南 京 航 空 航 天 大 学

二 00 四 ～二 00 五学年 第 一 学期

课程名称：理论力学（IB） A 卷 **参考答案及评分标准**

命题教师：陶秋帆，王开福，黄再兴 试卷代号:

一、填空题 （共 40 分）

1、（4 分）二力平衡公理，加减平衡力系公理，力的可传性原理；

2、（4 分）$M_1/M_2 = a/b$；

3、（4 分）$M_x(F) = \frac{\sqrt{2}}{2}Fa,\quad M_y(F) = -\frac{\sqrt{2}}{2}Fa,\quad M_z(F) = -\frac{\sqrt{2}}{2}Fa$ ；

4、（4 分）F_s = 120 N；

5、（4 分）$(r\cos\varphi + l\cos\theta)\omega,\ \perp OB\ (\uparrow),\ (r\cos\varphi + l\cos\theta)\omega^2,\ B \to O$；

6、（4 分）4 m/s；

7、（4 分）$m\ddot{x} = -mg - \mu\dot{x}$；

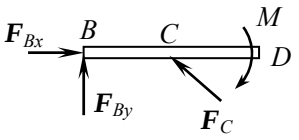
8、（4 分）$p = \frac{3}{2}mL\omega$，方向为: $\perp OA$，指向右边；$L_O = \frac{4}{3}mL^2\omega$，逆时针；

9、（4 分）$\delta r_C = \delta r_A,\quad \delta r_D = 0$;

10、（4 分）ω_2 (或 2 rad/s)，ω_3 (或 3 rad/s);

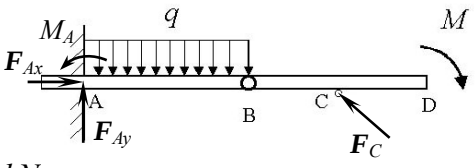
二、计算题（12 分）

解：取 *BD*，受力如图。



$$\sum M_B(F) = 0 \qquad F_C \cdot \frac{3}{5}l = M,\quad F_C = 5\ kN$$

取整体，受力如图。



$$\sum F_x = 0 \qquad F_{Ax} = F_C \cdot \frac{4}{5},\quad F_{Ax} = 4\ kN$$

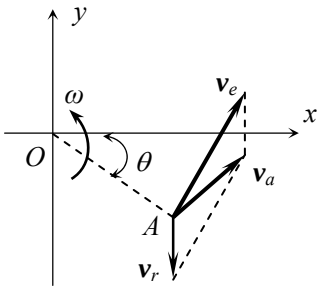
$$\sum F_y = 0 \qquad F_{Ay} + F_C \cdot \frac{3}{5} = q \cdot 2l,\quad F_{Ay} = 1\ kN$$

$$\sum M_A(F)=0 \qquad M_A-q\cdot 2l\cdot l+F_C\cdot\frac{3}{5}\cdot 3l-M=0,\quad M_A=-4\,kN\cdot m$$

评分：受力图，4 分；平衡方程：4 分；解出约束反力：4 分。

三、计算题（10 分）

解：取 A 为动点，T 形构件为动系。

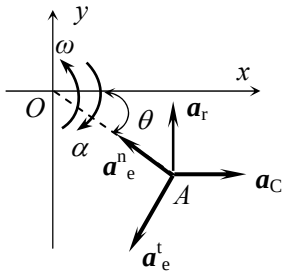


速度分析 $\boldsymbol{v}_a=v_e+v_r$，

x 轴：$v_{ax}=v_e\sin\theta=OA\cdot\omega\sin\theta=0.5\times10\times\frac{3}{5}=3$ (m/s)

y 轴：$v_{ay}=v_e\cos\theta-v_r=0.5\times10\times\frac{4}{5}-3=1$ (m/s)

加速度分析 $a_a=a_e^t+a_e^n+a_r+a_C$



$a_e^t=OA\cdot\alpha=3,\quad a_e^n=OA\cdot\omega^2=50,\quad a_C=2\omega v_r=60$

x 轴：$a_{ax}=-a_e^t\sin\theta-a_e^n\cos\theta+a_C$

$=-1.8-40+60=18.2\ (m/s^2)$

y 轴：$a_{ay}=-a_e^t\cos\theta+a_e^n\sin\theta+a_r$

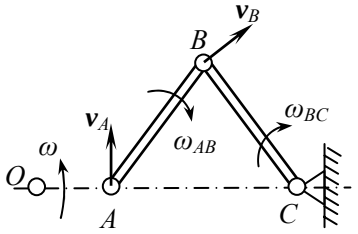
$=-2.4+30+0.3=27.9\ (m/s^2)$

评分：求出速度，5 分；求出加速度，5 分。

四、计算题（12 分）

解：速度分析

$v_A=OA\cdot\omega=1\times10=10$ (m/s)



取 AB 杆，在图示瞬时，C 为 AB 的速度瞬心，则

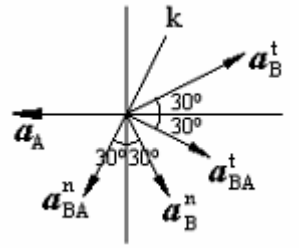
$\omega_{AB}=v_A/AC=10/2=5$ (rad/s) (顺时针)

$v_B=BC\cdot\omega_{AB}=2\times5=10$ (m/s)

$\omega_{BC}=v_B/BC=10/2=5$ (rad/s) (顺时针)

加速度分析

取 AB 杆，以 A 为基点，则



$$a_B^t + a_B^n = a_A + a_{BA}^t + a_{BA}^n$$

$$a_A = OA \cdot \omega^2 = 1 \times 10^2 = 100 \ \ (\mathrm{m/s^2})$$

$$a_B^n = BC \cdot \omega_{BC}^2 = 2 \times 5^2 = 50 \ \ (\mathrm{m/s^2}), \qquad a_{BA}^n = AB \cdot \omega_{AB}^2 = 2 \times 5^2 = 50 \ \ (\mathrm{m/s^2})$$

做出加速度矢量图，将上式向 k 轴投影得：

$$a_B^t \cos 30° - a_B^n \cos 60° = -a_A \cos 60° - a_{BA}^n$$

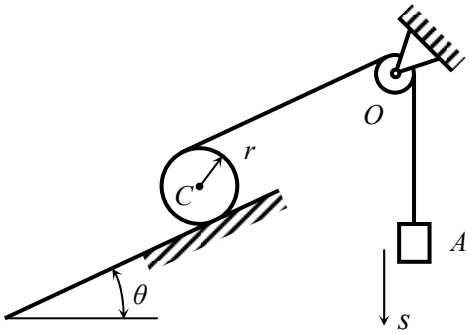
$$a_B^t = (-a_A \cos 60° - a_{BA}^n + a_B^n \cos 60°) / \cos 30° = -86.6 \ (m/s^2)$$

$$\alpha_{BC} = a_B^t / BC = -43.3 \quad (\mathrm{rad/s^2}) \quad (\text{逆时针})$$

评分：求出角速度，6 分；求出角加速度，6 分。

五、计算题（14 分）

解：

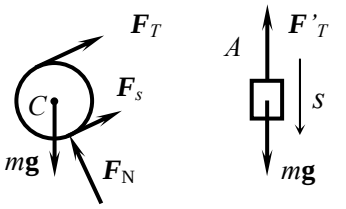


$$T_1 = 0 \quad T_2 = \frac{1}{2} m\dot{s}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} mr^2 \cdot (\frac{\dot{s}}{2r})^2 = \frac{11}{16} m\dot{s}^2$$

$$\sum W = mgs - mg \sin\theta \cdot \frac{s}{2} = \frac{1}{2} mgs(2 - \sin\theta)$$

$$T_2 - T_1 = \sum W \quad \Rightarrow \quad \ddot{s} = \frac{4(2 - \sin\theta)}{11} g$$

$$m\ddot{s} = mg - F_T \quad \Rightarrow \quad F_T = \frac{3 + 4\sin\theta}{11} mg$$



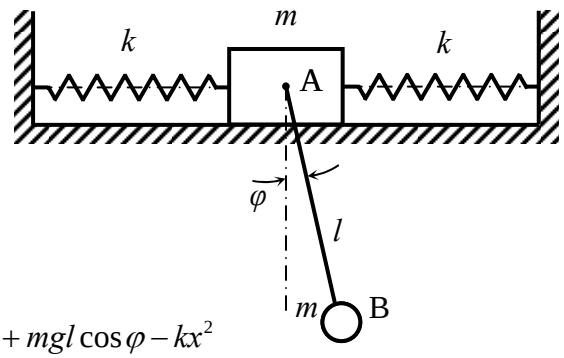
$$m \cdot \frac{\ddot{s}}{2} = F_T + F_s - mg \sin\theta \quad \Rightarrow \quad F_s = \frac{1 + 5\sin\theta}{11} mg$$

$$F_N - mg \cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad F_N = mg \cos\theta$$

$$F_s \le f_s F_N \quad \Rightarrow \quad f_s \ge \frac{1 + 5\sin\theta}{11\cos\theta}$$

评分：求出 A 的加速度，7 分；求出绳的拉力，3 分；求出 f_s 应满足的条件，4 分。

六、计算题（12 分）



解：

$$T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}m(\dot{x}^2+l^2\dot{\varphi}^2+2\dot{x}l\dot{\varphi}\cos\varphi)$$

$$V=-mgl\cos\varphi+kx^2$$

$$L=T-V$$

$$=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}m(\dot{x}^2+l^2\dot{\varphi}^2+2\dot{x}l\dot{\varphi}\cos\varphi)+mgl\cos\varphi-kx^2$$

$$\frac{\partial L}{\partial\dot{x}}=2m\dot{x}+ml\dot{\varphi}\cos\varphi,\qquad \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial\dot{x}})=2m\ddot{x}+ml\ddot{\varphi}\cos\varphi-ml\dot{\varphi}^2\sin\varphi$$

$$\frac{\partial L}{\partial x}=-2kx$$

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial\dot{x}})-\frac{\partial L}{\partial x}=0\quad\Rightarrow\quad 2m\ddot{x}+ml\ddot{\varphi}\cos\varphi-ml\dot{\varphi}^2\sin\varphi+2kx=0$$

$\varphi<<1\quad \sin\varphi\approx\varphi\quad \cos\varphi\approx1$ 并忽略高次项$\Rightarrow\quad 2m\ddot{x}+ml\ddot{\varphi}+2kx=0$

$$\frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}}=ml^2\dot{\varphi}+m\dot{x}l\cos\varphi,\qquad \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}})=ml^2\ddot{\varphi}+m\ddot{x}l\cos\varphi-m\dot{x}l\dot{\varphi}\sin\varphi$$

$$\frac{\partial L}{\partial\varphi}=-m\dot{x}l\dot{\varphi}\sin\varphi-mgl\sin\varphi$$

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}})-\frac{\partial L}{\partial\varphi}=0\Rightarrow ml^2\ddot{\varphi}+m\ddot{x}l\cos\varphi-m\dot{x}l\dot{\varphi}\sin\varphi+m\dot{x}l\dot{\varphi}\sin\varphi+mgl\sin\varphi=0$$

$\varphi<<1\quad \sin\varphi\approx\varphi\quad \cos\varphi\approx1$ 并忽略高次项 $\Rightarrow\quad l\ddot{\varphi}+\ddot{x}+g\varphi=0$

评分：求出拉氏函数，8 分；求导得出微分方程，4 分。