

# 滚动轴承 – 偏置转子系统涡摆耦合动力学特性研究

梁明轩<sup>1</sup>, 袁惠群<sup>1,2</sup>, 蔡颖颖<sup>2</sup>

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819; 2. 东北大学 理学院, 沈阳 110819)

**摘要:** 建立了滚动轴承 – 偏置转子系统涡摆耦合动力学模型, 模型中考虑了转子偏置量及圆盘摆振, 滚动轴承模型中考虑了轴承游隙、非线性赫兹接触力及变刚度 VC (Varying Compliance) 振动等因素。采用数值方法对不同偏置量下, 有无考虑圆盘摆振时系统动力学响应进行了计算与比较; 分析了轴承游隙变化对不同偏置量的转子动力学性能的影响。结果表明: 考虑圆盘摆振时偏置转子的非线性动力响应特征明显增强; 相同转速下, 不同偏置量的转子系统中频率成分亦不相同; 转子偏置程度越大, 系统临界转速对轴承游隙变化的敏感度越高。

**关键词:** 滚动轴承; 偏置转子; 涡摆耦合; 非线性; 轴承游隙

中图分类号: TH113.33

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2014.12.006

## Dynamic characteristics of a ball bearing-offset disk rotor system with whirling-swing coupling

LIANG Ming-xuan<sup>1</sup>, YUAN Hui-qun<sup>1,2</sup>, CAI Ying-ying<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;

2. School of Science, Northeastern University, Shenyang 110819, China;)

**Abstract:** Dynamic model of a ball bearing-offset disk rotor system with whirling-swing coupled vibration was built considering rotor disk offsetes and disk swing vibration. In the model of ball bearings, clearance of bearings, nonlinear Hertzian contact force between balls and races and varying compliance vibration were considered. Numerical methods were adopted to solve and compare the dynamic responses of the system under different disk offsetes with or without disk swing vibration considered. Effects of bearing clearance variation on the dynamic performance of the model under different rotor disk offsetes were analyzed. It was shown that the nonlinear dynamic response features of the offset disk rotor system are enhanced obviously considering rotor disk swing vibration; the system under different rotor disk offsetes contains diverse frequency components at the same speed; the larger the level of rotor disk offset, the higher the sensitivity of the critical speeds of the system to bearing clearance variation.

**Key words:** ball bearing; offset disk rotor; whirling-swing coupling; nonlinear; bearing clearance

旋转机械的广泛应用使得滚动轴承 – 转子系统动力学研究和振动分析显得越来越重要, 为了满足滚动轴承 – 转子系统高转速与高精度设计要求, 转子偏置位置、圆盘摆振以及轴承游隙变化逐渐成为不可忽视的影响因素。

滚动轴承 – 转子系统动力学建模过程中最基础的一步在于对轴承非线性分析模型的建立。Yamamoto 等<sup>[1-2]</sup>研究了滚动轴承 VC 振动, 将对称刚性转子简化为受旋转载荷作用的滚动轴承, 对轴承径向游隙引起非线性振动进行了研究; Harris<sup>[3]</sup>完善并发展了滚动轴承的拟动力学分析理论, 成为目前绝大多数滚动轴承

非线性分析模型的首选; Jedrzejewski 等<sup>[4]</sup>亦在 Harris 的基础上, 着重分析了离心力和陀螺效应对角接触球轴承刚度及变形的影响规律。张耀强等<sup>[5]</sup>利用滚动轴承 – Jeffcott 刚性转子模型研究了转子系统的非线性响应; 陈果<sup>[6-7]</sup>重点研究了含多故障的滚动轴承 – 转子系统动力学特性; 邓四二等<sup>[8]</sup>建立了航空发动机双转子 – 滚动轴承耦合动力学模型, 考虑了低压转子与高压转子之间的中介轴承游隙以及支承轴承参数, 运用 Newmark 有限元法求解了系统响应。然而, 这些研究主要侧重于轴承 VC 振动以及转子非线性响应, 忽略了转子偏置和圆盘摆振的影响。在转子系统耦合振动方面, 沈松等<sup>[9]</sup>考虑圆盘摆振的影响, 研究了非稳态油膜力支承下的非对称转子系统随转速的分岔规律; 李永强等<sup>[10]</sup>研究了滑动轴承支承下的碰摩转子弯扭摆耦合非线性振动, 但未考虑转子偏置引起的系统刚度变化;

基金项目: 国家自然科学基金项目(51275081)

收稿日期: 2013-03-25 修改稿收到日期: 2013-07-16

第一作者 梁明轩 男, 博士生, 1986 年生

通信作者 袁惠群 男, 博士, 教授, 博士生导师, 1954 年生

袁惠群等<sup>[11]</sup>通过对磁悬浮轴承非线性力的线性化,建立了磁悬浮轴承弹性转子系统动力学非线性电流控制模型。然而这些转子模型中虽然计入了圆盘摆振因素,但没有深入分析不同圆盘偏置位置对系统涡摆耦合振动的影响规律,且大多为滑动轴承支承或者对轴承非线性力做线性化处理,有的则直接采用刚性支承模型。

基于上述原因,本文通过引入转子偏置量和圆盘摆振,推导了滚动轴承-偏置转子系统运动微分方程,基于滚动轴承非线性赫兹接触力模型,对不同偏置量下系统动力学响应进行数值计算与比较,结合非线性理论,详细讨论了转子偏置、圆盘摆振和滚动轴承游隙之间的相互影响规律。该研究可为滚动轴承-偏置转子系统高转速与高精度设计提供参考依据。

### 1 滚动轴承-偏置转子动力学建模

考虑转子圆盘偏置引起的陀螺效应和滚动轴承非线性力,基于 Jeffcott 转子建立滚动轴承-偏置转子系统动力学模型如图 1 所示,忽略轴的质量,轴长为  $l$ ,直径为  $d$ ,偏置刚性薄圆盘距左轴承  $A$  的距离为  $a$ ,设  $a$  为转子偏置量,圆盘质量、极转动惯量和直径转动惯量分别为  $m_d$ 、 $J_p$  和  $J_d$ ,质量偏心距为  $e$ ,所受重力为  $W$ ,两端滚动轴承  $A$  和  $B$  的集中质量分别为  $m_A$  和  $m_B$ 。

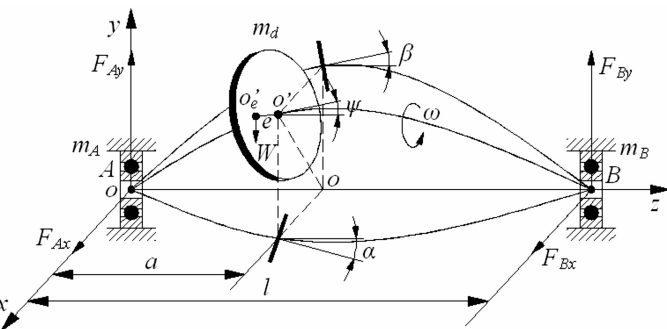


图 1 滚动轴承-偏置转子系统动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of ball bearing-offset disk rotor system

以转子左侧支承的静平衡位置为原点建立坐标系  $Oxyz$ , 转子轴向方向为  $Oz$  轴, 垂直方向为  $Oy$  轴, 水平方向为  $Ox$  轴。在转子运动的任意瞬时, 两支承中心坐标分别为  $(x_A, y_A)$  和  $(x_B, y_B)$ , 圆盘形心坐标为  $O'(x, y)$ , 质心

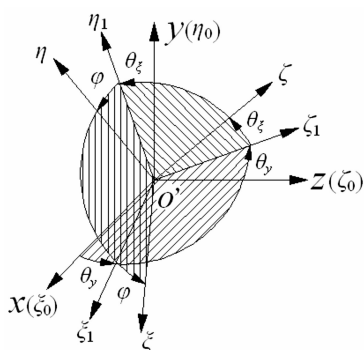


图 2 欧拉角示意图

Fig. 2 Schematic of Euler angle

为  $O'_e$ , 当转轴变形后, 圆盘轴线与支点  $AB$  连线的夹角为  $\psi$ , 圆盘绕  $x, y$  轴的偏摆角分别为  $\beta$  和  $\alpha$ , 设转子的自转角速度为  $\omega$ , 涡动角速度为  $\Omega$ , 则圆盘的陀螺力矩为<sup>[12]</sup>:

$$M_g = J_p \omega \Omega \sin \psi \quad (1)$$

圆盘绕中心  $O'$  的转动用三个欧拉角  $\theta_x, \theta_y$  和  $\varphi$  表示, 如图 2 所示。角速度  $\dot{\varphi} = \omega$ , 当  $\theta_x$  和  $\theta_y$  较小时, 有  $\sin \theta_x \approx \theta_x \approx \beta, \cos \theta_x \approx 1, \theta_y = \alpha$ , 则圆盘与两端支承的总动能为

$$T = \frac{1}{2} \left[ J_d (\beta^2 + \alpha^2) + J_p \omega^2 - 2 J_p \omega \dot{\alpha} \beta \right] + \frac{1}{2} m_d (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} m_A (\dot{x}_A^2 + \dot{y}_A^2) + \frac{1}{2} m_B (\dot{x}_B^2 + \dot{y}_B^2) \quad (2)$$

不计转子轴向和扭转变形, 取广义坐标  $u = (u_1, u_2) = ([x \ \alpha \ x_A \ x_B], [y \ \beta \ y_A \ y_B])$ 。转子轴的势能为

$$V = \frac{1}{2} u_1 K_s u_1^T + \frac{1}{2} u_2 K_s u_2^T \quad (3)$$

式中,  $\Phi$  为圆盘位移、摆角与两端支承点的关系矩阵, 反映刚体自由度对圆盘位移的影响, 可由位移的几何

关系得出  $\Phi = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} l-a & a \\ -1 & 1 \end{bmatrix}; K_s = \begin{bmatrix} K_c & -K_c \Phi \\ -\Phi^T K_c & \Phi^T K_c \Phi \end{bmatrix}$ ,

其中  $K_c$  为不计支承变形即刚性支承下弹性轴的刚度矩阵, 由柔度影响系数法得到转轴的柔度矩阵为

$$a = \frac{1}{3EI} \begin{bmatrix} a^2(l-a)^2 & a(l-a)(l-2a) \\ a(l-a)(l-2a) & l^2 - 3la + 3a^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中,  $E$  为转轴弹性模量,  $I$  为转轴截面惯性矩, 则  $K_c = a^{-1}$ 。

设圆盘各方向阻尼互不耦合, 大小为  $c$ , 滚动轴承在  $x$  和  $y$  方向的阻尼为  $c_b$ , 圆盘与两端支承总耗散能为

$$\Phi = \frac{1}{2} (\dot{q}'_x{}^T C_2 \dot{q}'_x + \dot{q}'_y{}^T C_2 \dot{q}'_y) + \frac{1}{2} c_b (\dot{x}_A^2 + \dot{y}_A^2 + \dot{x}_B^2 + \dot{y}_B^2) \quad (5)$$

式中,  $q'_x = \begin{bmatrix} x \\ \alpha \end{bmatrix} - \Phi \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \end{bmatrix}, q'_y = \begin{bmatrix} y \\ \beta \end{bmatrix} - \Phi \begin{bmatrix} y_A \\ y_B \end{bmatrix}$ ,

$$C_2 = \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}。$$

稳态涡动时滚动轴承-偏置转子系统具有 8 个自由度, 由 Lagrange 方程得转子系统非线性有阻尼涡摆耦合运动微分方程

$$M \ddot{u}^T + [J\omega + C] \dot{u}^T + Ku^T = Q + F + W \quad (6)$$

式中,  $M$  为质量矩阵,  $M = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_1 \end{bmatrix}$ , 其中

$$M_1 = \begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_B \end{bmatrix}; K \text{ 为刚度矩阵,}$$

$$K = \begin{bmatrix} K_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_s \end{bmatrix}; J \text{ 为陀螺矩阵, } J = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -J_1 \\ J_1 & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \text{ 其中}$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; C \text{ 为阻尼矩阵, } C = \begin{bmatrix} C_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_1 \end{bmatrix},$$

$$\text{其中 } C_1 = \begin{bmatrix} C_2 & C_3 \\ C_3^T & C_4 \end{bmatrix}, C_1 \text{ 中分块矩阵为}$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} -\left(1 - \frac{a}{l}\right)c & -\frac{a}{l}c \\ -\frac{1}{l}c & -\frac{1}{l}c \end{bmatrix},$$

$$C_4 = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{a}{l}\right)^2 c + \frac{2}{l^2} + c_b & \frac{ac}{l} \left(1 - \frac{a}{l}\right) + \frac{c}{l^2} \\ \frac{ac}{l} \left(1 - \frac{a}{l}\right) + \frac{c}{l^2} & \left(\frac{a^2 + 1}{l^2}\right)c + c_b \end{bmatrix};$$

$Q$  为转子不平衡力向量,  $F$  为轴承非线性赫兹接触力向量,  $W$  为重力场向量。

## 2 滚动轴承非线性赫兹接触力模型

滚动球轴承动力学模型如图 3 所示, 假设轴承滚动体等距排列且做纯滚动, 外圈滚道半径为  $R_o$ , 内圈滚道半径为  $R_i$ , 轴承游隙为  $\mu_0$ , 滚动体数目为  $N_b$ , 外圈角速度为  $\omega_{out}$ , 内圈角速度为  $\omega_{in}$ , 保持架角速度为  $\omega_{cage}$ 。由轴承的运动关系得  $\omega_{out} = 0, \omega_{in} = \omega$ , 则

$$\omega_{cage} = \frac{\omega_{in} R_i}{R_o + R_i} = \frac{\omega R_i}{R_o + R_i} \quad (7)$$

设  $\varphi_j$  为任意  $t$  时刻第  $j$  个滚动体角位置

$$\varphi_j = \frac{\omega R_i}{R_o + R_i} t + \frac{2\pi}{N_b} (j - 1) + \varphi_0 \quad (8)$$

式中,  $j = 1, 2, 3 \dots N_b$ ,  $\varphi_0$  为滚动体初始角位置, 取  $\varphi_0 = 0$ 。滚动体的接触变形量可表示为

$$\delta_j = x_A \cos \varphi_j + y_A \sin \varphi_j - \mu_0 \quad (9)$$

根据滚动轴承非线性赫兹接触理论<sup>[3]</sup>, 滚动体与滚道发生接触时产生的非线性接触力为

$$F_j = k_b \delta_j^\lambda \quad (10)$$

式中,  $k_b$  为滚动体与滚道之间的赫兹接触刚度,  $\lambda$  为滚动体与滚道接触类型相关的系数, 点接触  $\lambda$  取 3/2, 线接触  $\lambda$  取 10/9。考虑到接触力的非负性, 当  $\delta_j \leq 0$  时, 表示无接触力产生, 当  $\delta_j > 0$  时表示有接触力产生。轴承 A 非线性赫兹接触力表示为

$$\left. \begin{aligned} F_{Ax} &= \sum_{j=1}^{N_b} k_b (x_A \cos \varphi_j + y_A \sin \varphi_j - \mu_0)^{3/2} \\ &\quad \cos \varphi_j H(x_A \cos \varphi_j + y_A \sin \varphi_j - \mu_0) \\ F_{Ay} &= \sum_{j=1}^{N_b} k_b (x_A \cos \varphi_j + y_A \sin \varphi_j - \mu_0)^{3/2} \\ &\quad \sin \varphi_j H(x_A \cos \varphi_j + y_A \sin \varphi_j - \mu_0) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中,  $H(\cdot)$  表示亥维塞函数

$$H(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

## 3 滚动轴承 - 转子系统涡摆耦合振动特性分析

参数选取:  $m_d = 34.6 \text{ kg}$ ,  $m_A = m_B = 2 \text{ kg}$ ,  $e = 30 \mu\text{m}$ ,  $J_p = 0.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $J_d = 0.35 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $l = 0.5 \text{ m}$ ,  $d = 40 \text{ mm}$ ,  $E = 2.09 \times 10^5 \text{ MPa}$ ,  $c = 2100 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $c_b = 1050 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 。滚动球轴承的参数选取参考了文献[2, 7], 具体参数如表 1 所示。

表 1 滚动轴承主要参数

Tab. 1 Main parameters of ball bearings

型号	JIS6306
外圈内半径 $R_o$ /mm	63.9
内圈外半径 $R_i$ /mm	40.1
滚动体个数 $N_b$	9
接触刚度 $k_b$ /N/m <sup>3/2</sup>	$13.34 \times 10^9$
轴承游隙 $\mu_0$ /μm	10

因为滚动轴承力具有高度非线性且系统模型是高维方程, 采用数值方法求解系统动态响应是比较现实的方法, 本文采用四阶 Runge-kutta 法对动力学方程进行变步长积分, 然后以转子旋转周期的 1/200 为步长对积分结果插值, 共计算 600 个周期, 舍弃非稳态数据, 取后 100 个周期稳态解, 误差小于  $10^{-6}$ , 讨论转速  $\omega = 0 - 2500 \text{ rad/s}$  内转子系统的动力学特性。当不考虑圆盘摆振动时, 即不考虑圆盘绕  $x, y$  轴的摆动自由度, 有  $\ddot{\alpha} = \dot{\alpha} = \alpha = 0, \ddot{\beta} = \dot{\beta} = \beta = 0$ , 此时系统自由度缩减为 6 个。选取转子偏置量  $a = l/2, l/3, l/5, l/7$  时转子系统的动力学特性进行对比。

### 3.1 转子偏置对系统响应的影响

图 4 为转子偏置量  $a = l/3, a = l/5$  和  $a = l/7$  时未考虑圆盘摆振和考虑圆盘摆振情况下圆盘  $x$  方向位移随转速  $\omega$  的分岔图。

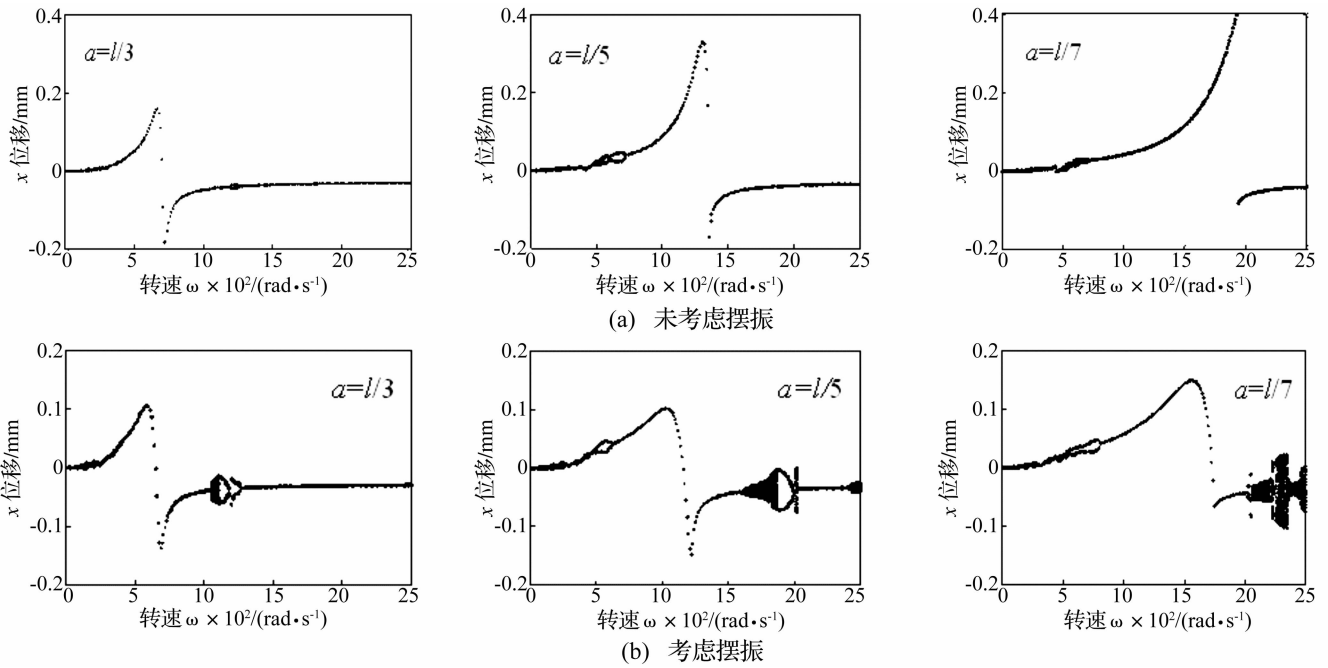


图4 转子系统分岔图

Fig.4 Bifurcation plots of the rotor system

从图4中各响应图可以看出,转子在某一转速附近都有位移响应值突然增大的现象,此时对应着转子系统的临界转速与共振峰值;通过对比发现,考虑圆盘摆振时系统的非线性动力学特征明显增强,且转子偏置程度越大(即  $a$  越小),系统高转速下的非线性特征越明显。

表2为  $a = l/7$  时未考虑圆盘摆振和考虑圆盘偏摆情况下转子系统响应状态。

表2 转子系统响应状态

Tab.2 Response of the rotor system

未考虑圆盘摆振		考虑圆盘摆振	
转速 $\omega/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	系统响应	转速 $\omega/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	系统响应
5 - 770	拟周期/混沌	5 - 535	拟周期/混沌
770 - 1885	周期1	535 - 805	周期2
1885	跳跃	805 - 1950	周期1
1885 - 2500	周期1	1950 - 2025	周期2
-	-	2025 - 2070	周期3
-	-	2070 - 2225	拟周期/混沌
-	-	2225 - 2270	周期5
-	-	2270 - 2500	拟周期/混沌

图5为转子偏置量  $a = l/2$  和  $a = l/7$  时圆盘偏摆角  $\alpha$  随转速  $\omega$  响应图,可以看出转子对称放置( $a = l/2$ )时受支承两端不同非线性轴承力的影响,圆盘亦会产生小幅摆振;圆盘偏摆角随转速的响应规律与圆盘位移的响应规律相似。

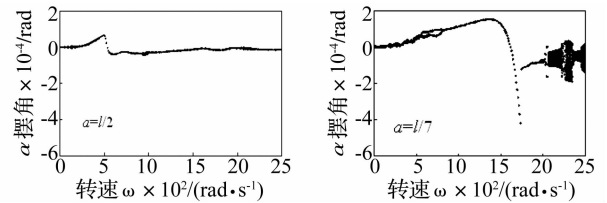


图5 圆盘偏摆角  $\alpha$  分岔图

Fig.5 Bifurcation plots of disk swing angle  $\alpha$

图6(a)、(b)和(c)为偏置量  $a = l/7$  情况下,转速  $\omega = 780 \text{ rad/s}$ ,  $\omega = 2\ 200 \text{ rad/s}$  和  $\omega = 2\ 255 \text{ rad/s}$  的相图与 Poincaré 图,可以看出三种转速下系统分别处于周期2、拟周期和周期5运动状态。

### 3.2 转子偏置对系统频率的影响

转子系统中包含两个不同基本频率成分,一个是转子的转动频率,可表示为

$$f_{\omega} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (12)$$

另一个是滚动轴承 VC 振动频率,这是由于滚动体通过载荷区,轴承径向刚度不相等造成的,可表示为

$$f_{VC} = \frac{\omega_{\text{coge}} N_b}{2\pi} = \frac{\omega R_i N_b}{2\pi(R_0 + R_i)} = B_N f_{\omega} \quad (13)$$

式中,  $B_N$  为滚动轴承 VC 振动参数,可由轴承结构参数求出,本文中  $B_N = 3.47$ 。

图7为偏置量  $a = l/7$ ,  $\omega = 30 \text{ rad/s}$  时转子  $x$  方向响应图。可以看出由于转速较低,转子不平衡引起的转轴弯曲程度很小,在频谱图中对应的转动频率幅值很小,此时系统频率成分主要表现为轴承 VC 振动频率及其2倍频。

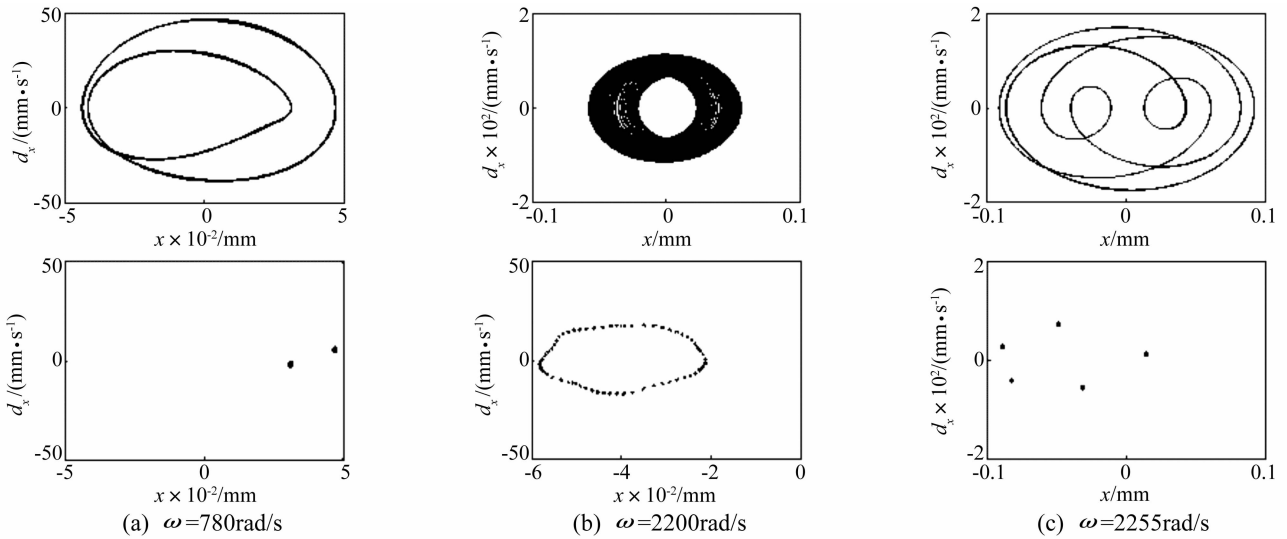


图 6 相图和 Poincaré 图  
Fig. 6 Phase plane and Poincaré maps

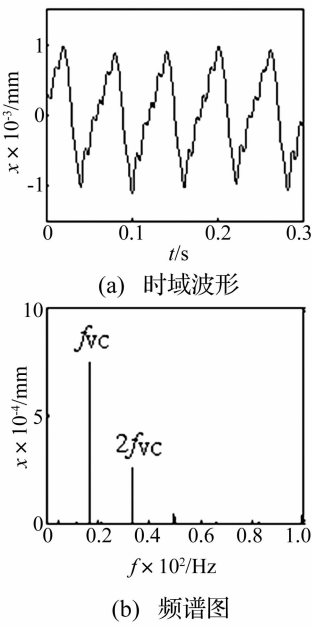


图 7 转子响应图  
Fig. 7 Response maps of rotor

图 8(a) 和 (b) 为  $a = l/7, \omega = 2\ 040\ \text{rad/s}$  时未考虑圆盘偏摆和考虑偏摆情况下转子响应图, 此时转子转速较高, 轴承 VC 振动相对于转轴弯曲振动小很多, 系统频率主要为转动频率; 但考虑圆盘摆振时系统出现了转动频率的分频成分, 可见此时系统的周期 3 运动主要是由于圆盘偏摆造成的。

为了分析转子偏置程度对系统中各频率成分的影响, 选取  $\omega = 150\ \text{rad/s}$ , 该转速不同频率成分在各偏置量的转子系统中均有体现。图 9 为  $\omega = 150\ \text{rad/s}$ , 偏置量分别为  $a = l/2, a = l/3, a = l/5, a = l/7$  和  $a = l/9$  情况下转子系统频谱图。

从图 9 可以看出该转速下不同偏置量的转子系统

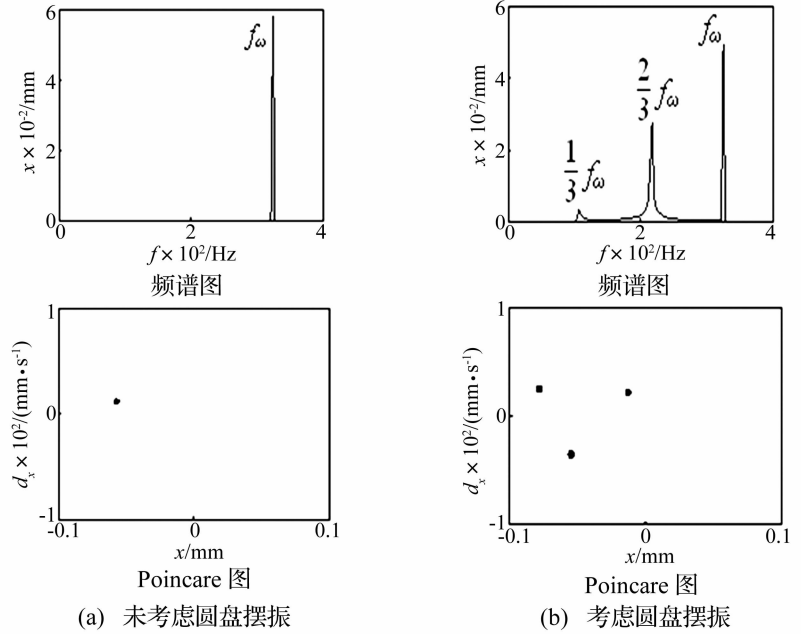


图 8  $\omega = 2\ 040\ \text{rad/s}$  转子响应图  
Fig. 8 Rotor response maps when  $\omega = 2\ 040\ \text{rad/s}$

中同时存在转动频率  $f_\omega$  和轴承 VC 频率  $f_{vc}$  以及它们和或者差的组合频率; 通过对比可以发现, 随着偏置程度的增大, 转动频率幅值逐渐减小, VC 频率与转动频率的差频率逐渐消失, 而两者的和频率逐渐出现; 当  $a = l/9$  时, 系统中又出现了 2 倍 VC 频率与转动频率的和频率。

### 3.3 轴承游隙对系统涡摆耦合振动的影响

取轴承游隙  $\mu_0$  在  $-10 - 40\ \mu\text{m}$  内变化, 分析轴承游隙对转子系统涡摆耦合振动的影响规律。图 10 为不同偏置量下转子系统的临界转速  $\omega_n$  随轴承游隙  $\mu_0$  的变化情况。

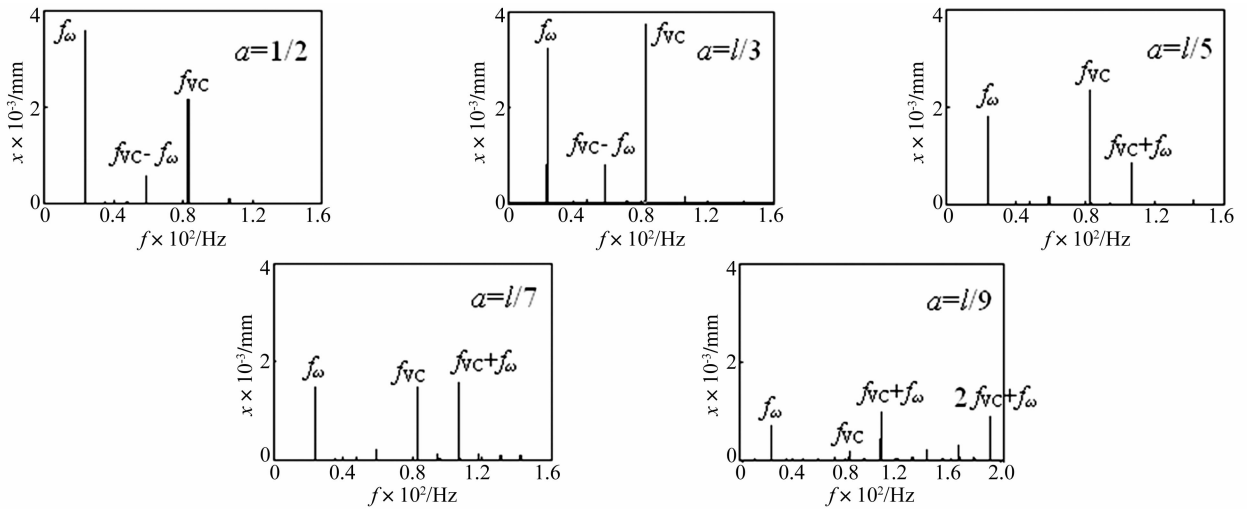


图9 不同偏置量下频谱图

Fig. 9 Frequency spectrum diagrams under different offset

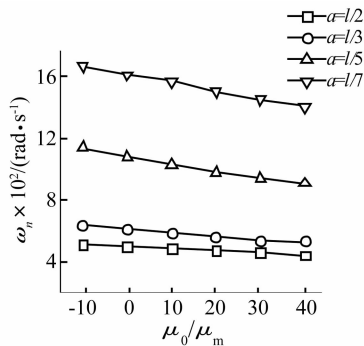


图10 临界转速随轴承游隙变化情况

Fig. 10 Critical speed variation as bearing clearance increasing

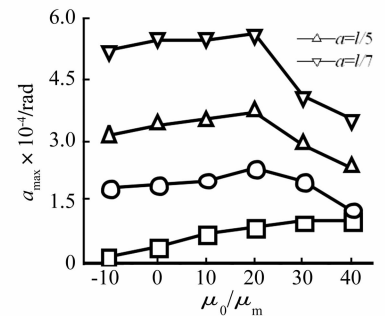
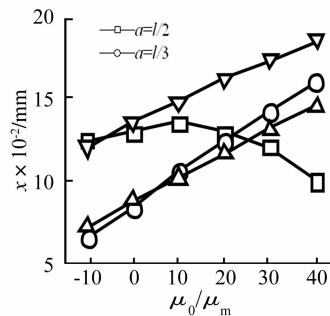


图11 共振峰值与最大摆角随轴承游隙变化情况

Fig. 11 Resonance peak and maximum swing angle variation as bearing clearance increasing

从图10可以看出,随滚动轴承游隙的增加,转子系统临界转速呈递减趋势,且接近线性递减。通过图10可知不同偏置量下系统临界转速随轴承游隙的递减速率,如表3所示。

表3 临界转速随轴承游隙递减速率  
Tab. 3 Critical speed decrease rate as bearing clearance increasing

$a$	递减速率/(rad·s <sup>-1</sup> /μm)
1/2	1.4
1/3	2.1
1/5	4.6
1/7	5.3

从表3可知,转子偏置程度越大,系统临界转速随轴承游隙增加而递减速率越大,表明临界转速对轴承游隙变化的敏感度越高,主要是由于增加轴承游隙相当于减小了转子的支承刚度,且圆盘偏置量越大,系统临界转速受支承刚度的影响越大。图11为不同偏置

量下系统共振峰值 $X$ 与圆盘最大偏摆角 $\alpha_{\max}$ 随滚动轴承游隙 $\mu_0$ 变化情况。

从图11可以看出,随滚动轴承游隙的增加,对称转子系统( $a=1/2$ )的共振峰值 $X$ 并非单调变化,而是先增大后减小,圆盘最大偏摆角 $\alpha_{\max}$ 呈增大趋势;偏置转子系统( $a=1/3, a=1/5, a=1/7$ )的共振峰值 $X$ 接近线性递增,圆盘最大偏摆角 $\alpha_{\max}$ 则先增大后减小。

## 4 结论

为了分析转子偏置,圆盘摆振以及轴承游隙等对滚动轴承-偏置转子系统动力学特性的影响,建立了滚动轴承支承下转子系统涡摆耦合运动微分方程,通过对一定参数范围内转子系统动力学特性的对比分析,得出如下主要结论:

(1) 转子偏置引起的圆盘摆振使系统的非线性动力学特性显著增强,且偏置程度越大,圆盘摆振对系统非线性响应的影响越明显。

(2) 一定转速下,不同偏置量下的转子系统中存在不同的频率成分。随着偏置程度的增大,转动频率

幅值会相对减小, 轴承 VC 频率与转动频率的差频率逐渐消失, 两者的和频率逐渐出现。

(3) 轴承游隙变化对不同偏置量的转子涡摆耦合振动规律的影响不同。转子偏置程度越大, 系统临界转速对轴承游隙的敏感度越高; 随着轴承游隙的增加, 对称转子系统共振峰值呈非单调性变化, 而偏置转子系统共振峰值接近线性递增。

#### 参考文献

- [ 1 ] Yamamoto T. On the vibration of a shaft supported by bearing having radial clearance [ J ]. Transactions of the Japanese Society of Mechanical Engineering, 1955, 21 ( 103 ): 182 - 192.
- [ 2 ] Sunnersjo C S. Varying compliance vibrations of rolling bearings [ J ]. Journal of Sound and Vibration, 1978, 58 ( 3 ): 363 - 373.
- [ 3 ] Harris T A. Rolling bearing analysis [ M ]. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- [ 4 ] Jedrzejewski J, Kwasny W. Modelling of angular contact ball bearings and axial displacements for high-speed spindles [ J ]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2010, 59: 377 - 382.
- [ 5 ] 张耀强, 陈建军, 唐六丁等. 滚动轴承 - JEFFCOTT 转子系统非线性动力响应分析 [ J ]. 振动与冲击, 2008, 27 ( 5 ): 56 - 59.  
ZHANG Yao-qiang, CHEN Jian-jun, TANG Liu-ding, et al. Analysis of nonlinear dynamic response of a rolling bearing-JEFFCOTT rotor system [ J ]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27 ( 5 ): 56 - 59.
- [ 6 ] 陈果. 具有不平衡 - 碰摩耦合故障的转子 - 滚动轴承系统非线性动力学研究 [ J ]. 振动与冲击, 2008, 27 ( 4 ): 43 - 48.  
CHEN Guo. Nonlinear dynamic study on a rotor-ball bearing

system with unbalance-rubbing coupling faults [ J ]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27 ( 4 ): 43 - 48.

- [ 7 ] 陈果. 含碰摩故障的新型转子 - 滚动轴承 - 机匣耦合动力学模型 [ J ]. 振动工程学报, 2009, 22 ( 5 ): 538 - 545.  
CHEN Guo. A dynamic model for rotor-ball bearing-stator coupling system with rubbing faults [ J ]. Journal of Vibration Engineering, 2009, 22 ( 5 ): 538 - 545.
- [ 8 ] 邓四二, 贺凤祥, 杨海生, 等. 航空发动机双转子 - 滚动轴承耦合系统的动力特性分析 [ J ]. 航空动力学报, 2010, 25 ( 10 ): 2386 - 2395.  
DENG Si-er, HE Feng-xiang, YANG Hai-sheng, et al. Analysis on dynamic characteristics of a dual rotor-rolling bearing coupling system for aero-engine [ J ]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25 ( 10 ): 2386 - 2395.
- [ 9 ] 沈松, 郑兆昌, 应怀樵. 非稳态油膜力作用下非对称转子分叉特性 [ J ]. 振动工程学报, 2002, 15 ( 4 ): 410 - 414.  
SHEN Song, ZHENG Zhao-chang, YING Huai-qiao. Bifurcation characteristics of unsymmetrical rotor systems under unsteady nonlinear oil-film forces [ J ]. Journal of Vibration Engineering, 2002, 15 ( 4 ): 410 - 414.
- [ 10 ] 李永强, 刘杰, 刘宇, 等. 碰摩转子弯扭摆耦合振动非线性动力学特性 [ J ]. 机械工程学报, 2007, 43 ( 2 ): 44 - 49.  
LI Yong-qiang, LIU Jie, LIU Yu, et al. Nonlinear dynamics characteristics of rubbing rotor with bending-torsional- pendular coupling vibration [ J ]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43 ( 2 ): 44 - 49.
- [ 11 ] 袁惠群, 李莹, 李东等. 磁悬浮轴承弹性转子非线性系统的建模与控制 [ J ]. 兵工学报, 2011, 32 ( 2 ): 247 - 251.  
YUAN Hui-qun, LI Ying, LI Dong, et al. The nonlinear model and control of magnetic suspension bearing flexile rotor [ J ]. Journal of China Ordnance, 2011, 32 ( 2 ): 247 - 251.
- [ 12 ] 钟一谔, 何衍宗, 王正等. 转子动力学 [ M ]. 北京: 清华大学出版社, 1984.

#### (上接第 34 页)

- [ 10 ] 徐安, 谢壮宁, 葛建斌, 等. CAARC 高层建筑标准模型层风荷载谱数学模型研究 [ J ]. 建筑结构学报, 2004, 25 ( 4 ): 118 - 123.  
XU An, XIE Zhuang-ning, GE Jian-bin, et al. Mathematical model research of power spectrum of wind loads on CAARC standard tall building model [ J ]. Journal of Building Structures, 2004, 25 ( 4 ): 118 - 123.
- [ 11 ] 顾明, 项海帆. 几种矩形二维柱体节段模型上脉动力的测量 [ J ]. 空气动力学学报, 1994, 12 ( 1 ): 115 - 119.  
GU Ming, XIANG Hai-fan. Measurements of fluctuating force on 2 - dimensional models of rectangular cylinders [ J ]. Acta

Aerodynamica Sinica, 1994, 12 ( 1 ): 115 - 119.

- [ 12 ] 顾明, 叶丰. 典型超高层建筑风荷载频域特性研究 [ J ]. 建筑结构学报, 2006, 27 ( 1 ): 30 - 36.  
GU Ming, YE Feng. Frequency domain characteristics of wind loads on typical super-tall buildings [ J ]. Journal of Building Structures, 2006, 27 ( 1 ): 30 - 36.
- [ 13 ] 叶丰, 顾明. 超高层建筑风压的频域特性 [ J ]. 同济大学学报 ( 自然科学版 ), 2006, 34 ( 3 ): 285 - 290.  
YE Feng, GU Ming. Frequency characteristics of wind pressure on super-tall buildings [ J ]. Journal of Tongji University ( Natural Science ), 2006, 34 ( 3 ): 285 - 290.