

文章编号: 1003-207(2014)07-0043-09

基于 CVaR 的供应链联合促销的 回购契约协调研究

代建生¹, 孟卫东²

(1. 昆明理工大学管理与经济学院, 云南 昆明 650093; 2. 重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400030)

摘要: 运用 CVaR 方法, 考察了风险中性的供应商和风险规避的销售商联合促销报童类商品的供应链的回购契约协调问题, 从讨论中获得一些管理启示。讨论了既定回购契约下渠道成员的最优决策, 并分析了回购契约参数、销售商风险规避系数、商品残值和缺货成本等外生参数对渠道成员决策的影响。研究表明传统回购契约不能完成渠道协调, 但引入成本分担机制的回购契约能协调不过于规避风险的供应链; 指出商品残值和缺货成本对上述结论没有影响, 但它们对契约选择空间和能被回购契约协调的供应链的范围具有重要影响。最后, 对文中主要结论进行了数值分析。

关键词: 供应链; 回购契约; 联合促销; CVaR

中图分类号: C934; F274 **文献标识码:** A

1 引言

有关回购契约能否协调供应链的问题, 理论界已进行了大量研究。肖玉明和汪贤裕^[1]在边际成本随产量递增的假设下考察了回购契约的协调问题, 指出供应商采取的最优回购策略是允许销售商对剩余订货全部按批发价退货。申成霖等^[2]研究了一般回购契约、基于差别定价的回购契约和销售回扣契约等三类回购契约, 指出在服务水平约束下只有基于差别定价的回购契约可以实现供应链的协调。刘家国和吴冲^[3]的研究表明: 回购契约能完成渠道协调, 回购策略的采用增大了销售商的订货量, 且使批发价格低于不采用此策略下的批发价格。Su Xuanming^[4]在允许顾客退货的背景下考察了回购契约的协调问题, 指出供应商采用回购策略将导致销售商对顾客退货政策的激励扭曲。杜少甫等^[5]讨论了零售商的公平关切对回购契约协调性的影响, 得到公平关切不影响回购契约协调性的结论。

契约的可协调性通常是基于报童类商品的订购

决策问题, 影响商品订购决策的因素也会影响契约的可协调性。一般地, 渠道成员采取销售促进、广告、人员推销等措施能够增大市场对商品的需求, 从而影响商品的订购决策。已有研究表明: 存在促销效应时, 传统的回购契约不能协调供应链^[6]。尽管如此, 通过改进回购契约或采取两种及以上的契约组合可完成渠道协调。Taylor^[7]的研究表明销售回扣契约和回购契约的组合可以实现渠道协调。Krishnan 等^[8]考察了需求被观察到之后再采取促销努力的渠道协调问题, 并针对不同的信息可得情况, 提出了诸如成本分担契约与回购契约的组合、限制性回购契约等多个能实现渠道协调的契约安排。徐最等^[9]在考察供应商的订购决策和促销决策的基础上, 设计了两种能完成渠道协调的限制性回购契约。姚泽有^[10]提出在回购契约的基础上引入回馈与惩罚策略来解决渠道协调问题。

决策者的行为往往表现出某种风险规避的特性^[11]。相对于风险中性者, 在既定契约安排下, 风险规避的销售商订货水平更低^[12]。回购契约能否协调风险规避的供应链呢? Gan Xianghua 等^[13-14]基于下侧风险测度对此问题进行了研究, 结论是回购契约并不能协调所有风险规避的供应链。Choi 等^[15]运用均方分析考察了回购契约的协调问题, 研究表明: 当渠道成员风险规避时, 回购契约并不总能协调供应链。Gan Xianghua 等^[16]提出了协调风险

收稿日期: 2012-07-05; 修订日期: 2013-04-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71362025, 71262029); 昆明理工大学人才培养基金资助项目(KKSY201408067)

作者简介: 代建生(1978-), 男(汉族), 四川华蓥人, 昆明理工大学管理与经济学院, 博士, 研究方向: 供应链管理、团队生产理论。

规避供应链的帕累托有效标准,并讨论了下侧风险规避方法、均方分析方法和期望效用方法下的渠道协调问题。

本文考虑一个风险中性的供应商和风险规避的销售商组建的供应链,供应商和销售商实施联合促销来改善市场需求,以考察促销效应和风险规避对回购契约协调性的影响。本文采用 CVaR 方法^[17-18]来处理销售商的风险规避,在这种方法下,销售商的风险规避程度可由一个系数 η 来度量。文献^[7-9]虽然考察了渠道成员促销下回购契约的协调问题,其中 Krishnan 等^[8]和徐最等^[9]还表明引入成本分担机制的回购契约能协调具有促销效应的供应链,但这些文献与本文至少有以下不同之处:第一、上述文献都是在风险中性的假设下进行的研究,在技术上相当于 $\eta = 1$ 的情形,因而是本文研究的一个特例。特别地,风险中性假设下的回购契约并非总能协调风险规避的供应链,本文研究表明:存在一个临界值,当 η 小于这一临界值时,回购契约不能协调供应链;当 η 大于这一临界值时,回购契约能协调供应链,但在这种情形下,也需对适用于风险中性情形的回购契约进行修正。第二、上述文献只考察了销售商的促销努力,而没有讨论渠道联合促销的情形,本文研究指出,在渠道联合促销下,回购契约有助于增进供应商实施促销努力,不仅如此,本文还揭示了如何分担促销成本的管理洞见,这有别于上述研究。

文献^[13-16]虽然考察了风险规避供应链的协调问题,但与本文有以下不同:首先,这些文献没有考察销售商的风险规避对渠道成员促销努力以及契约安排的影响,而这正是本文关注的核心问题,本文研究指出:销售商越规避风险,供应商的促销努力就越低,销售商应分摊的供应商的促销成本比例也越低。其次,在分析技术上,本文使用的是 CVaR 方法,这与上述文献不同。在 CVaR 方法下,度量决策者的风险规避程度只需使用一个系数 η ,使得这一方法具有其它方法不具有的优越性。

2 基本假设和问题描述

假设 1 供应链由一个供应商和一个销售商构成;供应商风险中性,追求期望收益最大化;销售商风险规避,追求风险价值最大化。

当供应商在某一地区采取独家经销模式,或让同一地区的不同销售商经营差异化较大的商品时,可以忽略销售商之间的竞争行为对渠道成员决策的

影响。因此,以供应商为中心的供应链可视为由多个相互独立的子供应链构成,每个子供应链只包含一个供应商和一个销售商^[19]。

由于供应商通常面对多个处在不同地区或代理不同品牌的销售商,其面临的市场风险得到有效地分散,在这种情形下供应商的目标通常是追求期望收益最大化。假定销售商是下侧风险规避的,他追求风险价值最大化,其风险价值用 CVaR 方法来测度。

假设 2 商品的生产成本 c 及市场价格 p 是外生给定的。

假设 3 供应商和销售商采取联合促销行动,商品市场需求既受到渠道成员促销努力的影响,也受到不确定因素的影响。商品需求和促销努力的函数关系为 $D(e_S, e_R, \xi) = e_S + e_R + \xi$,其中 e_S 和 e_R 分别为供应商和销售商的促销努力, ξ 是随机变量, $0 \leq \xi \leq U (U > 0)$,其分布函数和密度函数分别记为 $F(\xi)$ 和 $f(\xi)$,且对一切 $\xi \in [0, U]$,满足 $f(\xi) > 0$ 。

假设 4 供应商和销售商的促销成本分别为 $C_S(e_S)$ 和 $C_R(e_R)$,成本函数关于促销努力是严格凸的、增的且二阶可导的,并满足 $C_S'(0) = C_S(0) = C_R'(0) = C_R(0) = 0$ 。

假设 5 供应链经营的商品是报童类商品。

当供应链经营季节性商品或需要较长加工时间因而不能紧急供应的商品时,销售商只有一次订购机会,设其订购量为 $y (y \geq 0)$ 。如果市场需求小于这个订购量,需求得到满足;如果市场需求大于这个订购量将不能得到满足,最终实现的销售量为 $\min\{y, D(e_S, e_R, \xi)\}$ 。

假设 6 供应商和销售商达成以下回购契约 (w, b) :供应商以批发价格 w 向销售商供应商品,并按每单位 b 的价格回购剩余商品,为了避免订货过度,规定 $b \leq w$ 。为了避免平凡性,还规定 $c < w < p$ 。

假设 7 博弈包括两个阶段:博弈的第一阶段,供应商设定回购契约 (w, b) ;博弈的第二阶段,供应商选择促销努力 e_S ,销售商订购商品,并在商品需求实现前实施促销努力 e_R 。

在既定契约 (w, b) 下,当渠道成员的策略组合为 (y, e_S, e_R) 时,供应商和销售商的利润函数分别记为 $\pi_S(y, e_S, e_R)$ 、 $\pi_R(y, e_S, e_R)$ 。

$$\pi_S(y, e_S, e_R) = (w - c)y - b(y - e_S - e_R - \xi)^+ - C_S(e_S) \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \pi_R(y, e_S, e_R) &= p \min\{y, e_S + e_R + \xi\} - \omega y + b \\ (y - e_S - e_R - \xi)^+ - C_R(e_R) &= (p - \omega)y - (p - b) \\ (y - e_S - e_R - \xi)^+ - C_R(e_R) & \end{aligned} \quad (2)$$

供应商面临的问题是:实施最优促销努力来最大化其收益(P1)

$$\begin{aligned} \text{Max}_{e_S \geq 0} E\pi_S(y, e_S, e_R) &= (\omega - c)y - b \int_0^{y - e_S - e_R} (y - \\ e_S - e_R - \xi) dF(\xi) - C_S(e_S) & \end{aligned} \quad (3)$$

在 CVaR 标准下,销售商的风险价值为^[17-18]

$$\begin{aligned} \text{CVaR}_\eta(\pi_R(y, e_S, e_R)) &= \max_{v \in R} \left\{ v + \frac{1}{\eta} E[\min \right. \\ (\pi_R(y, e_S, e_R) - v, 0)] & \end{aligned}$$

其中, E 是期望算子, $\eta \in (0, 1]$ 是对销售商风险规避程度的度量,后文提及为风险规避系数, η 越小,销售商风险规避程度越大。

销售商从其策略可行集中,选择最优策略,以解决以下极大化问题(P2)

$$\begin{aligned} \text{Max}_{y \geq 0, e_R \geq 0} \text{CVaR}_\eta(\pi_R(y, e_S, e_R)) &= \text{Max}_{y, e_R} \text{Max}_{v \in R} \{g^{e_S} \\ (v, y, e_R)\} &= v + \frac{1}{\eta} E[\min(\pi_R(y, e_S, e_R) - v, 0)] \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $g^{e_S}(v, y, e_R) = v + (1/\eta)E[\min(\pi_R(y, e_S, e_R) - v, 0)] = v - (1/\eta)E[v - (\pi_R(y, e_S, e_R))]^+ = v - (1/\eta) \int_0^{y - e_S - e_R} [v - (p - b)(e_S + e_R + \xi) + (\omega - b)y + C_R(e_R)]^+ dF(\xi) - (1/\eta) \int_{y - e_S - e_R}^U$

$$H = \begin{vmatrix} -\frac{p-b}{\eta}f(y - e_S - e_R) & \frac{p-b}{\eta}f(y - e_S - e_R) \\ \frac{p-b}{\eta}f(y - e_S - e_R) & -\frac{p-b}{\eta}f(y - e_S - e_R) - C_R''(e_R) \end{vmatrix} > 0$$

H 阵是严格负定的, P2 的解存在且唯一。由式(7),令 $\partial g^{e_S}(\cdot)/\partial y = 0$, $\partial g^{e_S}(\cdot)/\partial e_R = 0$, 可得以下结论。

命题 2 在 P2 中,给定供应商的策略 e_S , (y^*, e_R^*) 是销售商的最优订购量和最优促销努力的充要条件是:

$$F(y^* - e_S - e_R^*) = \eta(p - \omega)/(p - b) \quad (8)$$

$$C_R'(e_R^*) = p - \omega \quad (9)$$

命题 2 刻画了销售商的最优策略。下面利用命题 1 和 2 讨论渠道联合促销博弈的均衡问题。

定理 1 由 P1 和 P2 构成的联合促销博弈存在且仅存在唯一的纳什均衡。

供应商和销售商的联合促销博弈存在一个纳什均衡,而且这个均衡由式(6)、(8)和(9)构成的方程

$$[v - (p - \omega)y + C_R(e_R)]^+ dF(\xi) \quad (5)$$

3 模型分析

3.1 渠道成员的策略分析

首先讨论供应商的策略。在 P1 中, $\partial^2 E\pi_S(y, e_S, e_R)/\partial e_S^2 = -bf(y - e^S - e_R) - C_S''(e_S) < 0$, 这表明销售商的期望收益函数 $E\pi_S(y, e_S, e_R)$ 关于 e_S 是严格凹的,其一阶最优条件为:

$$bF(y - e^S - e_R) - C_S'(e_S^*) = 0$$

命题 1 在 P1 中,对销售商的任意策略 (y, e_R) , e_S^* 是供应商最优策略的充要条件是:

$$bF(y - e_S^* - e_R) = C_S'(e_S^*) \quad (6)$$

命题 1 刻画了给定销售商策略下,供应商的策略反映,下面考察销售商的最优策略。

引理 1 给定 (y, e_R) , 有:1) $g^{e_S}(v, y, e_R)$ 关于 v 连续,除了点 $v = (p - \omega)y - C_R(e_R)$ 之外,在整个实数域连续可微;2) 存在唯一的 $v^*(y, e_R) = (p - \omega)y - C_R(e_R)$ 使 $g^{e_S}(v, y, e_R)$ 取极大值。

证明见附录(后文中未给出的证明均列在附录中)。

运用引理 1 的结论,将式(5)改写为:

$$\begin{aligned} g^{e_S}(v^*(y, e_R), y, e_R) &= (p - \omega)y - C_R(e_R) - \\ \frac{p-b}{\eta} \int_0^{y - e_S - e_R} (y - e_S - e_R - \xi) dF(\xi) & \end{aligned} \quad (7)$$

由式(7), $g^{e_S}(v^*(y, e_R), y, e_R)$ 关于 (y, e_R) 的 Hessian 阵为:

组联合确定。运用简单的等量代换,重写上述方程组如下:

$$C_S'(e_S^*) = b\eta(p - \omega)/(p - b) \quad (10)$$

$$C_R'(e_R^*) = p - \omega \quad (11)$$

$$F(y^* - e_S^* - e_R^*) = \eta(p - \omega)/(p - b) \quad (12)$$

在式(10)中,当 $b = 0$ 时, $e_S^* = 0$, 注意到 $b = 0$ 时回购契约退化为单一价格契约,上述讨论表明在单一价格契约下,供应商不会实施促销努力。因此,在供应商的促销努力影响商品需求的情形下,采取回购策略,不仅可减轻销售商面临的市场风险,激励其加大商品订购量,而且使供应商有激励实施促销努力来改进商品市场需求,以促进最终销售。

定理 2 供应商的最优促销努力 e_S^* 、销售商的最优订购量 y^* 和最优促销努力 e_R^* 随批发价格 ω

的上升而减小。供应商的最优促销努力 e_S^* 和销售商的最优订购量 y^* 随回购价格的增大而上升,销售商的促销努力与回购价格无关。

定理 2 的管理意义是明显的。站在供应商的立场,通过调整回购契约参数,就能引导销售商的订购和促销决策按照供应商意欲的方向变化。

定理 3 供应商的最优促销努力 e_S^* 和销售商的最优订购量 y^* 随销售商风险规避程度的上升而减小;而销售商的最优促销努力 e_R^* 与其风险规避程度无关。

证明 与定理 2 的证明相同,略。

定理 3 表明:要诱使风险规避程度不同的销售商订购等量的商品,需要采取不同的回购策略。

3.2 回购契约的协调问题

在一体化供应链下,给定供应商的策略 e_S 和销售商的策略 (y, e_R) ,由式(1)和式(2),整个渠道可实现的总利润为:

$$\pi_{SC}(y, e_S, e_R) = p \min\{y, e_S + e_R + \xi\} - C_S(e_S) - C_R(e_R) - cy \tag{13}$$

命题 3 使渠道利润极大化的策略 $(y^{I*}, e_S^{I*}, e_R^{I*})$ 可由以下一阶最优条件来刻画:

$$C'_S(e_S^*) = p - c \tag{14}$$

$$C'_R(e_R^*) = p - c \tag{15}$$

$$F(y^{I*} - e_S^{I*} - e_R^{I*}) = (p - c)/p \tag{16}$$

证明 略。

定理 4 传统回购契约不能协调联合促销的供应链。

证明 比较式(10)、(12)和式(14)、(16),要使回购契约完成渠道协调,要求 $b = p$,但由 $b \leq w$ 的规定,必然要求 $w = p$ 。由式(11)和(15),又要求 $w = c$,这与 $c < p$ 相矛盾。

由于传统回购契约不能协调联合促销的供应链,下面考虑引入成本分担机制来修正这一契约,即在契约 (w, b) 的基础上,渠道成员相互分担对方的促销成本。考虑契约 (w, b, α, β) ,供应商(销售商)承担自己促销成本 α (β) 比例部分,并分摊对方 $1 - \beta$ ($1 - \alpha$) 比例的促销成本。在这个契约安排下,当供应商采取策略 e_S 且销售商采取策略组合 (y, e_R) 时,供应商和销售商的利润函数分别为 $\pi_S(y, e_S, e_R)$ 、 $\pi_R(y, e_S, e_R)$,有:

$$\pi_S(y, e_S, e_R) = b \min\{y, e_S + e_R + \xi\} + (w - c)y - \alpha C_S(e_S) - (1 - \beta)C_R(e_R) \tag{17}$$

$$\pi_R(y, e_S, e_R) = (p - w)y - (p - b)$$

$$(y - e_S - e_R - \xi)^+ - (1 - \alpha)C_S(e_S) - \beta C_R(e_R) \tag{18}$$

采用与定理 1 类似的推导过程,可以表明:在契约 (w, b, α, β) 下,供应商和销售商的联合促销博弈存在一个纳什均衡,而且这个均衡满足以下关系:

$$\alpha C'_S(e_S^*) = b\eta(p - w)/(p - b) \tag{19}$$

$$\beta C'_R(e_R^*) = p - w \tag{20}$$

$$F(y^* - e_S^* - e_R^*) = \eta(p - w)/(p - b) \tag{21}$$

定理 5 存在一个临界值 $\eta_T = (p - c)/p$,当 $\eta < \eta_T$ 时,契约 (w, b, α, β) 不能协调渠道联合促销的供应链;当 $\eta \geq \eta_T$ 时,存在无穷多个契约 (w, b, α, β) 能够协调上述供应链,其中契约参数满足以下条件: $p - \eta p(p - w)/(p - c) = b = \alpha p = (1 - \eta\beta)p$,其中 $0 < b < p$ 。

定理 5 刻画了渠道协调能否实现的销售商风险规避程度的临界值 η_T ,这一临界值可由商品价格和生产成本等参数外生确定。

特别地, $\eta \geq \eta_T$ 及 $p - \eta p(p - w)/(p - c) = b$ 确保了 $b \leq w$,注意到单一批发价格不能协调供应链,有 $0 < b \leq w < p$,与 $b = \alpha p$ 相结合可得 $\alpha \in (0, 1)$ 。由定理 5 满足的参数条件可推得 $\beta = (p - w)/(p - c)$,由 $c < w < p$ 可表明 $\beta \in (0, 1)$ 。上述讨论的潜在意义是:在渠道联合促销下,只有供应商和销售商相互分担对方的促销成本,回购契约才能协调供应链。让任意一方独自承担自己促销或对方促销的所有成本,比如 $\alpha = 1$,或者 $\alpha = 0$,供应链的协调都不能实现。注意到在 (w, b, α, β) 中,当 $\alpha = 1$ 且 $\beta = 1$ 时,成本分担的契约退化为传统回购契约,前面讨论表明只要 $\alpha = 1$ 或者 $\beta = 1$ 的契约安排都不能协调供应链,因而传统回购契约不能协调渠道联合促销的供应链,这表明定理 4 可视为定理 5 的一个推论。

从供应商的立场来看,定理 5 的管理启示是:(1)应选择风险规避程度较轻的销售商,否则,即使加大激励强度也不能协调供应链,因为销售商越是风险规避的,其风险补偿的代价越大。(2)当促销努力影响市场需求时,相互分担对方的促销成本有助于增大双方的促销投入,在一定条件下还可实现渠道协调。

推论 1 在完成渠道协调的回购契约中,给定批发价格,销售商越风险规避,设定的回购价格应越高,销售商对供应商促销成本的分担比例 $1 - \alpha$ 就越小,而销售商促销成本的分担比例与其风险规避程度无关。

证明:由定理 5 中回购契约参数满足的条件可推导以下结果: $b = p - \eta p(p - w)/(p - c)$, $1 - \alpha = \eta(p - w)/(p - c)$, 以及 $\beta = (p - w)/(p - c)$, 利用这些结果可完成证明。

推论 1 中有关回购价格的结论是符合直觉的, 销售商越是风险规避的, 在既定契约安排下的订购量就越小, 通过调增回购价格能引导销售商增大订购量。

假定供应商在不同地区拥有一个当地的销售商, 每个地区相当于组建了一个子供应链, 这些销售商的风险规避程度可能不同。供应商在全国范围内实施广告促销, 销售商在当地开展包括商品陈列、人员推销、销售促进等方式的促销活动。根据推论 1, 供应商可实行以下促销成本分担政策:对全国各地销售商因促销活动产生的成本, 供应商都分担同样的促销成本比例, 但对供应商的促销活动产生的成本, 则可根据销售商的风险规避程度实施不同的成本分担政策, 销售商越是风险规避的, 其成本分担比例就越低。

推论 2 对风险中性的供应链, 成本分担的回购契约 (w, b, α, β) 能够完成渠道协调, 其中契约参数满足 $p(w - c)/(p - c) = b = \alpha p = (1 - \beta)p$ 。

证明 直接由定理 5 可推得结论。

4 数值分析

在数值分析部分, 总是假定 $C_S(e_S) = 0.025e_S^2$ 、 $C_R(e_R) = 0.025e_R^2$, 需求分布服从均匀分布 $U(0, 1000)$, 外生变量 $p = 10$ 且 $c = 5$ 。

4.1 回购契约参数和风险规避系数对最优决策的影响分析

定理 2 表明:供应商的最优促销努力 e_S^* 、销售商的最优订购量 y^* 和最优促销努力 e_R^* 随批发价格 w 的上升而减小。为了验证这个结论, 设定参数值 $b = 2$ 、 $\eta = 0.8$, 表 1 反映了促销投入和订购量随批发价格的变动情况, 其中批发价格的变动范围为 (c, p) 。从表 1 可以看出, 定理 2 的结论是成立的。特别地, 当批发价格接近于市场价格时, 销售商的最优订购量接近于零, 给定销售商不订购商品, 无论是供应商还是销售商, 都不会实施促销努力。

表 1 批发价格对促销投入和订购量的影响

w	5.001	6	7	8	9	9.999
e_S^*	20	16	12	8	4	0
e_R^*	50	40	30	20	10	0
y^*	570	456	342	228	114	0

除了批发价格, 回购价格也会影响渠道成员的促销投入和销售商的订购决策。给定参数值 $w = 7$ 、 $\eta = 0.8$, 表 2 反映了渠道成员促销投入和订购量随回购价格的变动情况: 供应商的最优促销努力 e_S^* 和销售商的最优订购量 y^* 随回购价格的增大而上升, 而销售商的促销努力与回购价格无关。当回购价格为零时(在现实中表现为单一价格契约), 供应商的最优促销努力等于零, 因为无论销售商订购的商品是否能完成销售, 都不会影响供应商的收益, 而实施促销行为将给供应商带来额外的成本, 故其最优策略是不实施促销努力。

表 2 回购价格对促销投入和订购量的影响

b	0	1	2	3	4	5	6	7
e_S^*	0	5.33	12	20.57	32	48	72	112
e_R^*	30	30	30	30	30	30	30	30
y^*	270	302	342	393	462	558	702	942

销售商固有的风险规避偏好使得销售商的订购决策相对于风险中性者更为保守。表 3 在参数值 $w = 7$ 、 $b = 2$ 下模拟了风险规避系数对促销和订购决策的影响。销售商风险规避程度越大, 其订购量越小。由于风险规避销售商订购量的减小, 而且销售商的促销努力不受风险规避程度的影响, 要完成既定的商品销量只需供应商采取更低的促销努力, 因而供应商的促销努力随销售商的风险规避程度的增大而降低。

表 3 风险规避对促销投入和订购量的影响

η	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
e_S^*	1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	12	13.5	15
e_R^*	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
y^*	69	108	147	186	225	264	303	342	381	420

4.2 回购契约协调的数值分析

在参数值 $p = 10$ 和 $c = 5$ 下, 由式(14)到(16)可计算出完成渠道协调的最优订购和促销决策 $e_S^* = 100$ 、 $e_R^* = 50$ 、 $y^* = 650$ 。表 4 和表 5 分别在 $\eta = 0.8$ 和 $\eta = 0.4$ 下给出了不同契约安排下渠道成员的促销投入和销售商的订购决策。在表 4 的前五项, 渠道成员的促销和订购决策都实现了集中决策下的最优, 容易验证回购契约参数满足条件 $p - \eta p(p - w)/(p - c) = b = \alpha p = (1 - \eta\beta)p$ 且 $\alpha \in [0, 1]$ 、 $\beta \in [0, 1]$ 以及 $b \leq w$ 。表 4 的后五项没有完成渠道协调, 其契约参数不满足定理 5 中的条件。数值分析表明:满足定理 5 条件的契约安排能够协

调供应链,且存在多个能协调供应链的契约安排;而不满足定理 5 条件的契约安排不能协调供应链。

在表 5 中,没有一个契约安排实现了渠道协调。根据定理 5,要完成渠道协调,要求 $\eta \geq 0.5$ 。当 $\eta = 0.4$ 时,不可能存在一个契约安排满足条件 $p - \eta p(p - w)/(p - c) = b = \alpha p = (1 - \eta\beta)p$ 且 $\alpha \in [0, 1]$ 、 $\beta \in [0, 1]$ 以及 $b \leq w$,因而没有一个契约安排能协调 $\eta = 0.4$ 下的供应链。销售商的风险规避是导致渠道协调失效的重要原因,表 5 中的后五项与表 4 中的后五项契约安排完全相同,但因销售商风险规避程度不同,供应商的促销努力和订购量存在明显的差异。数值分析表明:在 CVaR 标准下,引入成本分担机制的回购契约安排并不能协调所有风险规避的供应链,而是存在一个临界值,当销售商的风险规避系数小于这个临界值时,协调供应链的回购契约不存在。

表 4 不同契约安排下的促销投入和订购决策 ($\eta = 0.8$)

序号	w	b	α	β	e_S^*	e_R^*	y^*	是否完成渠道协调
1	5.625	3	0.3	0.875	100	50	650	是
2	6.25	4	0.4	0.75	100	50	650	是
3	7.5	6	0.6	0.5	100	50	650	是
4	8.75	8	0.8	0.25	100	50	650	是
5	9.375	9	0.9	0.125	100	50	650	是
6	6	4	0.4	0.5	107	80	720	否
7	7	5	0.5	0.6	96	50	626	否
8	8	6	0.6	0.5	80	40	520	否
9	8	6	0.4	0.8	120	25	545	否
10	8	7	0.3	0.7	249	29	811	否

表 5 不同契约安排下的促销投入和订购决策 ($\eta = 0.4$)

序号	w	b	α	β	e_S^*	e_R^*	y^*	是否完成渠道协调
1	6	2	0.2	0.9	40	44	284	否
2	7	5	0.5	0.5	48	60	348	否
3	7	6	0.6	1	60	30	390	否
4	8	6	0.2	0.8	120	25	345	否
5	7	3	0.3	0.2	34	150	356	否
6	6	4	0.4	0.5	53	80	400	否
7	7	5	0.5	0.6	48	50	338	否
8	8	6	0.6	0.5	40	40	280	否
9	8	6	0.4	0.8	60	25	285	否
10	8	7	0.3	0.7	124	29	420	否

5 进一步讨论

前面的研究都是基于以下假设进行的:剩余商品无残余价值,过度需求无缺货成本。一般地,对于季节性商品或短生命周期商品而言,不考虑残余价

值和缺货成本是合理的^[20],比如月饼、牛奶等易腐食品。不过在现实中,也存在残余价值和缺货成本不为零的情形,比如流行服饰。那么,商品残值和缺货成本对前文研究结论是否有影响呢,本小节就来讨论这一问题。

设过度需求导致的单位缺货成本为 d ,商品单位残余价值为 s ,不失一般性,假定残值小于生产成本,即 $s < c$ 。特别地,当 $b \leq s$ 时,销售商不会将商品退回给供应商,此时回购契约相当于单一价格契约。为了记号的简化,令 $B = \max\{b, s\}$ 。在契约 (w, b, α, β) 下,当渠道成员的策略组合为 (y, e_S, e_R) 时,供应商和销售商的利润函数分别记为 $\pi_S(y, e_S, e_R)$ 、 $\pi_R(y, e_S, e_R)$,有:

$$\pi_S(y, e_S, e_R) = \begin{cases} b \min\{y, e_S + e_R + \xi\} + (w - c)y - & b > s \\ \alpha C_S(e_S) - (1 - \beta)C_R(e_R), & \\ (\alpha C_S(e_S) - (1 - \beta)C_R(e_R)) - & b \leq s \end{cases}$$

$$\pi_R(y, e_S, e_R) = (p - w + d)y - (p - B + d)(y - e_S - e_R - \xi)^+ - d(e_S + e_R + \xi) - (1 - \alpha)C_S(e_S) - \beta C_R(e_R)$$

在契约 (w, b, α, β) 下,渠道联合促销博弈存在一个纳什均衡,其均衡策略可由以下条件来刻画:

$$\alpha C'_S(e_S^*) = \begin{cases} b\eta(p - w + d)/(p - B + d), & b > s \\ 0, & b \leq s \end{cases} \quad (22)$$

$$\beta C'_R(e_R^*) = p - w \quad (23)$$

$$F(y^* - e_S^* - e_R^*) = \eta(p - w + d)/(p - B + d) \quad (24)$$

定理 6 销售商的最优订购量随商品残值和缺货成本的上升而增大;供应商的最优促销努力随缺货成本的上升而增大,与商品残值无关;销售商的最优促销努力独立于缺货成本和商品残值。

销售商的最优订购量随商品残值和缺货成本的上升而增大这一结论是符合直觉的,商品残值上升,销售商对商品剩余的担忧减弱,因而有激励增大订购量;而缺货成本的上升,使得销售商更关注商品缺货而不是商品出现剩余,同样增大了销售商订购商品的激励。但奇怪的是,虽然缺货成本和商品残值的改变都会影响销售商的收益,但销售商的最优促销努力独立于缺货成本和商品残值。

缺货成本的变化,将通过改变销售商的订购量对供应商的收益产生影响,从而对供应商的促销努力施加影响。供应商的最优促销努力与商品残值无关,因为当 $b > s$ 时,商品残值只与销售商的收益有

关,而与供应商的收益无关;而当 $b \leq s$ 时,剩余商品的回购不会发生,回购契约退化为单一的批发价格契约,一旦商品从供应商转移给销售商,供应商就没有激励去实施促销努力来改进市场需求,既然这将增加他的促销成本,但不能为其带来额外的收益。

在一体化供应链下,整个渠道可实现的总利润为:

$$\pi_{sc}(y, e_S, e_R) = p \min\{y, e_S + e_R + \xi\} + G(e_S, e_R) - C_S(e_S) - C_R(e_R) - cy$$

其中, $G(e_S, e_R) = s(y - e_S - e_R - \xi)^+ - d(e_S + e_R + \xi - y)^+$ 。

渠道最优策略 $(y^{I*}, e_S^{I*}, e_R^{I*})$ 可由以下条件来刻画:

$$C'_S(e_S^{I*}) = p - c \quad (25)$$

$$C'_R(e_R^{I*}) = p - c \quad (26)$$

$$F(y^{I*} - e_S^{I*} - e_R^{I*}) = (p - c + d) / (p - s + d) \quad (27)$$

定理 7 存在一个临界值 $\eta_T = (p - c + d) / (p - s + d)$, 当 $\eta < \eta_T$ 时, 契约 (w, b, α, β) 不能协调联合促销的供应链; 当 $\eta \geq \eta_T$ 时, 存在无穷多个契约 (w, b, α, β) 能够协调上述供应链, 其中契约参数满足以下条件:

$$(p + d) - \eta \frac{p - s + d}{p - c + d} (p - w + d) = b = \alpha(p - c) \frac{p - s + d}{p - c + d} = (p + d) - \eta \frac{p - s + d}{p - c + d} [\beta(p - c) + d]$$

其中, $s < b < p$ 。

易验证定理 5 是定理 7 的一个特例。比较定理 5 和定理 7 可知, 虽然商品残值和缺货成本对回购契约能否完成渠道协调的条件以及契约参数相互之间的关系有重要影响, 但不改变“通过引入成本分担机制, 回购契约能协调具有促销效应供应链”的结论, 表明这一结论相对于商品残值和缺货成本是强健的。利用定理 7 还可以表明, 推论 1 的结论在商品残值和缺货成本存在的情形下仍然成立。尽管如此, 存在商品残值时, 要求回购价格大于商品残值, 即 $b > s$, 这表明商品残值的存在缩小了能完美协调供应链的契约可行空间。

推论 3 销售商风险规避的临界值随商品残值和缺货成本的上升而增大。

证明 直接对 $\eta_T = (p - c + d) / (p - s + d)$ 求关于 s 和 d 的一阶偏导数可完成证明。

推论 3 表明, 商品残值越大, 缺货成本越高, 能

被回购契约协调的供应链就越少, 因为只有销售商规避风险程度较轻的供应链才有可能被完美协调。注意到 $s < c$, 有 $\eta_T < 1$, 即风险中性的供应链总能通过回购契约进行协调, 这与推论 2 是一致的。

6 结语

渠道成员的促销努力和风险规避将影响销售商的订购决策, 从而对协调供应链的契约安排产生影响。通过考察风险规避供应链的订购和促销决策以及回购契约对此类供应链的可协调性, 得到以下研究结论。(1) 在既定回购契约下, 渠道联合促销博弈存在一个纳什均衡; 契约参数的变化对渠道成员的均衡策略有如下影响: 批发价格的上升将减小销售商的订购量和渠道双方的促销努力水平, 回购价格的上升将增大销售商的订购量和和供应商的努力水平。(2) 销售商的风险规避会影响渠道成员的均衡策略选择, 并对回购契约安排施加重要影响, 当销售商的风险规避系数小于临界值 η_T 时, 回购契约不能协调供应链。(3) 在渠道联合促销下, 传统回购契约不能协调供应链, 尽管如此, 通过引入成本分担机制, 回购契约能协调 $\eta \geq \eta_T$ 的供应链。(4) 商品残值和缺货成本对上述结论没有影响, 但对契约选择空间和能被回购契约协调的供应链的范围有重要影响: 存在商品残值时, 只有回购价格大于商品残值的契约安排才是可行的; 没有商品残值和缺货成本时, 一切 $\eta \geq (p - c) / p$ 的供应链都能被回购契约协调, 而存在商品残值和缺货成本时, 只有 $\eta \geq (p - c + d) / (p - s + d) > (p - c) / p$ 的供应链才有可能被回购契约协调。

本文的研究揭示了以下管理启示, 从供应商的立场来看, (1) 供应商应选择风险规避程度较轻的销售商, 并针对风险规避程度不同的销售商, 采取差异化的契约安排。(2) 存在促销效应时, 引入促销成本分担机制有助于完成渠道协调, 特别地, 供应商可实施以下成本分担政策: 在批发价格给定的情形下, 对风险规避程度不同的销售商因促销活动产生的成本, 提供相同的成本分担比例政策, 但对供应商的促销活动产生的成本, 则应根据销售商的风险规避程度实施不同的分摊政策, 销售商越规避风险, 其成本分担比例就越低。(3) 回购价格必须大于商品残值, 否则回购策略无意义。从销售商的立场来看, 销售商应争取供应商采取风险分担的契约组合, 比如回购契约, 而不是单一的价格契约, 以促进供应商实施促销努力。

附录

引理 1 的证明 第 1) 部分的证明。为了书写的简化, 将 $g^{eS}(v, y, e_R)$ 简记为 $g^{eS}(\bullet)$ 。

$$\frac{\partial g^{eS}(\bullet)}{\partial v} = \begin{cases} 1 & v \leq (p-b)(e_S + e_R) - (w-b)y - C_R(e_R) \\ 1 - \frac{1}{\eta} F\left[\frac{v + (w-b)y + C_R(e_R)}{p-b} - e_S - e_R\right] & (p-b)(e_S + e_R) - (w-b)y - C_R(e_R) \leq v < (p-w)y - C_R(e_R) \\ 1 - 1/\eta & v > (p-w)y - C_R(e_R) \end{cases} \quad (28)$$

式(28)表明:除了点 $v = (\phi p - w)y - C_R(e_R)$ 之外, $g^{eS}(\bullet)$ 关于 v 是连续可微的。

下面证明其连续性。只需注意到对任意正数 δ , 有 $g^{eS}(v + \delta, y, e_R) - g^{eS}(v, y, e_R) |_{v=(p-w)y-C_R(e_R)} = \delta - \delta/\eta$ 。

第 2) 部分的证明。由式(28), 对一切 $v > (p-w)y - C_R(e_R)$, 有 $\partial g^{eS}(\bullet)/\partial v = 1 - 1/\eta < 0$, 如果我们能证明:对一切 $v < (p-w)y - C_R(e_R)$, 有 $\partial g^{eS}(\bullet)/\partial v > 0$, 则可完成证明。由于 $F(\xi)$ 关于 ξ 是严格增的, 因而只需表明 $\partial g^{eS}(\bullet)/\partial v |_{v=[(p-w)y-C_R(e_R)]^-} > 0$ 。用反证法, 假设 $\frac{\partial g^{eS}(\bullet)}{\partial v}$

$|_{v=[(p-w)y-C_R(e_R)]^-} = 1 - \frac{1}{\eta} F(y - e_S - e_R) \leq 0$, 注意到 $\frac{\partial g^{eS}(\bullet)}{\partial v} |_{v \rightarrow [(p-b)(e_S+e_R)-(w-b)y-C_R(e_R)]^+} = 1$, 且由第 1) 部分的证明可知: $\partial g^{eS}(\bullet)/\partial v$ 在区间 $[(p-b)(e_S + e_R) - (w-b)y - C_R(e_R), (p-w)y - C_R(e_R))$ 是连续的, 因而在这个区间中, 必定存在某个 $v^*(y, e_R)$ 满足下式: $1 - \frac{1}{\eta} F\left[\frac{v + (w-b)y + C_R(e_R)}{p-b} - e_S - e_R\right] = 0$, 解之, 得 $v^*(y, e_R) = (p-b)[F^{-1}(\eta) + e_S + e_R] - (w-b)y - C_R(e_R)$, 将其置入式(5), 有:

$$g^{eS}(v^*(y, e_R), y, e) = (p-b)(e_S + e_R) - (w-b)y - C_R(e_R) + \frac{p-b}{\eta} \int_0^{F^{-1}(\eta)} \xi dF(\xi) \quad (29)$$

由式(29), 有: $dg^{eS}(v^*(y, e_R), y, e_R)/dy = b - w \leq 0$, 即极大化问题(4)关于分量 y 的一个解为 $y^* = 0$, 故 $e_R^* = 0$ 且 $e_S^* = 0$, 且问题(4)的极大值 $g^{eS}(v^*(y^*, e_R^*), y^*, e_R^*) = g^{eS}(v^*(0, 0), 0, 0) = 0$ 。但这是不可能的, 因为在问题(4)中, 对给定的 e_S , 存在那样的 (v, y, e_R) , 使得 $g^{eS}(v, y, e_R) > 0$ 。

定理 1 的证明 存在性。定义 $y^M = F^{-1}[\eta(p-w)/(p-b)] + e_S^M + e_R^M$, $e_S^M = \inf\{e_S | C'_S(e_S) \geq b\}$, $e_R^M = \inf\{e_R | C'_R(e_R) \geq p-w\}$

容易表明:对销售商的任意策略, 供应商的最优策略位于闭凸集 $[0, e_S^M]$, 而对供应商的任意策略, 销售商的最优策略位于闭凸集 $[0, y^M] \times [0, e_S^M]$, 由命题 1 和命题 2 以及纳什均衡存在性定理, 可以表明:由 P1 和 P2 构成的联合促销博弈存在一个纳什均衡。

唯一性。由命题 1 和命题 2, 给定销售商的策略, 方程

由式(5), 并注意到理性的供应商和销售商采取的促销策略组合 $e_S + e_R \leq y$, 有:

$$\begin{cases} v \leq (p-b)(e_S + e_R) - (w-b)y - C_R(e_R) \\ v > (p-w)y - C_R(e_R) \end{cases} \quad (6)$$

(6)是供应商采取最优策略的充要条件, 而给定供应商的策略, 方程(8)和(9)是销售商采取最优策略的充要条件。因此, 要证明均衡的唯一性, 只需表明式(6)、(8)和(9)构成的方程组的解是唯一的。 e_R^* 的唯一性是显然的, 这直接由式(9)给出。将式(8)代入式(6), 可以表明 e_S^* 的唯一性。既然 e_S^* 和 e_R^* 是唯一的, 由式(8), 并注意到需求分布的密度函数 $f(\xi)$ 始终大于零, 可表明 y^* 也是唯一的。

定理 2 的证明 只证明批发价格对决策变量的影响, 可类似证明回购价格对决策变量的影响。对式(10)两边求 w 的一阶导数, 有 $C'_S(e_S^*) de_S^*/dw = -b\eta/(p-b) < 0$, 既然 $C''_S(e_S^*) > 0$, 故 $de_S^*/dw < 0$ 。类似地, 对式(11)两边求 w 的导数, 有 $C'_R(e_R^*) de_R^*/dw = -1 < 0$, 既然 $C''_R(e_R^*) > 0$, 必有 $de_R^*/dw < 0$ 。对式(12)两边求 w 的导数, 有 $f(y^* - e_S^* - e_R^*)(dy^*/dw - de_S^*/dw - de_R^*/dw) = -\eta/(p-b) < 0$, 上式左边的 $de_S^*/dw < 0$, $de_R^*/dw < 0$, 故必有 $dy^*/dw < 0$ 。

定理 5 的证明 第一部分的证明。要完成渠道协调, 要求 $(y^*, e_S^*, e_R^*) = (y^{I*}, e_S^{I*}, e_R^{I*})$, 比较式(16)和(21), 有 $\eta(p-w)/(p-b) = (p-c)/p$, 由 $b \leq w$, 有 $\eta \geq (p-c)/p$ 。

第二部分的证明。由式(16)和(21), 有 $\eta(p-w)/(p-b) = (p-c)/p$, 结合式(14)和式(19), 有 $a(p-c) = b(p-c)/p$, 故有 $b = ap$ 。可类似地证明其它结论。

定理 6 的证明 注意到 $y^* = F^{-1}[\eta(p-w+d)/(p-B+d)] + e_S^* + e_R^*$, 结合式(22)至(24)可完成证明。

定理 7 的证明 关于 $s < b$ 的证明, 由式(22), 当 $s \geq b$ 时, 有 $e_S^* = 0$, 在这种情形下渠道协调不能完成, 既然由式(25)及 $c < p$, 有 $e_S^{s*} > 0$ 。其它证明与定理 5 相同, 略。

参考文献:

[1] 肖玉明, 汪贤裕. 边际成本递增情况下供应链的协调研究[J]. 系统工程学报, 2009, 24(1): 94-98.

[2] 申成霖, 张新鑫, 卿志琼. 服务水平约束下基于顾客策略性退货的供应链契约协调研究[J]. 中国管理科学, 2010, 18(4): 56-64.

[3] 刘家国, 吴冲. 基于报童模型的两级供应链回购契约协调研究[J]. 中国管理科学, 2010, 18(4): 73-78.

[4] Su Xuanming. Consumer returns policies and supply chain performance[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2009, 11(4): 595-612.

- [5] 杜少甫, 杜婵, 梁樑, 等. 考虑公平关切的供应链契约与协调[J]. 管理科学学报, 2010, 13(11): 41—48.
- [6] Krishnan H, Kapuscinski R, Butz D A. Coordinating contracts for decentralized supply chains with retailer promotional effort[R]. Working paper, University of Michigan, 2003.
- [7] Taylor T A. Supply chain coordination under channel rebates with sales effort effects [J]. Management Science, 2002, 48(8): 992—1007.
- [8] Krishnan H, Kapuscinski R, Butz D A. Coordinating contracts for decentralized supply chains with retailer promotional effort [J]. Management Science, 2004, 50(1): 48—63
- [9] 徐最, 朱道立, 朱文贵. 销售努力水平影响需求情况下的供应链回购契约[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(4): 1—11.
- [10] 姚泽有. 考虑努力及退货价格因素的易逝品供应链退货政策模型[J]. 预测, 2010, 29(6): 48—51+56.
- [11] Brown A O, Tang C S. The impact of alternative performance measures on single-period inventory policy [J]. Journal of Industrial and Management Organization, 2006, 2(3): 297—318.
- [12] Agrawal V, Seshadri S. Impact of uncertainty and risk aversion on price and order quantity in the newsvendor problem [J]. Manufacturing and Service Operations Management, 2000, 2(4): 410—423.
- [13] Gan Xianghua, Sethi S, Yan Houmin. Supply chain coordination with a risk-averse retailer and a risk-neutral supplier [J]. Production and Operations Management Society, 2004, 13(2): 135—149.
- [14] Gan Xianghua, Sethi S, Yan Houmin. Channel coordination with a risk-neutral supplier and a downside-risk-averse retailer [J]. Production and Operations Management, 2005, 14(1): 80—89.
- [15] Choi T M, Li Duan, Yan Houmin. Mean - variance analysis of a single supplier and retailer supply chain under a returns policy [J]. European Journal of Operational Research, 2008, 184(1): 356—376.
- [16] Gan Xianghua, Sethi S P, Yan Houmin. Coordination of supply chains with risk-averse agents [J] Production and Operations Management, 2004, 13(2): 135—149.
- [17] Rockafellar R T, Uryasev S. Conditional value-at-risk for general loss distributions [J]. Journal of Banking and Finance, 2002, 26(7): 1443—1471.
- [18] Chen F Y, Xu Minghui, Zhang Z G. A risk-averse newsvendor model under the CVaR decision criterion [J]. Operations Research, 2009, 57(4): 1040—1044.
- [19] Kunter M. Coordination via cost and revenue sharing in manufacturer - retailer channels [J]. European Journal of Operational Research, 2012, 216(2): 477—486.
- [20] Wang Yunzeng, Li Jiang, Shen Zuojun. Channel performance under consignment contract with revenue-sharing [J]. Management Science, 2004, 50(1): 3—47.

Buy-back Contracts for a Supply Chain with a Risk-neutral Supplier and a Risk-averse Retailer Who Take Joint Promotion Actions based on CVaR

DAI Jian-sheng¹, MENG Wei-dong²

(1. Faculty of Management and Economics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China

2. College of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: Based on CVaR risk measure criterion, the issue is discussed in this paper, that whether or not buy-back contract can coordinate supply chains with a risk-neutral supplier and a risk-averse retailer who take joint promotion actions to sell newsboy goods. Some of management enlightenment is attained. Channel members' optimal decision-making is explored under a given buy-back contract arrangement, and how exogenous parameters, such as buy-back contract parameters, risk aversion coefficient of the retailer, salvage value and shortage cost and so on, affect the optimal decision-making is also investigated. It shows that buy-back contracts, by introducing cost-sharing mechanism, can coordinate not-too-risk-averse supply chains, which cannot be coordinated by conventional buy-back contracts. In particular, salvage value and shortage cost have no effect on the above-mentioned conclusions. However, they exert important impacts on feasible space of buy-back contracts and what supply chain can be coordinated by buyback contracts. The main conclusions are verified by means of numerical analysis.

Key words: supply chain; buy-back contract; joint promotion; CVaR