

# 基于量子粒子群算法的结构模态参数识别

常 军, 刘大山

(苏州科技学院 土木工程学院, 江苏 苏州 215011)

**摘 要:** 以由结构输入输出数据计算所得实测频响函数与理论频响函数差值最小化为优化目标, 通过对理论频响函数中所含结构模态参数搜索取值使目标函数最小, 即将结构模态参数识别问题转化为优化问题。采用量子粒子群算法对此过程优化计算, 获得结构模态参数。用数值模拟六层框架结构对该方法进行验证。结果表明, 量子粒子群可有效识别结构模态参数。

**关键词:** 量子粒子群优化算法; 粒子群优化算法; 优化算法; 频响函数; 结构模态参数识别

**中图分类号:** U441

**文献标志码:** A

**DOI:**10.13465/j.cnki.jvs.2014.14.013

## Structural modal parameter identification based on quantum-behaved particle swarm optimization

CHANG Jun, LIU Da-shan

(School of Civil Engineering, University of Science and Technology of Suzhou, Suzhou 215011, China)

**Abstract:** Quantum-behaved particle swarm optimization, as a development of particle swarm optimization, is an optimization algorithm based on swarm intelligence. Thanks to its advantages of less parameters, simple programming and fast convergence, the quantum-behaved particle swarm optimization has received much concern. The difference between theoretical and calculated results of frequency response function was adopted as an objective function of optimization issue. The optimal objective value was gained through searching reasonable modal parameters. Then, the issue of structural modal identification was converted into an optimization issue. During the optimization procedure, the method of quantum-behaved particle swarm optimization was adopted and the modal parameters were identified. Finally, the modal parameter identification method based on quantum-behaved particle swarm optimization presented herein was verified through the numerical simulation of a six-story frame structure. The calculation results show that the method can effectively identify the structural modal parameters.

**Key words:** quantum-behaved particle swarm optimization; particle swarm optimization; optimization algorithm; frequency response function; structural modal parameter identification

结构模态参数识别作为了解结构健康状况的必要前提, 其研究备受关注。结构模态参数识别方法主要有频域法、时域法两类。频域法为利用输入输出所得频响函数识别结构模态参数, 为传统的识别方法, 常见有峰值法、频域分解法等。时域法为利用系统响应的时域曲线识别结构模态参数, 其原始数据为时间历程, 如自由响应、脉冲响应。常见时间序列法、随机减量法、随机子空间法等。两类方法结合使用是目前模态参数识别的一大热点, 即时频域方法, 常见有小波

分析法、Hilbert-Huang 变换法等。

量子粒子群算法(QPSO)为在粒子群(PSO)算法基础上发展的基于群体智能理论的优化算法, 因其具有所需参数少、编程简单、易收敛及收敛速度快等优势备受关注。QPSO算法应用范围较广, 如天线设计、生物医药、通讯网络、分类与聚集、组合优化、自动控制、电力系统设计、电磁场设计、滤波器设计、金融风险预测、投资决策、人脸检测与识别、神经网络与车间调度等<sup>[3-15]</sup>;但在土木工程领域的应用较少见<sup>[9]</sup>。本文通过将结构模态参数识别问题转化为优化问题, 采用QPSO算法进行模态参数识别。

## 1 粒子群算法

粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO)由

Eberhart 等<sup>[1-2]</sup>提出。与其它进化算法类似,该算法具有进化及群体智能特点,可模拟鸟群飞行觅食行为,通过鸟间协作、竞争达到群体智能目的。在 PSO 算法中,每个候选解成为一个“粒子”,若干候选解构成鸟群体。每个粒子无重量、体积,通过目标函数确定其适应值,并在解空间中运动,由速度决定其运动方向、距离,粒子通过追随自身的个体最好位置与群体全局最好位置动态调整自己的位置及信息。该算法中,粒子运动状态由位置、速度描述,随时间的演化,粒子运动轨迹为既定的,而粒子速度受到一定限制,使粒子的搜索空间为有限并逐渐减小的区域,不能覆盖整个可行空间,从而导致 PSO 算法不能保证全局收敛。此结论已被证明<sup>[3]</sup>。此为 PSO 算法的致命缺陷。

## 2 量子粒子群优化算法

孙俊等<sup>[6-7]</sup>由量子力学角度提出新的粒子群算法模型。认为粒子具有量子行为,并据该模型提出量子粒子群算法(Quantum-behaved Particle Swarm Optimization, QPSO)。实际应用表明,该算法具有更好的全局收敛性与不易陷入局部最优的特性。

在 QPSO 中引入  $\delta$  势阱,设粒子在以  $p$  点为中心的  $\delta$  势阱中,因粒子速度、位置在量子空间中不能同时确定,故粒子状态用波函数  $\phi(Y) = \frac{1}{\sqrt{L}}e^{-\frac{|Y|}{L}}$  描述,其中  $L = \frac{1}{\beta} = \frac{h^2}{my}$ ,  $m$  为离子质量。波函数物理意义为评分时粒子在空间某点出现的概率密度。采用蒙特卡罗法得粒子位置方程<sup>[5-7]</sup>:

$$X = P \pm \frac{L}{2} \ln\left(\frac{1}{u}\right) \quad (1)$$

式中:  $u \sim U(0, 1)$ ;  $L$  为  $\delta$  势阱特征长度,随时间变化。

经推导,粒子更新方程<sup>[5-7]</sup>为

$$P_m = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^m P_i(t) = \left( \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m P_{i1}(t) \quad \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m P_{i2}(t) \quad \cdots \quad \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m P_{in}(t) \right) \quad (2)$$

$$p_{id} = \varphi p_{ij} + (1 - \varphi) G_j \quad (3)$$

$$X_{ij}(t+1) = P_{ij}(t) \pm \alpha |P_{mj} - X_{ij}(t)| \ln\left[\frac{1}{u_{ij}(t)}\right] \quad (4)$$

式中:  $m$  为粒子数;  $n$  为维数;  $\varphi \sim U(0, 1)$ ;  $p_{ij}$  为由个体经验知识确定的最优值;  $G_j$  为由群体知识确定的群体最优值;  $\alpha$  为收缩扩张系数,即 QPSO 算法除群体规模及迭代次数外的唯一控制参数,计算式<sup>[5-7]</sup>为

$$\alpha = (\alpha_1 - \alpha_2) \frac{I_{\max} - t}{I_{\max}} + \alpha_2 \quad (5)$$

式中:  $\alpha_1, \alpha_2$  分别为  $\alpha$  的初始值、终值;  $t$  为迭代次数;  $I_{\max}$  为允许最大迭代次数。

QPSO 算法过程如下:

- (1)  $t=0$  时,初始化每个粒子位置为  $X_i(0)$ , 个体最优位置为  $P_i(0) = X_i(0)$ ;
- (2) 计算粒子群平均最好位置  $p_m$ ;
- (3) 计算粒子  $i$  当前位置  $X_i(t)$  的适应值,若  $f[X_i(t)] < f[P_i(t-1)]$ , 则  $P_i(t) = X_i(t)$ , 否则  $P_i(t) = P_i(t-1)$ ;
- (4) 对粒子  $i$ , 将  $P_i(t)$  适应值与全局最优位置  $G(t-1)$  的使用对比,若  $f[P_i(t)] < f[G(t-1)]$ , 则  $G(t) = P_i(t)$ , 否则  $G(t) = G(t-1)$ ;
- (5) 计算随机点位置;
- (6) 计算粒子的新位置;
- (7) 若未达终止条件返回(2), 否则结束。

## 3 QPSO 识别结构模态参数

多自由度粘性阻尼线性系统传递函数<sup>[16]</sup>为

$$H(s) = \sum_{k=1}^N \left( \frac{A_k}{s - s_k} + \frac{A_k^*}{s - s_k^*} \right) = \sum_{k=1}^{2N} \frac{A^k}{s - s^k} \quad (6)$$

用有理分式多项式可表示<sup>[16]</sup>为

$$H(s) = \frac{a_0 + a_1 s + \cdots + a_{2N} s^{2N}}{b_0 + b_1 s + \cdots + b_{2N} s^{2N}} = \frac{C(s)}{D(s)} \quad (7)$$

式中:  $N$  为模态阶数;  $a_k, b_k$  ( $k=0, 1, 2, \dots, 2N$ ) 为待定系数,均为有理数。

令  $j\omega = s, b_{2N} = 1$ , 得频响函数<sup>[16]</sup>为

$$H(j\omega) = \frac{a_0 + a_1(j\omega) + \cdots + a_{2N}(j\omega)2N}{b_0 + b_1(j\omega) + \cdots + b_{2N-1}(j\omega)2N - 1 + (j\omega)2N} = \frac{\sum_{k=1}^{2N} a_k(j\omega)^k}{\sum_{k=1}^{2N-1} b_k(j\omega)^k + (j\omega)^{2N}} = \frac{C(j\omega)}{D(j\omega)} \quad (8)$$

对一系列频率点  $\omega = \omega_i$  ( $i=1, 2, \dots, L$ ), 实测频响函数  $\tilde{H}_i$  与理论频响函数  $H(j\omega_i)$  差值为

$$\tilde{e}_i = \frac{C(j\omega)}{D(j\omega)} - \tilde{H}_i = \frac{\sum_{k=1}^{2N} a_k(j\omega)^k}{\sum_{k=1}^{2N-1} b_k(j\omega)^k + (j\omega)^{2N}} - \tilde{H}_i \quad (9)$$

两边同乘  $D(j\omega)$ , 得:

$$e_i = \tilde{e}_i D(j\omega) = \tilde{e}_i \left[ \sum_{k=1}^{2N-1} b_k(j\omega)^k + (j\omega)^{2N} \right] \quad (10)$$

式中:  $e_i$  为加权误差函数:

$$e_i = C(j\omega) - \tilde{H}_i D(j\omega) = \sum_{k=1}^{2N} a_k(j\omega)^k - \tilde{H}_i \left[ \sum_{k=1}^{2N-1} b_k(j\omega)^k + (j\omega)^{2N} \right] \quad (11)$$

所有  $L$  个对应频率点  $\omega = \omega_i$  ( $i=1, 2, \dots, L$ ) 的加权误差函数构成误差函数向量为

$$\{e\} = [e_1 \ e_2 \ e_3 \ \dots \ e_L]^T \quad (12)$$

式中:  $T$  表示转置。

将上式表示为矩阵:

$$\{e\}_{L \times 1} = [P]_{L \times (2L+1)} \{a\}_{(2L+1) \times 1} - [T]_{L \times 2N} \{b\}_{2N \times 1} - \{\omega\}_{L \times 1} \quad (13)$$

式中:

$$[P]_{L \times (2L+1)} = \begin{bmatrix} 1 & (j\omega_1) & (j\omega_1)^2 & \dots & (j\omega_1)^{2N} \\ 1 & (j\omega_2) & (j\omega_2)^2 & \dots & (j\omega_2)^{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & (j\omega_L) & (j\omega_L)^2 & \dots & (j\omega_L)^{2N} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[T]_{L \times 2N} = \begin{bmatrix} \tilde{H}_1 & (j\omega_1)\tilde{H}_1 & (j\omega_1)^2\tilde{H}_1 & \dots & (j\omega_1)^{2N-1}\tilde{H}_1 \\ \tilde{H}_2 & (j\omega_2)\tilde{H}_2 & (j\omega_2)^2\tilde{H}_2 & \dots & (j\omega_2)^{2N-1}\tilde{H}_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \tilde{H}_L & (j\omega_L)\tilde{H}_L & (j\omega_L)^2\tilde{H}_L & \dots & (j\omega_L)^{2N-1}\tilde{H}_L \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\{a\}_{(2N+1) \times 1} = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_{2N}]^T \quad (16)$$

$$\{b\}_{2N \times 1} = [b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{2N-1}]^T \quad (17)$$

$$\{\omega\}_{L \times 1} = \begin{bmatrix} (j\omega_1)^{2N}\tilde{H}_1 \\ (j\omega_2)^{2N}\tilde{H}_2 \\ \vdots \\ (j\omega_L)^{2N}\tilde{H}_L \end{bmatrix} \quad (18)$$

定义目标函数为

$$E = \{e\}^H \{e\} \quad (19)$$

式中:角标  $H$  表示共轭转值。

目标函数为

$$\left. \begin{aligned} & \min \{E(\theta)\} \\ & \theta = (a_0, a_1, \dots, a_{2N}, b_0, b_1, \dots, b_{2N-1}) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

用 QPSO 算法可识别出待定系  $a_k (k=0, 1, \dots, 2N)$  及  $b_k (k=0, 1, \dots, 2N-1)$ 。

令  $D(s) = b_0 + b_1s + \dots + b_{2N-1}s^{2N-1} + s^{2N} = 0$ , 求解得  $N$  对共轭复根为

$$\left. \begin{aligned} s_i &= -\xi_i + j\omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \\ s_i^* &= -\xi_i - j\omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

进而得:

$$\omega_i = \sqrt{s_i s_i^*}, \quad \xi_i = \frac{-(s_i + s_i^*)}{2\omega_i} \quad (22)$$

研究表明,某点振型分量与该点留数成正比。设  $q$  点激励,  $p$  点相应传递函数  $H_{pq}(s)$  第  $r$  阶留数<sup>[16]</sup>为

$$A_{rpq} = \frac{C(s)}{D(s)} \Big|_{s=s_i} (r=1, 2, \dots, N) \quad (23)$$

通过对一系列响应测点所得留数进行处理,并归

一化,得振型向量<sup>[16]</sup>为

$$\{\phi_r\} = [A_{r1q} \ A_{r2q} \ \dots \ A_{rMq}]^T / A_{rmq} \quad (24)$$

式中:  $A_{rpq}$  为  $q$  点处激励  $p$  点处响应留数;  $A_{rmq}$  为  $q$  点激励时各测点处最大留数。

## 4 实例分析

6层剪切型框架结构模型见图1,结构特性见表1。

表1 六层框架模型结构特性

Tab. 1 Characteristic parameter of 6-story frame model

楼层	质量/ kg	刚度/ (kN · m <sup>-1</sup> )	质量 阻尼比	刚度 阻尼比	阻尼比/ %
1	2 762	2.485E+05	0.219 2	0.011 4	5.000 0
2	2 760	1.921E+05	0.2192	0.011 4	3.211 9
3	2 760	1.921E+05	0.219 2	0.011 4	3.599 3
4	2 760	1.921E+05	0.219 2	0.011 4	4.152 2
5	2 760	1.921E+05	0.219 2	0.011 4	4.658 0
6	2 300	1.522E+05	0.219 2	0.011 4	5.000 0

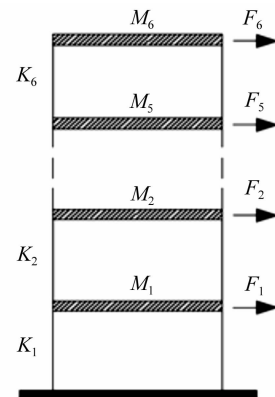


图1 六层框架模型

Fig. 1 Six-story frame structural model

激励信号采用正弦扫频信号,频率范围设为 0.5 ~ 20 Hz,施加于框架各层。测出各层相应,求出各层频响函数。分别采用 QPSO 算法、PSO 算法及峰值法进行结构模态参数识别,结果见表2。在识别过程中 PSO、QPSO 算法的离子数目均取 30,迭代次数 3 000。为研究 QPSO 算法的抗噪性,对识别结果分别加入 5%、10%、20%、30% 的噪声(噪声最大幅值与响应信号最大幅值之比),用 QPSO 算法进行识别,结果见表3。QPSO、PSO 算法识别前六阶阵型见图2~图7。

表2、表3中 MAC 为模态判定准则<sup>[16]</sup>:

$$MAC = \frac{(\phi_1^T \phi_2)^2}{(\phi_1^T \phi_1)(\phi_2^T \phi_2)} \quad (25)$$

判定两向量是否具有相同的相关因子,若 MAC 接近 1,说明两向量相同,接近于 0,则不同。

表 2 采用不同方法所得计算结果  
Tab. 2 Identification results obtained by different methods

模态参数		一阶	二阶	三阶	四阶	五阶	六阶	
频率/Hz	理论值	1.074 6	3.099 5	4.824 3	6.260 7	7.410 8	8.148 5	
	QPSO	识别值	1.074 4	3.099 0	4.823 5	6.258 1	7.399 0	8.137 5
		误差/%	0.018 2	0.016 1	0.018 4	0.040 9	0.158 7	0.135 5
	PSO	识别值	1.081 1	3.062 1	4.753 1	6.261 6	7.322 1	7.927 5
		误差/%	0.599 7	1.206 4	1.477 1	0.014 5	1.195 8	2.712 7
	峰值法	识别值	1.071 0	3.088 0	4.806 0	6.269 0	7.365 9	7.909 6
误差/%		0.340 6	0.370 2	0.381 4	0.132 2	0.604 8	2.931 8	
阻尼比/%	理论值	5.000 0	3.211 9	3.599 3	4.152 2	4.658 0	5.000 0	
	QPSO	识别值	4.995 4	3.211 7	3.514 1	4.086 6	4.380 5	4.888 3
		误差/%	0.092 3	0.006 7	2.367 4	1.579 5	5.957 8	2.233 4
	PSO	识别值	4.927 4	3.175 0	3.879 4	4.086 1	2.945 4	6.370 2
		误差/%	1.452 5	1.147 4	7.779 6	1.592 0	36.766 3	27.403 6
	峰值法	识别值	5.037 0	3.153 5	3.470 2	4.766 1	3.563 2	4.396 5
误差/%		0.74	1.818 2	3.586 8	14.784 9	23.503 6	12.070 0	
振型 (MAC)	QPSO	0.999 9	0.999 9	0.999 9	0.998 2	0.997 0	0.998 7	
	PSO	0.996 3	0.988 1	0.923 5	0.949 3	0.858 9	0.931 3	
	峰值法	0.999 6	0.995 7	0.955 8	0.767 2	0.756 6	0.658 2	

表 3 采用 QPSO 算法识别不同噪声水平下计算结果  
Tab. 3 Identification results of different noise level by QPSO

模态参数		噪声水平	一阶	二阶	三阶	四阶	五阶	六阶
频率/Hz	0%	理论值	1.074 6	3.099 5	4.824 3	6.260 7	7.410 8	8.148 5
		识别值	1.074 4	3.099 0	4.823 5	6.258 1	7.399 0	8.137 5
		误差/%	0.018 2	0.016 1	0.018 4	0.040 9	0.158 7	0.135 5
	5%	识别值	1.074 2	3.098 5	4.821 6	6.253 9	7.380 0	8.098 8
		误差/%	0.038 7	0.029 3	0.057 4	0.107 5	0.418 2	0.610 0
		识别值	1.074 1	3.097 7	4.819 4	6.235 3	7.364 3	8.077 0
	10%	误差/%	0.046 6	0.055 8	0.101 8	0.405 7	0.627 4	0.878 0
		识别值	1.074 0	3.096 9	4.810 0	6.234 5	7.352 7	8.074 9
		误差/%	0.061 1	0.083 4	0.298 0	0.417 2	0.783 9	0.903 8
	30%	识别值	1.073 9	3.096 6	4.800 0	6.226 3	7.338 3	8.067 5
		误差/%	0.073 9	0.092 1	0.507 3	0.548 3	0.978 2	0.994 8
		理论值	5.000 0	3.211 9	3.599 3	4.152 2	4.658 0	5.000 0
阻尼比/%	0%	4.995 4	4.995 4	3.211 7	3.514 1	4.086 6	4.380 5	4.888 3
		0.092 3	0.092 3	0.006 7	2.367 4	1.579 5	5.957 8	2.233 4
		识别值	4.996 0	3.192 9	3.547 6	4.056 0	4.457 3	4.877 2
	5%	误差/%	0.079 5	0.591 5	1.437 6	2.318 4	4.309 9	2.455 0
		识别值	4.996 1	3.190 7	3.548 6	4.015 7	4.563 1	4.610 6
		误差/%	0.078 0	0.657 9	1.409 8	2.318 4	4.309 9	2.455 0
20%	识别值	4.995 1	3.194 8	3.551 7	4.064 3	4.342 9	4.398 8	
	误差/%	0.098 8	0.530 0	1.324 6	2.116 0	6.766 3	12.024 4	
	识别值	4.995 3	3.186 5	3.533 6	3.973 2	4.362 8	4.100 0	
30%	误差/%	0.093 7	0.788 2	1.827 5	4.312 8	6.339 1	18.001 1	
	0%	0.999 9	0.999 9	0.999 9	0.998 2	0.997 0	0.998 7	
	5%	0.999 9	0.999 9	0.999 7	0.999 6	0.998 7	0.998 6	
振型(MAC)	10%	0.999 9	0.999 9	0.999 9	0.999 9	0.997 7	0.982 6	
	20%	0.999 9	0.999 9	0.999 9	0.9999	0.9937	0.9702	
	30%	0.999 9	0.999 9	0.999 2	0.992 4	0.948 7	0.905 4	

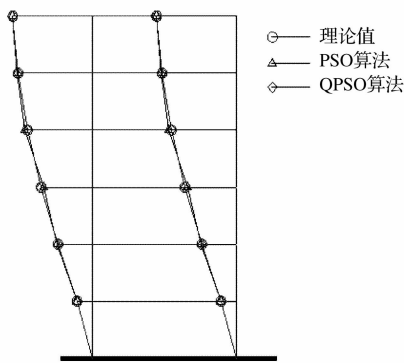


图2 第一阶模态振型

Fig. 2 The 1st modal shape

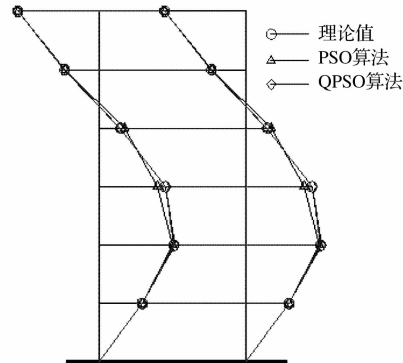


图3 第二阶模态振型

Fig. 3 The 2nd modal shape

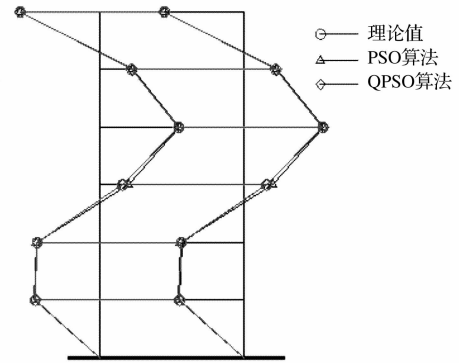


图4 第三阶模态振型

Fig. 4 The 3rd modal shape

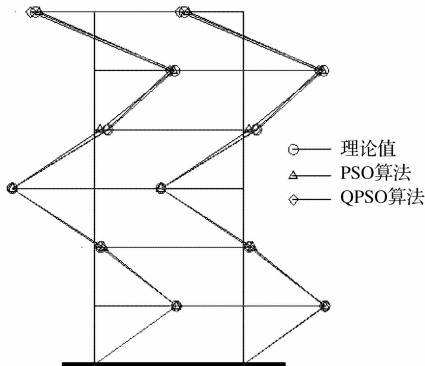


图5 第四阶模态振型

Fig. 5 The 4th modal shape

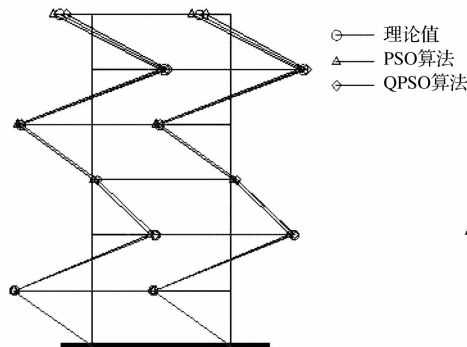


图6 第五阶模态振型

Fig. 6 The 5th modal shape

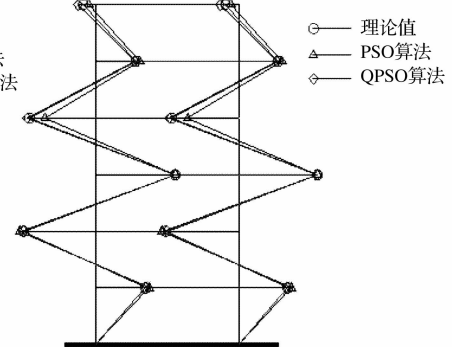


图7 第六阶模态振型

Fig. 7 The 6th modal shape

由表2、图2~图7结果看出,本文 QPSO 算法能较精确识别出模态参数,且较 PSO 算法、峰值法精度高。由表3看出,QPSO 算法能精确识别出噪声影响下的输出信号模态参数,表明该方法抗噪性较强。

## 5 结论

通过将由结构输出输入计算所得实测频响函数与理论频响函数差值作为优化问题目标函数,采用量子粒子群算法寻求理论频响函数公式中所含模态参数而使目标值最小化。将模态参数识别问题转化为优化问题。通过采用 QPSO 算法、PSO 算法及峰值法对六层框架结构进行模态参数识别,结论如下:

(1) QPSO 算法能有效识别结构模态参数,识别精度高于 PSO 算法、峰值算法;

(2) 采用 QPSO 算法对不同噪声水平影响下的结构输出信号分析表明,QPSO 算法能精确识别结构的模态参数,即 QPSO 算法抗噪性较强;

(3) 基于量子粒子群算法对结构健康监测及结构状态评估发展有一定促进作用。

### 参考文献

[1] Eberhart R C, Kennedy J. Particle swarm optimization[J]. IEEE International Conference on Neural Networks, 1995, 2: 1942-1948.  
[2] Eberhart R C, Shi Y H. Particle swarm optimization

developments, application and resources [J]. Congress on Evolutionary Computation, 2001, 1(2): 81-86.

- [3] Van den Bergh F, Engelbrecht A P. A new locally convergent particle swarm optimizer [J]. Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2002, 3(7): 94-99.  
[4] Leandro dos. Gaussian quantum-behaved particle swarm optimization approaches for constrained engineering design problems [J]. Expert Systems with Application, 2010, 137(6): 1676-1689.  
[5] Liu Jing, Xu Wen-bo, Sun Jun. Quantum-behaved particle swarm optimization with mutation operator [C]. Proceedings of 17th International Conference on Tools with Artificial Intelligence, Hongkong (China), 2005: 3078-3093.  
[6] Sun Jun, Xu Wen-bo, Feng Bin. Adaptive parameter control for quantum-behaved particle swarm optimization on individual level [J]. Proceedings of IEEE International Conference on System, 2005, 4: 3049-3054.  
[7] Sun Jun, Xu Wen-bo, Fang Wei. Quantum-behaved particle swarm optimization with a hybrid probability distribution [J]. Pricai Trends in Artificial Intelligence, 2006, 4099: 737-746.  
[8] 公茂盛, 谢礼立, 欧进萍. 结构振动台模型模态参数识别新方法研究 [J]. 振动工程学报, 2010, 23(2): 230-236. GONG Mao-sheng, XIE Li-li, OU Jin-ping. A method for modal parameter identification of structural shaking table model [J]. Journal of Vibration Engineering, 2010, 23(2): 230-236.

