

柱壳结构抗冲击性能量纲分析与数值模拟研究

赵凯, 高光发, 王肖钧

(中国科学技术大学 近代力学系, 合肥 230027)

摘要: 以双层柱壳结构在脉冲载荷下的抗冲击问题为例, 用量纲分析法得出了可简化为平面应变问题的柱壳在冲击载荷下的瞬态响应所依赖的主要无量纲自变量, 并建立相应的计算模型, 通过数值模拟给出了采用相同材料并保持相似缩比时, 柱壳最大等效应力和应变的具体依赖函数关系, 所得结果给柱壳防护结构的设计和试验提供了科学的指导方向和可靠的参考依据。

关键词: 柱壳; 抗冲击; 量纲分析; 数值模拟

中图分类号: O383

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2014.11.003

Dimensional analysis and numerical simulation for impact-resistance performance of cylindrical shell structures

ZHAO Kai, GAO Guang-fa, WANG Xiao-jun

(Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: Based on studying impact-resistance performance of double layered cylindrical shell structures, the main dimensionless independent variables for transient response of a cylindrical shell structure under impact loadings were discussed here though dimensional analysis. The dependent function relationships between the maximum equivalent stress and strain of the shell structure were established with numerical simulation using the same material and keeping the similar compression ratio. The results provided a scientific guidance and a reliable reference for design and test of cylindrical shell protection structures.

Key words: cylindrical shell structure; impact-resistance; dimensional analysis; numerical simulation

柱壳是被广泛应用于大型油气存储工程, 水下航行器, 航空航天飞行器, 各种杀伤性弹药武器的典型结构的代表, 如何提高柱壳结构的抗冲击性能一直以来都是各国工程和防护领域科研工作者的重要研究课题。早期 Rath 等^[1] 基于薄壳理论研究了柱壳的振动问题, Qatu^[2-3] 提出了中厚复合壳的低阶近似振动方程, 薄壁圆柱壳在动态和静态载荷下的失稳屈曲, 一直以来都是学者们重点关注的课题^[4-6]。近年来, Ebrahim 等^[7] 采用各种三维剪切理论进一步研究了厚壳的静态和震动问题, Liu 等^[8] 基于广义射线矩阵法和回传射线矩阵法研究了冲击载荷下层合柱壳的瞬态响应问题, Hu 等^[9] 将薄壳理论和流固耦合方法 RAVS 相结合, 提出了一种研究水中爆炸载荷下层合柱壳的瞬态响应计算近似方法, 戴向胜等^[10] 用修正的 Singace 叠缩模型, 研究了冲击载荷下含应变强化效应、应变率强化

效应和温度效应的圆柱壳吸能情况。然而, 这些理论方法毕竟具有一定的应用局限性。

在现代科学技术研究中, 许多问题的解决都需要通过大量的实验才能实现。然而, 实物的原型试验存在复杂性和难度很高、耗资巨大等种种问题, 有时甚至是不可能实现的。因此在了解相应物理现象的基本规律的前提下, 需要通过所谓模拟实验(或数值模拟)取得所研究问题中的一些基本规律和特征量, 用于实物原型上。基于量纲分析中的相似律^[11], 能让我们在模型研究中获得某种规律或特征量后, 以无量纲特征量的方式直接用于原型, 因此在学术研究和工程实践中都具有广泛的应用价值。本文以冲击载荷下柱壳的瞬态响应为背景, 通过量纲分析研究了可简化为平面应变问题的柱壳在冲击载荷下的最大等效应力和最大等效应变所依赖的主要无量纲自变量, 并开展相应的数值模拟, 得到了不同相似比时的具体函数关系。

基金项目: 国家自然科学基金(11202206, 11102206)

收稿日期: 2012-11-09 修改稿收到日期: 2013-05-30

第一作者 赵凯 男, 博士, 讲师, 1980年1月生

1 双层柱壳结构抗冲击性能的量纲分析

考虑冲击载荷作用下双层圆柱壳的瞬态响应问

题。设给定一个长度为 L 、外半径为 R 的圆柱壳，壳体由两层不同材料组成(如图 1(a)所示)。假设两层材料都满足各向同性理想塑性材料的 Mises 屈服准则。材料 1 壳环的厚度为 H_1 ，材料性能参数为 ρ_1 (质量密度)、 E_1 (杨氏模量)、 ν_1 (泊松比)、 Y_1 (简单拉压屈服应力)；材料 2 壳环的厚度为 H_2 ，材料性能参数为 ρ_2 (质量密度)、 E_2 (杨氏模量)、 ν_2 (泊松比)、 Y_2 (简单拉压屈

服应力)。

壳体的任何响应量都是外载荷的空间分布和历时函数的泛函,我们考虑如下的外载:假设壳体在 180° 张角的外侧沿轴向均匀分布、而沿 θ 角按余弦规律分布的压力载荷 $p(t)\cos\theta$ 的作用(如图 1(b)所示),载荷在 $\theta=0^\circ$ 处的压力峰值峰值为 p_0 、作用总时间为 τ_0 、加卸载规律为三角形脉冲(如图 1(c)所示)。

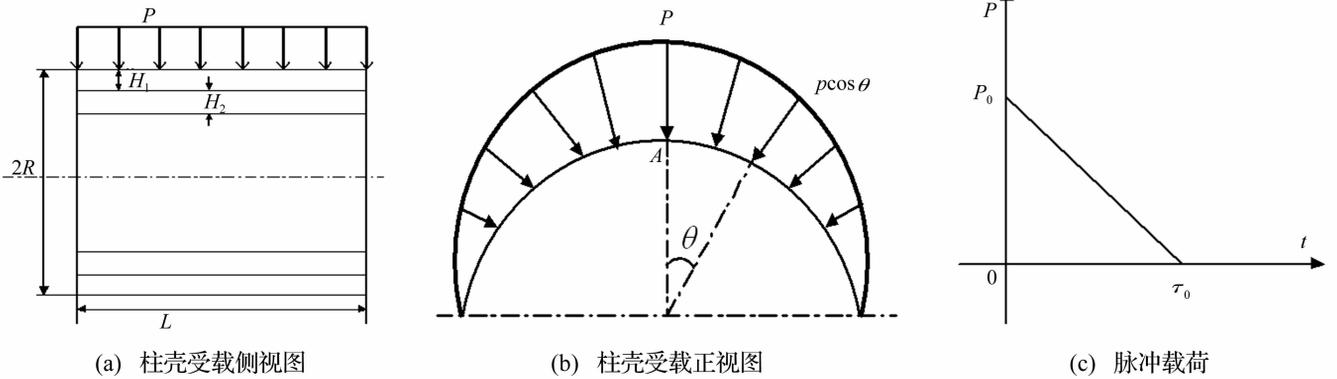


图 1 柱壳上表面受均布载荷 p 的示意图

Fig. 1 Sketch of pressure loadings on the top surface of the cylindrical shell structure

上述分布规律的外载荷作用下的柱壳的动力响应显然只依赖于载荷参数 p_0 和 τ_0 。考虑柱壳受载区域的中心点 A 处的最大 Mises 等效应力 σ_{\max} 和最大 Mises 等效应变 ε_{\max} 随外载的变化规律。如果柱壳材料是完全理想弹塑性材料,则我们可以确定如下一些物理量是问题的主定量(自变量):柱体长度 L 、外径 R 、壳环厚 H_1 和 H_2 、材料性能参数 ρ_1, E_1, ν_1, Y_1 和 ρ_2, E_2, ν_2, Y_2 、外载荷参数 p_0 和 τ_0 , 于是圆柱壳中任何点处(包括 A 点)的最大 Mises 等效应变 ε_{\max} 、最大 Mises 等效应力 σ_{\max} 应是这些物理量的函数,即

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\max} &= f(L, R, H_1, H_2; \rho_1, E_1, \nu_1, Y_1; \rho_2, E_2, \nu_2, Y_2; p_0, \tau_0) \\ \sigma_{\max} &= g(L, R, H_1, H_2; \rho_1, E_1, \nu_1, Y_1; \rho_2, E_2, \nu_2, Y_2; p_0, \tau_0) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

这里 $f(x)$ 、 $g(x)$ 表示某种函数关系。采用 LMT 单位制分析,式(1)中,因变量应变 ε_{\max} 本身已是无量纲量; L 、 R 、 H_1 、 H_2 的量纲均是长度 L ; ρ_1 、 ρ_2 表示材料的质量密度,其量纲可以表示为 ML^{-3} ; 因变量 σ_{\max} 和自变量 E_1 、 E_2 、 Y_1 、 Y_2 和 p_0 都具有应力的量纲,可以表示为 $ML^{-1}T^{-2}$; 自变量 ν_1 和 ν_2 本身已是无量纲量; 自变量 τ_0 的量纲为时间 T 。

上述 2 个函数关系式在 LMT 单位制里,共有三个独立的量纲,可以取其中任何 3 个量纲彼此独立的物理量作为其基本量。我们将基本量组取为:圆柱壳体的半径 R 、材料 1 的质量密度 ρ_1 和材料 1 的杨氏模量

E_1 , 因为这 3 个量是独立的、有较清晰的物理意义的量,且其它的因变量和自变量的量纲都可由它们的量纲表达出来。

根据 II 定理,可以把有量纲量的函数关系(1)写成无量纲形式,即,最大 Mises 等效应变 ε_{\max} 和无量纲最大 Mises 等效应力 σ_{\max}/E_1 可以表示成

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\max} &= f\left(\frac{L}{R}, \frac{H_1}{R}, \frac{H_2}{R}; \nu_1, \frac{Y_1}{E_1}, \frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{E_2}{E_1}, \nu_2, \frac{Y_2}{E_1}, \frac{p_0}{E_1}, \frac{\tau_0}{R} \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}\right) \\ \frac{\sigma_{\max}}{E_1} &= g\left(\frac{L}{R}, \frac{H_1}{R}, \frac{H_2}{R}; \nu_1, \frac{Y_1}{E_1}, \frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{E_2}{E_1}, \nu_2, \frac{Y_2}{E_1}, \frac{p_0}{E_1}, \frac{\tau_0}{R} \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}\right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

在(2)式中,对无量纲因变量起作用的无量纲自变量有 11 个:前 3 个是几何长度之比,即几何相似准数,它们反映了对结构几何尺度的几何相似要求;中间 6 个则是材料归一化力学性能参数,即材料相似准数,它们反映了对结构材料相似性的要求;倒数第 2 个表示以第一种材料的杨氏模量为基准而量度的外载荷归一化强度,即外载的动力学相似准数,它反映了对外载荷强度的动力相似要求;最后 1 个表示以第一种材料杆中弹性纵波波速传过结构特征尺度 R 所需时间为基准而量度的外载荷归一化历时。

函数关系(2)式的具体形式并不能单纯地由量纲分析方法而得出,而我们的任务就是通过实验、或者理

论分析、或者模拟计算的方法确定上述多元函数的具体形式。

我们只讨论柱壳长度 L 足够大、而且整个壳的长度上都受有如上载荷的问题,则三维的柱体响应问题可以视为平面应变问题,此时 L 的大小将不影响柱壳中的归一化最大 Mises 等效应变和归一化最大 Mises 等效应力(严格而言当壳体的长度 L 为有限时还应引入壳两端的边界条件及相关的外载参数)。因此(2)式便简化为平面应变问题的动力响应问题,即

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\max} &= f\left(\frac{H_1}{R}, \frac{H_2}{R}; \nu_1, \frac{Y_1}{E_1}; \frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{E_2}{E_1}, \nu_2, \frac{Y_2}{E_1}; \frac{p_0}{E_1}, \frac{\tau_0}{R} \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}\right) \\ \frac{\sigma_{\max}}{E_1} &= g\left(\frac{H_1}{R}, \frac{H_2}{R}; \nu_1, \frac{Y_1}{E_1}; \frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{E_2}{E_1}, \nu_2, \frac{Y_2}{E_1}; \frac{p_0}{E_1}, \frac{\tau_0}{R} \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}\right) \end{aligned} \right\} (3)$$

如果我们要用模型实验或者数值模拟的方法来寻求无量纲函数的具体形式,则必须保证模型问题(用下标 m 表述)和原型问题(用下标 p 表示)的完全物理相似,即

$$(\varepsilon_{\max})_m = (\varepsilon_{\max})_p, (\sigma_{\max}/E_1)_m = (\sigma_{\max}/E_1)_p (4)$$

$$\left(\frac{H_1}{R}, \frac{H_2}{R}; \nu_1, \frac{Y_1}{E_1}; \frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{E_2}{E_1}, \nu_2, \frac{Y_2}{E_1}; \frac{p_0}{E_1}, \frac{\tau_0}{R} \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}\right)_m = \left(\frac{H_1}{R}, \frac{H_2}{R}; \nu_1, \frac{Y_1}{E_1}; \frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{E_2}{E_1}, \nu_2, \frac{Y_2}{E_1}; \frac{p_0}{E_1}, \frac{\tau_0}{R} \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}\right)_p (5)$$

如果在下述条件下开展模拟实验或者进行模拟计算,可以进一步作如下简化:

①保持模型和原型满足几何相似条件,即

$$\left(\frac{H_1}{R}, \frac{H_2}{R}\right)_m = \left(\frac{H_1}{R}, \frac{H_2}{R}\right)_p (6)$$

②假定模型和原型使用相同的材料,则自然就保证了材料相似,即有,

$$\left(\nu_1, \nu_2, \frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{E_2}{E_1}, \frac{Y_1}{E_1}, \frac{Y_2}{E_2}\right)_m = \left(\nu_1, \nu_2, \frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{E_2}{E_1}, \frac{Y_1}{E_1}, \frac{Y_2}{E_2}\right)_p (7)$$

因而我们需要考虑的相似准数便只剩下外载荷的动力相似准数,此时(3)式可简化为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\max} &= f\left(\frac{p_0}{E_1}, \frac{\tau_0}{R} \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}\right) \\ \frac{\sigma_{\max}}{E_1} &= g\left(\frac{p_0}{E_1}, \frac{\tau_0}{R} \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}\right) \end{aligned} \right\} (8)$$

于是,在保证模型与原型几何相似和材料完全相同的前提下,我们要研究结构的响应规律(如某点的无量纲化最大 Mises 等效应力 $(\sigma_{\max}/E_1)_m$ 和最大 Mises 等效应变值 $(\varepsilon_{\max})_m$, 只需通过模拟实验或者模拟计算的方法求出二元函数(8)式的相应数据,并通过拟合而求出这两个二元函数所表达的曲面就行了,也就是说,二元函数(8)式即柱壳最大等效应力和应变的具体依赖函数关系。

需要指出的是,虽然(8)式中没有显含材料的屈服

强度 Y ,但是,无论对弹性材料还是对理想塑性材料,甚至不难证明对有硬化效应的弹塑性材料,在保持模型和原型几何相似及材料相似的前提下,上述问题的无量纲因变量与自变量的依赖关系都可由二元函数(8)所表达。对弹性材料和弹塑性材料进行模拟实验或模拟计算的时候,所得出的二元函数 f 或 g 的形式则必然是不同的,因为对弹性问题屈服应力 Y 不会发生作用,而对弹塑性问题要求材料进入屈服,所以屈服应力 Y 自然会发生作用。这里面隐含着另两个无量纲参数 Y_1/E_1 和 Y_2/E_2 的作用,但是在保持模型和原型材料完全一样的前提下,它们就是绝对常数,并不增加函数的复杂性,所以我们要寻求的仍然是二元函数。

2 双层柱壳结构抗冲击性能二元函数的数值模拟

为得到式(8)所表达的曲面,对两个载荷无量纲参数 $\left(\frac{p_0}{E_1}, \frac{\tau_0}{R} \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}\right)$ 分别取若干个(例如5个)常数值,并分别进行模拟计算(共进行 5^2 次),然后将所得到的无量纲因变量数据与所取的这些无量纲自变量数据之间的对应关系,经由拟合求出二元函数 f 或 g 的具体数学形式。

采用国际商用冲击动力学软件 LSDYNA,对上述问题进行数值模拟。柱壳外层材料是钢,内层材料是铝,采用线性硬化弹塑性本构模型,其基本力学参数如表1所示。柱壳的原型尺寸为,半径 $R = 2\ 000\ \text{mm}$, $H_1 = 20\ \text{mm}$, $H_2 = 10\ \text{mm}$ 。原型上作用的脉冲载荷强度 $p_0 = 500\ \text{MPa}$, $\tau_0 = 20\ \mu\text{s}$ 。

表1 材料基本力学性能

Tab.1 Mechanical performance of the materials

	密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	弹性模量/ MPa	泊松比	屈服强度/ MPa	切线模量/ MPa
钢	7 800	2.0E5	0.30	500	2 000
铝	2 700	7.0E4	0.33	300	350

在几何相似及材料相似的前提下,我们可以改变的参数有:载荷强度参数 p_0 、载荷历时参数 τ_0 、结构的特征尺寸 R 。按如下方法实现两个无量纲参数的各5组取值:保持 $\tau_0/R \sqrt{E_1/\rho_1}$ 不变,改变载荷强度分别为 $0.8 p_0, 0.6 p_0, 0.4 p_0, 0.2 p_0$, 可以得到函数关于 p_0/E_1 的5个不同值。同理,保持 p_0/E_1 和 τ_0 不变,改变特征尺寸分别为 $0.8R, 0.6R, 0.4R, 0.2R$, 可以得到关于 $\tau_0/R \sqrt{E_1/\rho_1}$ 的5个不同值。

通过上述25个算例,可以得到不同半径、不同强度载荷下柱壳 A 点最大等效应力、最大应变的计算结果,如表2、表3所示。

表 2 A 点最大等效应力(单位:MPa)

Tab.2 The maximum equivalent stress of A point (Unit: MPa)

	R	0.8R	0.6R	0.4R	0.2R
P_0	500	502	502	503	512
$0.8P_0$	500	500	501	502	512
$0.6P_0$	425	500	500	501	511
$0.4P_0$	282	353	466	501	505
$0.2P_0$	141	175	235	357	501

表 3 A 点最大等效应变

Tab.3 The maximum equivalent strain of A point

	R	0.8R	0.6R	0.4R	0.2R
P_0	0.004 93	0.010 5	0.011 6	0.019 6	0.048 0
$0.8p_0$	0.002 83	0.004 64	0.007 05	0.007 10	0.035 0
$0.6p_0$	0.001 84	0.002 45	0.003 78	0.006 27	0.032 6
$0.4p_0$	0.001 23	0.001 53	0.002 02	0.006 18	0.028 2
$0.2p_0$	0.000 613	0.000 760	0.001 02	0.001 55	0.027 0

图 2 和图 3 分别给出了不同的 $\tau_0/R \sqrt{E_1/\rho_1}$ 取值下,柱壳 A 点的无量纲最大等效应力和等效应变随载荷峰值的变化规律。图中可见,在模型尺寸较大(R 较大),载荷峰值 p_0 不是很高时,材料处于弹性区,最大等效应力和最大等效应变的随峰值的变化规律具有一些线性特征,但从总体看,随载荷峰值的增大,无论是最大等效应力还是等效应变,都表现出显著的非线性增长趋势。最大等效应力随载荷峰值的增长达到屈服后,会逐渐趋于平缓,这是由于材料采用线性硬化弹塑性本构的缘故;而最大等效应变则有随载荷峰值的增大而加速增长的趋势,且计算模型的尺寸越小,这种加速增长的趋势越显著,这可能在某种程度上显示了柱壳在大变形时的失稳现象。图 4 和图 5 是由数值模拟得到的二元函数(8)式的部分曲面的三维视图,它们将上述规律反映在三维空间中。

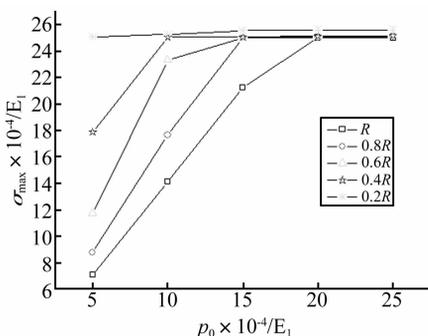


图 2 σ_{\max}/E_1 vs. p_0/E_1

Fig.2 σ_{\max}/E_1 vs. p_0/E_1

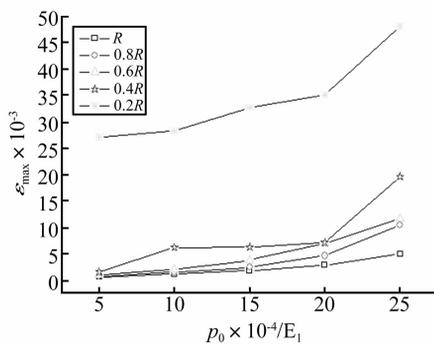


图 3 ϵ_{\max} vs. p_0/E_1

Fig.3 ϵ_{\max} vs. p_0/E_1

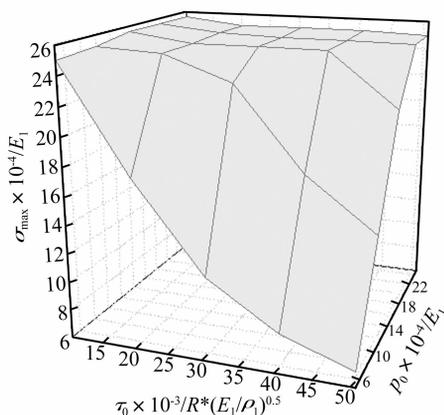


图 4 无量纲最大等效应力函数曲面

Fig.4 The function image of dimensionless maximum equivalent stress

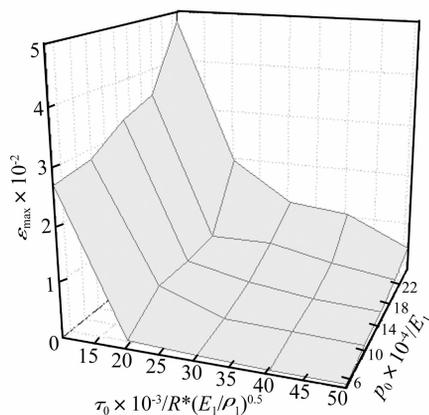


图 5 无量纲最大等效应变函数曲面

Fig.5 The function image of dimensionless maximum equivalent strain

图 4 和图 5 是由数值模拟得到的二元函数式(9)的部分曲面。设 $x = \tau_0/R \sqrt{E_1/\rho_1}$, $y = p_0/E_1$, 通过下列二次多项式进行拟合,

$$\left. \begin{aligned}
 \epsilon_{\max} &= f(x, y) = \\
 &a_1x + b_1y + c_1x^2 + d_1y^2 + f_1xy + g_1 \\
 \sigma_{\max}/E_1 &= \\
 &g(x, y) = a_2x + b_2y + c_2x^2 + d_2y^2 + f_2xy + g_2
 \end{aligned} \right\} (9)$$

可得, $a_1 = -2.54045, b_1 = 0.74707, c_1 = 35.23381, d_1 = 3.51348571, f_1 = -180.81856, g_1 = 0.04562; a_2 = -0.05028, b_2 = 1.24049, c_2 = -0.01462, d_2 = -469.71429, f_2 = 22.84868, g_2 = 0.00213$ 。

3 结论

以双层柱壳结构在脉冲载荷作用下的瞬态响应为例,通过量纲分析得出了可简化为平面应变问题的柱壳在冲击载荷下某点最大等效应力和等效应变无量纲因变量对主要无量纲自变量的函数依赖关系,并在模型和原型几何相似、所取材料相同的条件下,通过数值模拟得到了具体的二元函数表达,得出以下结论:

(1)对于不计及材料应变率效应的弹性和弹塑性材料而言,忽略边界效应时,当结构的外载荷参数只含有两个独立参数时,则结构的无量纲因变量也将只依赖于两个与载荷参数有关的无量纲自变量($(\tau_0/R\sqrt{E_1/\rho_1}$ 和 $p_0/E_1)$),且对于多层材料的结构和不同形状的结构、甚至是各向异性的弹性或弹塑性材料,在几何相似、材料相同时此结论也都是成立。

(2)数值模拟显示,在载荷强度不大、模型尺寸较大时,柱壳的最大等效应力和等效应变的无量纲函数呈线性,而随载荷强度的增大、模型的缩小,函数的非线性增长趋势显著。

参考文献

- [1] Rath B K, Das Y C. Vibration of layered shells[J]. Journal Sound and Vibration, 1973,28(4):737-757.
- [2] Qatu M S. Accurate stress resultants equations for laminated composite deepthick shells[J]. Composites for the Pressure Vessel Industry, 1995(302):39-46.
- [3] Qatu M S. Accurate equations for laminated composite deep

thick shells [J]. International Journal of Solids and Structures,1999,36(19):2917-2941.

- [4] Yamaki N. Elastic stability of circular cylindrical shell[M]. Amsterdam:North-Holland,1984.
- [5] 顾红军,赵国志,陆廷金,等. 轴向冲击下薄壁圆柱壳的屈曲行为的实验研究[J]. 振动与冲击,2004,23(4):58-63.
- GU Hong-jun,ZHAO Guo-zhi,LU Ting-jin,et al. Buckling of thin-wall cylindrical shell under axial impact[J]. Journal of Vibration and Shock,2004,23(4):58-63.
- [6] 张善元,张涛. 圆柱壳的轴向动力屈曲、参数共振与混沌运动[J]. 振动与冲击,2010,29(12):34-38.
- ZHANG Shan-yuan,ZHANG Tao. Axial dynamic buckling, parametric resonance and chaotic motion of a closed cylindrical shell[J]. Journal of Vibration and Shock,2010,29(12):34-38.
- [7] Asadi E, Wang Wen-chao, Qatu M S. Static and vibration analyses of thick deep laminated cylindrical shells using 3D and various shear deformation theories [J]. Composite Structures, 2012,94(2):494-500.
- [8] LIU Chun-chuan, LI Feng-ming, HUANG Wen-hu. Transient wave propagation and early short time transient responses of laminated composite cylindrical shells [J]. Composite Structures, 2011,93(10):2587-2597.
- [9] HU Gang-yi, XIA Fei, LI Jun, The transient responses of two-layered cylindrical shells attacked by underwater explosive shock waves [J]. Composite Structures, 2010,92(7):1551-1560.
- [10] 戴向胜,马建敏. 冲击载荷作用下金属圆柱壳能量吸收研究[J]. 振动与冲击,2012,31(6):100-103.
- DAI Xiang-sheng,MA Jian-min. Energy absorbed by a metal tube under axial crush load [J]. Journal of Vibration and Shock,2012,31(6):110-103.
- [11] 谈庆明. 量纲分析[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社,2005.