda}{2\pi} \quad (15)$$

且在测量误差的计算过程中，表示相位测量的 Δr_i 项，亦可用程差 Δr_i 等价替代。

3.2. 若干特性

取相差测量误差 $\sigma_\phi = 20^\circ$ ，其余参数的选择同上节。仿真计算表明，测向精度和距离、波长的大小无关。图 3 显示在基线总长度为五十个波长时，在小于六十度的方位角范围内，测向误差可小于 0.5° ，而

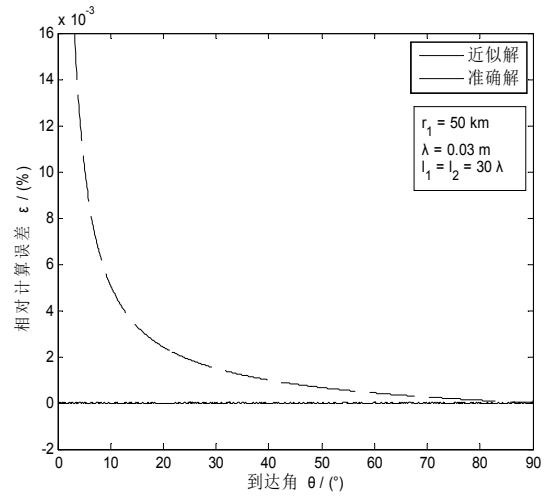


Figure 2. Relative calculation error comparison between accurate solution and approximate solution
图 2. 准确解和近似解的相对计算误差比较

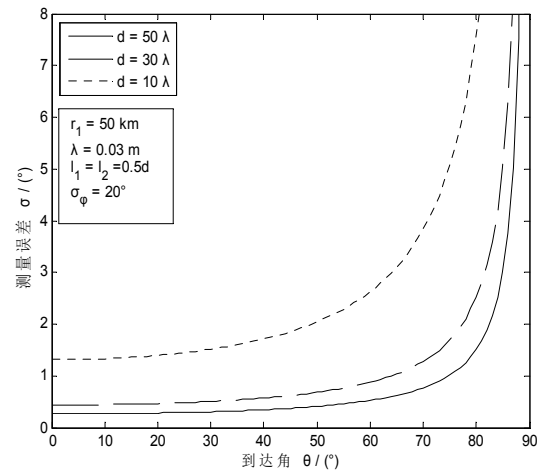


Figure 3. Measurement error for different baseline length
图 3. 不同基线长度时的测量误差

趋近于天线视轴方向时，测量误差将能小于 0.2° ，且测向误差随基线长度的减小而逐渐增大。在相位差测量误差的均方根值 σ_ϕ 难以减小的情况下，为能在视轴方向使测向误差小于 1° ，阵列的总长度至少约大于三十个波长。当阵列的长度为十个波长时，在小于六十度的方位角范围内总的测向误差可小于 3° 。

图 4 则说明，在两基线相等时将能获得最好的测量精度。

3.3. 与近似测向公式的比较

对于现有的近似测向公式(3)，其因相差测量所产生的误差分量为：

$$\frac{\partial \theta}{\partial \Delta \phi} = \frac{\lambda}{2\pi L \cos \theta} \quad (16)$$

其测量精度是：

$$\sigma_\theta^a = \frac{\partial \theta}{\partial \Delta \phi} \sigma_\phi \quad (17)$$

图 5 比较了在准确解和近似解之间的测量误差。显然，如按照近似测向公式则能获得更好的测角精度，两者之间的差值在侧视时约大于 0.2° ，且准确解在到达角趋于阵列的轴线方向时的误差特性比近似解更劣。

4. 结语

通常，仅基于程差方程仅能获得非线性解，综合利用程差和三角定位方程则就能够获得求解目标坐

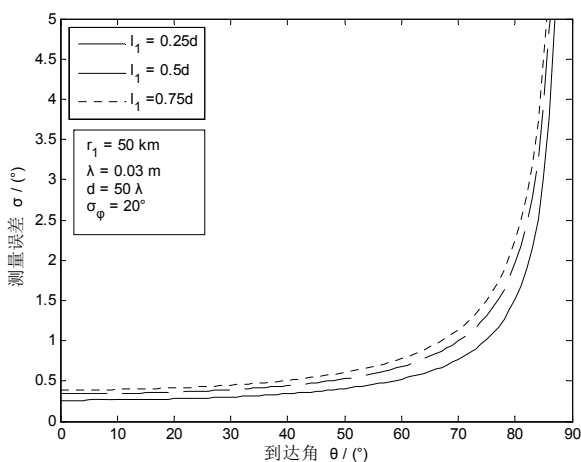


Figure 4. Influence to the precision of direction finding due to different ratio between baselines
图 4. 基线间不同比例对测向精度的影响

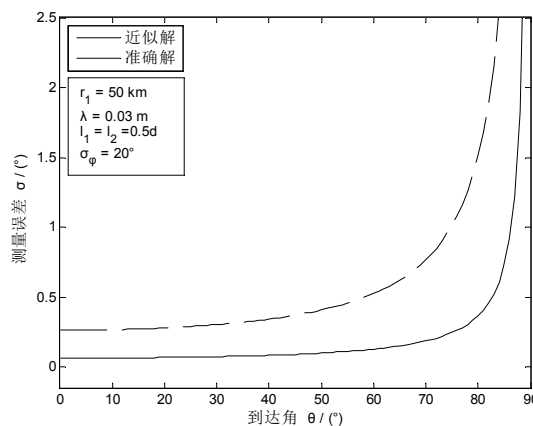


Figure 5. Comparison of measuring error
图 5. 测量误差的比较

标位置的线性方程，从中可以直接解出目标的到达角。在此基础上，基于程差与相差之间的关系，即能获得基于相位干涉测量的测向准确解。且模拟计算说明准确解的计算准确性远好于近似解，但误差分析则表明，由准确解所获得的测量精度要比按平行入射波假定所得到的近似相位干涉测向解为差。

显然，近似解的测量精度存有某种不真实性。本文所导出的测向准确解，无疑为相位干涉仪测量误差的设计提供了更为正确的分析结果。事实上，对于相位干涉仪的工程设计，在理论计算值与实际测量值之间似乎一直存在着某种不吻合，本文的结果，将能部分地解释这种不吻合的根源。

参考文献 (References)

- [1] 卢佳林. 无线电测向技术及应用[J]. 潍坊学院学报, 2005, 5(4): 65-67.
- [2] 吴红光. 二维相位干涉仪原理及其在短波战术测向机中的应用[J]. 通信对抗, 2003, (2): 25-35.
- [3] 刘宗敏. 数字测向和单站无源定位理论研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2007.
- [4] 赵国庆. 雷达对抗原理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1999.
- [5] H. Messer, G. Singal. On the achievable DF accuracy of two kinds of active interferometers. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(3): 1158-1164.
- [6] 许耀伟, 孙仲康. 利用相位固定辐射源无源被动定位[J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(3): 34-37.
- [7] 苗留成, 冯志远, 胡海滨等. 固定辐射源的干涉测向定位精度分析[J]. 航天电子对抗, 2009, 25(5): 36-38, 46.
- [8] 田德民. 影响干涉仪测向接收机测向精度的因素分析[J]. 舰船电子对抗, 2010, 33(2): 45-48.
- [9] 李聪聪, 刘国玺, 毛贵海. 结构变形对测向天线精度的影响[J]. 无线电通信技术, 2010, 36(1): 35-36.
- [10] 方洪俊. 测向精度试验中测向距离的选择方法[J]. 电子对抗技术, 2001, 16(2): 31-37.