南 京 航 空 航 天 大 学

二〇〇六 ～ 二〇〇七 学年　第 一 学期

课程名称：《　理论力学(IB)　》参考答案及评分标准

命题教师：陈建平，陶秋帆，浦奎英，王开福，唐静静　试卷类型：　A

试卷代号：

一、填空题（共 30 分）

1.（5 分）　$\dfrac{\sqrt{3}}{3}Fa,\quad -\dfrac{\sqrt{3}}{3}Fa,\quad 0$

2.（5 分）　$10\sqrt{3}$ N，　30.02 N；

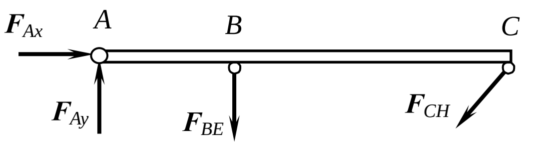
3.（5 分）　动量：$5mR\omega$（→）；动量矩：$14\frac{1}{3}mR^2\omega$（逆时针）

4.（5 分）　$\delta r_B : \delta r_C = \sqrt{2}:1$；$\delta r_B$ 水平向右（左），δr_C 铅直于 AC 指向右下方（左上方）。

5.（5 分）　$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

6.（5 分）　$\sqrt{2}\omega_0$

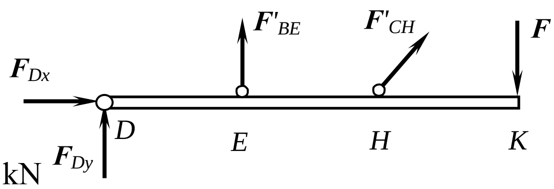
二、计算题（15 分）



解：(1) 取 AC，受力如图。

$$\sum M_A(F)=0 \qquad F_{CH}\frac{4}{5}\cdot 9+F_{BE}\cdot 3=0$$

(2) 取 DK，受力如图。



$$\sum M_D(F)=0$$

$$F_{BE}\cdot 3+F_{CH}\frac{4}{5}\cdot 6-F\cdot 9=0$$

由上二式解出：$F_{BE}=630$ kN，　$F_{CH}=-262.5$ kN

(3) 对 AC，

$$\sum F_x=0 \qquad F_{Ax}=F_{CH}\frac{3}{5}$$

得到：$F_{Ax}=-157.5$ kN

$$\sum F_y = 0 \qquad F_{Ay} - F_{BE} - F_{CH}\frac{4}{5} = 0 \qquad \text{得到：} F_{Ay} = 420\ \text{kN}$$

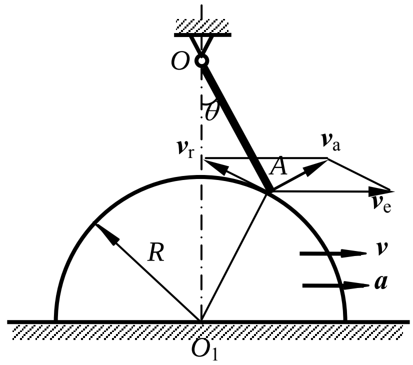
(4) 对 DK，

$$\sum F_x = 0 \qquad F_{Dx} = -F_{CH}\frac{3}{5} \qquad \text{得到：} F_{Dx} = 157.5\ \text{kN}$$

$$\sum F_y = 0 \qquad F_{Dy} + F_{BE} + F_{CH}\frac{4}{5} - F = 0 \quad \text{得到：} F_{Dy} = -350\ \text{kN}$$

评分: 受力图，3 分；平衡方程，6 分；解出约束反力，6 分。

三、计算题（13 分）



1. 选择动点、动系　　　　（1 分）
   选杆 OA 上的点 A 为动点，并将动系固连在凸轮上。
2. 求该瞬时杆 OA 的角速度　　（6 分）
   画出速度矢量图

$$v_\text{e} = v$$

$$v_\text{r}\sin 30° = v_\text{a}\sin 30°\ ;\quad v_\text{a} = v_\text{r}$$

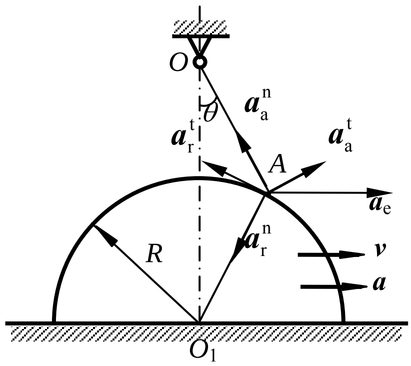
$$v_\text{a}\cos 30° = v_\text{e} - v_\text{r}\cos 30°$$

$$v_\text{a} = v_\text{r} = \frac{v}{\sqrt{3}}\ ;\quad \omega_{OA} = \frac{v_\text{a}}{R} = \frac{v}{\sqrt{3}R}$$

3. 求该瞬时点 A 相对于半圆形凸轮的加速度。（6 分）
   画出加速度矢量图
   由加速度合成定理

$$\boldsymbol{a}_\text{a}^\text{t} + \boldsymbol{a}_\text{a}^\text{n} = \boldsymbol{a}_\text{r}^\text{t} + \boldsymbol{a}_\text{r}^\text{n} + \boldsymbol{a}_\text{e}$$

$$\boldsymbol{a}_\text{e} = \boldsymbol{a}\ ;\qquad \boldsymbol{a}_\text{C} = 0$$



其中绝对和相对的法向加速度分别为

$$a_\text{a}^\text{n} = \frac{v_\text{a}^2}{R} = \frac{v^2}{3R}\ ;\qquad a_\text{r}^\text{n} = \frac{v_\text{r}^2}{R} = \frac{v^2}{3R}$$

将加速度合成定理沿 AO 方向投影，得

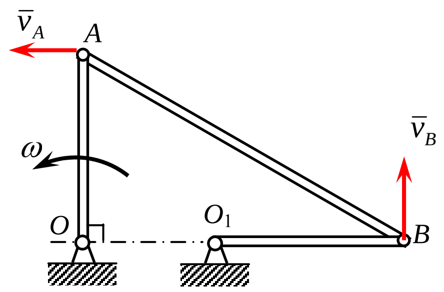
$$a_\text{a}^\text{n} = -a_\text{r}^\text{n}\sin 30° + a_\text{r}^\text{t}\cos 30° - a_\text{e}\sin 30°\ ;$$

$$a_\text{r}^\text{t} = \frac{1}{\sqrt{3}}(2a_\text{a}^\text{n} + a_\text{r}^\text{n} + a) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{v^2}{R} + a)$$

最后可得点 A 相对于半圆形凸轮的加速度

$$\boldsymbol{a}_\text{r} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{v^2}{R} + a)\boldsymbol{\tau} + \frac{v^2}{3R}\boldsymbol{n}$$

四、计算题（12 分）



解：研究连杆 AB

连杆 AB 作平面运动，速度瞬心为 O。

$v_A = \omega r$

$\omega_{AB} = \dfrac{v_A}{OA} = \omega$ （逆时针） （4 分）

$v_B = \omega_{AB} \cdot OB = \sqrt{3}\omega r$

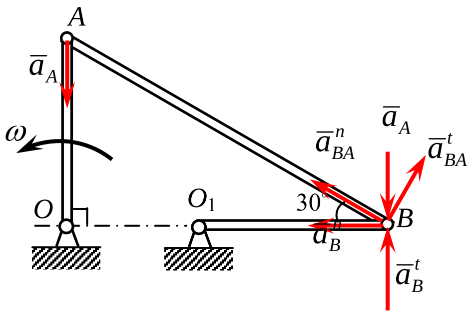
$\omega_{O_1B} = \dfrac{v_B}{O_1B} = \sqrt{3}\omega$ （逆时针） （3 分）

选 A 为基点，则有

$$\bar{a}_B^t + \bar{a}_B^n = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^t + \bar{a}_{BA}^n$$

向 x 轴投影，有

$$-a_B^n = a_{BA}^t \cos 60^\circ - a_{BA}^n \cos 30^\circ$$



其中：$a_B^n = \dfrac{v_B^2}{O_1B} = 3\omega^2 r$

$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = 2\omega^2 r$

解得 $a_{BA}^t = -2(3-\sqrt{3})\omega^2 r$

$\alpha_{AB} = \dfrac{a_{BA}^t}{2r} = -(3-\sqrt{3})\omega^2 \approx -1.268\omega^2$ （顺时针） （5 分）

五、计算题（15 分）

（1）$T_1 = 0$，$T_2 = \dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{2}mR^2 \cdot (\dfrac{v}{R})^2 + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}mR^2 \cdot (\dfrac{v}{R})^2 = \dfrac{3}{2}mv^2$，

$\sum W = mgh - \dfrac{1}{2}kh^2$，

$T_2 - T_1 = \sum W$，$\dfrac{3}{2}mv^2 = mgh - \dfrac{1}{2}kh^2$，$v = \sqrt{\dfrac{h(2mg-kh)}{3m}}$；$a = \dfrac{mg-kh}{3m}$ —（7 分）

（2）$v = \sqrt{\dfrac{h(2mg-kh)}{3m}} = 0$，$h_{\max} = \dfrac{2mg}{k}$ ——（2 分）

（3）$F_s R = \dfrac{1}{2}mR^2 \cdot \dfrac{a}{R}$，$F_s = \dfrac{mg-kh}{6}$；（4）$|F_s|_{\max} \le f_s mg$，$f_s \ge \dfrac{1}{6}$ ——（6 分）

六、计算题（15 分）

解：1） $L=T-V$

$$=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}m(\dot{x}+R\dot{\theta})^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2-\frac{1}{2}k(R\theta)^2$$

（5 分）

$$=m\dot{x}^2+mR\dot{x}\dot{\theta}+\frac{3}{4}mR^2\dot{\theta}^2-\frac{1}{2}k(R\theta)^2$$

2） $Q_x=0$

$$Q_\theta=\frac{M\delta\theta}{\delta\theta}=M$$ （5 分）

3） $\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}=2m\dot{x}+mR\dot{\theta}$ $\frac{\partial L}{\partial x}=0$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}=mR\dot{x}+\frac{3}{2}mR^2\dot{\theta} \quad \frac{\partial L}{\partial \theta}=-kR^2\theta$$

最后得

$$2\ddot{x}+R\ddot{\theta}=0$$

$$mR\ddot{x}+\frac{3}{2}mR^2\ddot{\theta}+kR^2\theta=M$$

（5 分）