PCA 法在多变量控制系统中的设计与应用

Design and Application of the PCA Method in Multivariable Control System

令朝霞　曹立学

(陕西理工学院电气工程学院,陕西 汉中　723003)

摘　要:针对多变量系统中各变量之间的强关联、强耦合和系统故障时难以定位等特点,提出了一种基于多元统计过程的故障检测与诊断方法。采用主元分析法(PCA)提取原始复杂数据空间的统计特征,经映射投影重构能最大程度表征有用信息的主元数据,以检测和分析系统中的故障信息。多变量液位控制系统的实际运行表明,主元分析法不仅能够对生产过程进行有效故障检测与诊断,而且减小了外界噪声的影响,为实现复杂系统的容错控制提供了保障。

关键词:多变量系统　统计过程　主元分析　故障诊断　容错控制　可靠性

中图分类号:TP206　　　**文献标志码**:A

Abstract: Aiming at the features of multivariable system, i. e. , strong relevancy and strong coupling among each variable, and difficult to locate fault when system fails, the fault detection and diagnostic method based on multivariable statistical process is proposed. By adopting the method of principal component analysis (PCA), the statistical characteristics of original complex data space are extracted; and the useful information of principal component data can be characterized greatly by mapping projection reconstruction, thus the fault information of the system can be detected and analyzed. Through practical application in multiple variable level control system, it is shown that the PCA method is able to effectively conduct fault detection and diagnostics for productive process, and reduce the influence of exterior noises, thus provides guarantee for fault-tolerant control of complex systems.

Keywords: Multivariable system　Statistical process　Principal component analysis(PCA)　Fault diagnosis　Fault-tolerant control　Relialility

0　引言

随着工业生产过程自动化程度的提高,控制系统的结构越来越复杂,检测仪表和执行机构的使用数量也越来越多。一个局部故障常会产生链式反应,导致整个自动控制系统的崩溃,这不仅会造成巨大的经济损失,而且会危及人身安全。因此,系统的可靠性是系统安全运行的关键,而提高系统可靠性的重要手段是使系统具有一定的容错能力[1]。而要实现容错控制,必须预先知道系统某环节出现了故障,所以系统的故障检测与诊断又是实现容错控制的前提。决策者根据诊断到的故障源和故障类型,作出相应决策,以改变或修正系统出现的错误和故障[2]。

本文采用主元分析(principal component analysis, PCA)法研究多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)控制系统,实现系统的故障检测与诊断,为系统实现容错控制和安全运行打下良好基础。

陕西省教育厅基金资助项目(编号:11JK0934)。

修改稿收到日期:2013-04-08。

第一作者令朝霞(1974-),女,2010 年毕业于西安工业大学计算机应用专业,获硕士学位,讲师;主要从事电工电子及自动控制技术方面的教学与研究工作。

1　主元分析法及基本思路

主元分析法(PCA)是多元统计过程控制故障诊断技术的核心,它是基于原始数据空间,通过降低原始数据空间的维数构建新的数据模型;再从新的映射空间抽取主要的变化信息,以提取统计特征,从而构成原始数据空间特性。新的映射空间的变量由原始数据变量的线性组合构成,大大降低了投影空间的维数。由于投影空间统计特征向量彼此正交,因此消除了变量间的关联性,简化了原始过程特性分析的复杂程度。主元分析能对生产过程进行有效故障检测与诊断。

主元分析法的基本思路是:寻找一组新变量来代替原变量,新变量是原变量的线性组合。从优化的角度看,新变量的个数要比原变量少,并且最大限度地携带原变量的有用信息,新变量之间互不相关。主元分析法的内容包括主元的定义和获取,以及通过主元的数据重构。

目前,针对主元分析的研究与应用综述比较多,其中大多数文献都介绍了其基本原理[3-5],甚至包括主元分析的改进型分析方法[6]。本文对此不再赘述,在此主要说明应用主元分析法设计系统时的主要流程和步骤。

2　主元分析法设计步骤

根据主元分析法的概念与设计思路,主元分析法可按以下步骤完成。

① 系统正常运行时进行采样,获得原始数据,设多变量数据矩阵为 $\boldsymbol{X} \in R^{m \times n}$,其中每一列对应一个变量,每一行对应一个样本。

② 对原始数据进行标准化,以消除量纲影响。对 $\boldsymbol{X}_{m \times n}$ 进行标准化后的数据矩阵为 $\boldsymbol{X}^*$,元素 $x_i^*(k)$ 的表达式为:

$$x_i^*(k)=\frac{x_i(k)-\bar{x}_i}{s_i} \tag{1}$$

式中:$\bar{x}_i$ 为 $x_i(k)$ 的平均值;s_i 为标准差;$i=1,2,\cdots,m$;$k=1,2,\cdots,n$。

③ 计算已标准化处理后的数据变量之间的相关数据矩阵 $\boldsymbol{R}=[r_{ij}]_{m \times n}$,其元素 r_{jk} 表示原变量 x_j^* 与 x_k^* 的相关系数。

④ 计算 $\boldsymbol{R}=[r_{ij}]_{m \times n}$ 的特征值与特征向量。

解特征方程 $|\lambda \boldsymbol{I}-\boldsymbol{R}|=0$,并把特征值按大小顺序排列,记为 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_m$,相应的特征向量记为 $\boldsymbol{p}_1$,$\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_m$。

⑤ 计算主元:$t_i=\boldsymbol{X}^* \boldsymbol{p}_i$。

主元 t_i 表示数据矩阵 $\boldsymbol{X}^*$ 在这个主元相对应的负荷向量方向上的投影,其长度越大,表示 $\boldsymbol{X}^*$ 在 $\boldsymbol{p}_i$ 方向上的覆盖程度或变化范围越大。

若 $\|t_1\|>\|t_2\|>\cdots>\|t_m\|$,则 $\boldsymbol{p}_1$ 表示数据 $\boldsymbol{X}^*$ 变化的最大方向,$\boldsymbol{p}_m$ 表示数据变化的最小方向。

⑥ 计算各主元贡献率及累计贡献率。

贡献率可按 $\dfrac{\lambda_i}{\sum_{k=1}^{m}\lambda_k}$ 计算,累计贡献率可按 $\dfrac{\sum_{k=1}^{i}\lambda_k}{\sum_{k=1}^{m}\lambda_k}$ 计算。计算过程中,一般取累计贡献率达到 85% ~95% 的特征值 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_k$ 所对应的主元。

⑦ 绘制统计过程图,进行故障的检测与诊断。

3　统计过程控制图

3.1　诊断模型的建立

PCA 统计分析是把过程数据向量投影到两个正交的主元空间和误差空间上,建立其相对应的统计信息并进行假设检验,依此来判断过程的运行情况。PCA 统计分析主要采用多变量统计过程控制图,常见的有平方预测误差(squared prediction error,SPE)图、Hotelling T^2 图、贡献图、主元得分图[7]。

3.2　统计控制图

建立 PCA 模型后,要检测数据中是否包含过程的故障信息,可以通过建立统计量进行假设检验,判断过程数据是否背离了主元模型。通常采用的方法是对主元子空间建立的 Hotelling T^2 统计量和平方预测误差 SP 统计量进行统计检测。若实时数据超出平方预测误差 SPE 和 Hotelling T^2 的控制限,则会出现异常状况。

3.2.1　SPE 图

统计量 SPE 在 i 时刻的值是标量,它表示该时刻测量值 X_i^* 对主元模型的偏离程度,表明从一个采样样本点到模型空间的距离。SPE 统计量也被称为 Q 统计量。主元模型对第 i 个样本的平方预测误差可表示为:

$$\boldsymbol{Q}_i=\boldsymbol{e}_i\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{X}_i^*(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{T}})(\boldsymbol{X}_i^*)^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{e}_i$ 为误差矩阵 $\boldsymbol{E}$ 的第 i 行;$\boldsymbol{P}_k=[p_1\quad p_2\quad \cdots\quad p_k]$;$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵。

SPE 统计量反映了现场数据与建模数据的差异,说明了某时刻测量值对主元模型的偏离程度,它是衡量模型外部数据变化的测度。当 SPE 统计量太大时,说明生产过程出现了异常情况。

当检验水平为 α 时,其 SPE 的控制限可根据式(3)来计算。

$$Q_\alpha=\theta_1\left[1+\frac{C_\alpha h_0\sqrt{2\theta_2}}{\theta_1}+\frac{\theta_2 h_0(h_0-1)}{\theta_2}\right]^{\frac{1}{h_0}} \tag{3}$$

式中:$\theta_j=\sum_{i=k+1}^{n}\lambda_i^j$,$j=1,2,3$,$\lambda_i$ 为 $\boldsymbol{X}^*$ 协方差矩阵的特征值;$h_0=1-\dfrac{2\theta_1\theta_3}{3\theta_2^2}$;$C_\alpha$ 为正态分布在置信度为 α 时的临界值。如果统计结果 $Q<Q_\alpha$,说明此时的 SPE 统计正常。

3.2.2　Hotelling T^2 图

Hotelling T^2 图是得分向量的标准平方和,表明每个样本在变化趋势和幅度上偏离实际模型的程度。对于第 k 个时刻主元模型的 T^2 统计量,可定义为:

$$T_i^2=\sum_{i=1}^{m}\frac{t_i^2(k)}{s_{t_i}^2} \tag{4}$$

式中:$t_i(k)$ 为得分向量 $\boldsymbol{t}_i$ 的第 k 行值;$s_{t_i}^2$ 为 $\boldsymbol{t}_i$ 的估计方差。

T^2 统计量的控制限可利用 F 分布按式(5)计算。

$$T_{k,m,\alpha}^2=\frac{k(m-1)}{m-k}F(k,m-1,\alpha) \tag{5}$$

式中:m 为样本个数;k 为保留的主元个数;$F(k,m-1,\alpha)$ 为置信度为 α,自由度分别为 k、$(m-1)$ 条件下的 F 分布上限值。若 $T^2>T_{k,m,\alpha}^2$,则表明过程出现不正常。

基于 Hotelling T^2 的假设只能判断主元子空间中某些变量的变化,因此如果有测量变量没有体现在主元模型中,则这种变量的故障也就不能通过 Hotelling T^2 图

进行检测。此时可考虑通过分析平方预测误差(SPE)图进行故障检测。

3.2.3　主元得分图

主元得分图反映了主元模型内部各主元跟随时间波动的情况，其得分向量求解式为：

$$\boldsymbol{t}_i=\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{p}_i \tag{6}$$

同样主元得分向量的控制限为：

$$\boldsymbol{t}_{i,\alpha}=\boldsymbol{t}_{\alpha/2,m-i}\times\sqrt{\lambda_i}\qquad 1\leqslant i\leqslant k \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{t}_{i,\alpha}$为置信度为 α 的得分向量。如果 $\boldsymbol{t}_i>\boldsymbol{t}_{i,\alpha}$，则说明此时主元得分分析异常；否则，说明统计正常。

3.2.4　贡献图

当 Q 统计量或 T^2 统计量超过其控制限时，则说明过程中出现了异常情况，但并不能从 Q 统计图或 Hotelling T^2 图中找出发生的故障，必须借助贡献图来确定故障源的位置。第 i 个过程变量对在第 k 时刻的 Q 统计量的贡献可表示为：

$$Q_{ki}=e_{ki}^2=(X_{ki}^*-\hat{X}_{ki}^*)^2 \tag{8}$$

第 i 个过程变量在第 k 时刻对第 j 个主元的贡献可表示为$X_{ki}^*P_{ji}$，其中P_{ji}为 P_j 的第 i 个元素。通过分析变量贡献图，便可找出引起 Q 统计量或 Hotelling T^2 图超出控制限的原因。

4　具体应用

某两进两出(2I2O)液位控制系统示意图如图 1所示。系统要求对两个水箱的液位进行定值控制，图 1中：1#水箱被控变量为 h_1，用压力变送器 LT_1 进行测量，控制变量为 q_1，通过调节信号 u_1 改变其大小；2#水箱被控变量为 h_2，用 LT_2 进行测量，控制变量为 q_2，通过调节信号 u_2 改变其大小[7-8]。两容器之间通过阀门相互关联，关联系数为f_0，另外两个水箱的自泄流分别为 d_1、d_2。

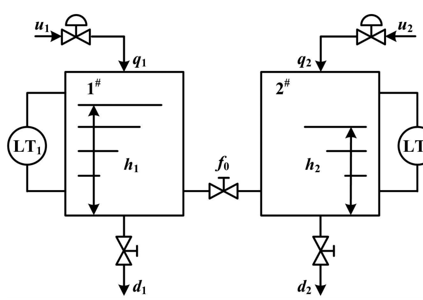

图 1　两进两出液位控制系统示意图

Fig. 1　Schematic diagram of 2I2O level control system

采用 PCA 的分析设计方法，分别对 h_1、h_2、u_1、q_1、u_2、q_2、f_0 这 7 个变量进行检测。设备在正常运行一段时间后进行故障测试，分别取正常运行阶段和故障阶段的数据并建立模型，得出相应主元的贡献率；确定主元个数为 2，并分别计算统计指标，即 SPE、Hotelling T^2、主元负荷向量及得分向量；确定其置信度为 95% 时的控制限分别为 $Q_\alpha=0.275\ 2$、$T_\alpha^2=7.762$。SPE 统计量图和 Hotelling T^2 统计图分别如图 2、图 3 所示。

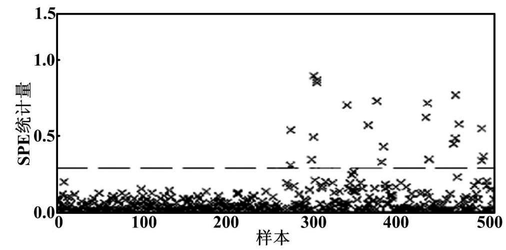

图 2　SPE 统计量图

Fig. 2　Chart of the SPE statistics

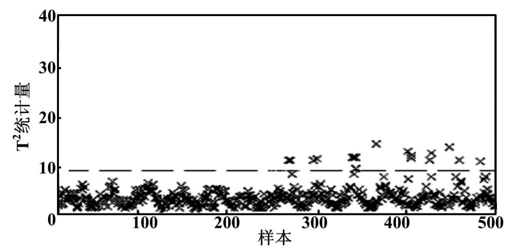

图 3　Hotelling T^2 统计图

Fig. 3　Chart of the Hotelling T^2 statistics

由图 2、图 3 可以看出，系统在前半阶段运行正常，而到后半阶段出现了样本数据超出控制限情况，说明该阶段样本出现了异常，系统某部分出现了故障。通过对得分向量图进行分析，发现第 1 个主元得分向量没有测量点偏移，而第 2 个主元得分向量图中后半阶段有多个测量点超过置信限；再通过观察第 2 个主元负荷向量图发现，变量 u_2 和变量 q_2 对第 2 个主元的贡献率最大，这两个变量又是控制第 2 个容器的液位大小的进料情况，由此可判定是第 2 个控制回路出现故障。经查验确认为第 2 个调节阀故障，开度幅度超出系统要求。

5　结束语

针对多输入多输出系统的原始复杂数据信息，采用主元分析(PCA)法实现对复杂数据信息的特征提取，并构建了相应过程的主元模型。主元模型通过检验新的数据样本对主元模型的偏离程度发现故障信息。仿真结果与实际运行表明，多变量统计过程能够根据过程的变化做出判断，从而达到检测与诊断的目的，提高系统的安全可靠性[9-12]。

(下转第 38 页)