

文章编号: 1001-0920(2009)09-1316-05

# 一类含有输入时滞的不确定切换系统的鲁棒指数镇定

都海波<sup>1</sup>, 林相泽<sup>2</sup>, 李世华<sup>1</sup>

(1. 东南大学 自动化学院, 南京 210096; 2. 南京农业大学 工学院, 南京 210031)

**摘 要:** 针对一类含有输入时滞的不确定切换系统, 讨论了鲁棒指数镇定问题, 提出了可行的切换控制器和切换信号的设计方法. 首先, 运用还原法将具有时滞的切换系统转化为无时滞的切换系统; 然后, 基于线性矩阵不等式, 给出了系统在切换控制器和切换信号作用下鲁棒指数可镇定的充分条件, 并利用多 Lyapunov 函数方法给出了定理的详细证明; 最后, 利用数值仿真例子验证了该方法的有效性.

**关键词:** 输入时滞; 切换系统; 线性矩阵不等式; 鲁棒指数镇定

**中图分类号:** TP13      **文献标识码:** A

## Robust exponential stabilization for a class of uncertain switched systems with input delay

DU Hai-bo<sup>1</sup>, LIN Xiang-ze<sup>2</sup>, LI Shi-hua<sup>1</sup>

(1. School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China; 2. College of Engineering, Nanjing Agricultural University, Nanjing 210031, China. Correspondent: LI Shi-hua, E-mail: lsh@seu.edu.cn)

**Abstract:** In this paper, robust exponential stabilization for a class of uncertain switched systems with constant input delay is discussed. The feedback controllers and a class of switching signals are designed to stabilize the switched systems. Firstly, the switched systems are transformed into delay-free ones by using the receding horizon method. Then, sufficient conditions under which switched systems can be robust exponentially stabilized are given by virtue of linear matrix inequalities. Based on the multiple Lyapunov functions, the theorem is proved in detail. Finally, a numerical example shows the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** Input delay; Switched systems; Linear matrix inequalities; Robust exponential stabilization

### 1 引 言

过去的几十年中, 切换系统在多个领域有着普遍的应用, 引起了控制界的广泛关注<sup>[1-3]</sup>. 具有时滞的切换系统称作切换时滞系统, 具有较强的工程背景, 比如一些电力系统及网络控制系统<sup>[4]</sup>. 近年来, 对于时滞切换系统的分析和控制已引起了众多学者的兴趣<sup>[5-9]</sup>.

目前, 对于状态时滞切换系统的稳定性分析和镇定问题, 基于多 Lyapunov 函数方法已经取得了丰硕的成果<sup>[5,6]</sup>. 然而在实际环境中, 各种不可避免的因素, 如系统运行的环境变化、信息传输的延时等, 都会导致系统中出现一些不确定参数或输入时滞现象. 因此, 研究含有输入时滞的不确定切换系统具有重要意义.

对于含有输入时滞的非切换系统的分析和设

计, 目前主要基于两种方法: 一种方法是借助于特定的状态变换, 将原时滞系统转化为无时滞系统, 即还原法<sup>[10]</sup>; 另外一种方法是通过设计仅与当前状态有关的反馈控制器来镇定系统, 即无记忆状态反馈控制器<sup>[11]</sup>. 尽管第二种方法更易于实现, 但 Moon<sup>[12]</sup>指出在时延很小的情况下, 还原法所建立的控制器会使系统具有更好的性能和更小的保守性.

目前, 基于还原法在含有输入时滞的非切换系统的研究已取得很大进展<sup>[12,13]</sup>, 但对于含有输入时滞的切换系统镇定问题的研究还较为少见. 文献 [7] 基于公共 Lyapunov 函数方法给出了输入时滞切换系统二次镇定的充要条件, 但并没有考虑参数不确定性且具有很大的保守性. [8] 利用矩阵的严格完备性设计了一类能使含有输入时滞的不确定切换系统镇定的切换信号, 但该切换信号不易实现. [9]

收稿日期: 2008-10-29; 修回日期: 2009-01-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60504007).

作者简介: 都海波 (1982 →), 男, 安徽桐城人, 博士生, 从事非线性、切换系统的研究; 李世华 (1975 →), 男, 江西萍乡人, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制等研究.

基于多 Lyapunov 函数方法,给出了一类含有输入时滞不确定脉冲切换系统的鲁棒镇定的条件,要求在脉冲发生时刻,系统能量下降,但文中关于系统状态的假设,不易验证且具有很大的保守性.

本文针对一类含有输入时滞的不确定切换系统,利用多 Lyapunov 函数方法给出了系统鲁棒指数镇定条件,并提出了可行的切换控制器和切换信号的设计方法.

## 2 系统描述及相关引理

本文令  $\|\cdot\|$  表示变量的范数,如果变量是向量,则为欧氏范数;如果变量是矩阵,则为矩阵的 2 范数,即  $\|A\| = \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$ . 其中:  $\lambda(\cdot)$  表示矩阵最大特征根的模;  $\lambda_{\max}(\cdot)$  和  $\lambda_{\min}(\cdot)$  分别代表实对称矩阵的最大和最小的特征值;  $D^+$  表示实值连续函数的右导数算子.

考虑如下含有输入时滞的不确定切换系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + A) x(t) + B u(t) + C u(t-h), t \in [0, \infty); \\ x(0) = x_0, u(t) = u(t), t \in [-h, 0]. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x(t) \in R^n$  为状态向量;  $u(t) \in R^p$  为控制向量;  $A, B$  和  $C$  为相应维数的常数矩阵;  $h$  为正控制时延常数;  $u(t)$  是在  $[-h, 0]$  上的一个可微向量值初始函数;  $t \in R_+ = [0, \infty)$ ,  $M = \{1, 2, \dots, m\}$  为一个依赖于  $t$  或状态  $x(t)$  的分段常值右连续切换信号;  $m$  为子系统的个数; 矩阵  $A$  为时变不确定性参数矩阵.

**假设 1<sup>[12]</sup>** 假设不确定性矩阵  $A$  满足  $A = D F(t) E$ . 其中:  $D$  和  $E$  为已知的实常数矩阵,  $F(t)$  为未知时变实矩阵且满足  $\|F(t)\| \leq 1$ .

给定切换信号  $\sigma$ , 有如下切换序列:

$$\sigma = \{x_{i_0} : (i_0, t_0), (i_1, t_1), \dots, (i_k, t_k), \dots, \{i_k \in M, k \in \{0, 1, \dots\}\}.$$

当  $t \in [t_k, t_{k+1})$  时, 第  $i_k$  个子系统被激活. 假设切换系统的状态在切换时刻不跳跃, 即系统的状态  $x(t)$  是处处连续的.

**定义 1<sup>[1]</sup>** 对任意时刻  $t$  和  $T, T - t > 0$ , 用  $N(t, T)$  来表示在时间段  $(t, T)$  上切换信号的切换次数. 如果存在  $a > 0, N_0 > 0$ , 使得  $N(t, T) \leq N_0 + (T - t)/a$ , 则  $a$  称为平均驻留时间. 不失一般性, 文中选择  $N_0 = 0$ .

首先, 基于文献[10]中的还原法公式, 令

$$z(t) = x(t) + \int_{t-h}^t e^{A(t-s)} C u(s) ds, \quad (2)$$

则系统(1)可以转化为如下无时滞的切换系统:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = (A + A) z(t) + (B + e^{-A h} C) u(t) - A \int_{t-h}^t e^{A(t-s)} C u(s) ds, t \in [0, \infty); \\ z(0) = x(0) + \int_{-h}^0 e^{A_0(t-h-s)} C_0 u(s) ds, \\ u(t) = u(t), t \in [-h, 0]. \end{cases} \quad (3)$$

为得到本文的主要结果, 给出如下引理, 其中引理 1 是将文献[10]中的线性控制器推广到线性切换控制器的一个结果.

**引理 1** 如果切换系统(3)存在一个状态反馈  $u(t) = K z(t)$  使之指数渐近稳定, 则系统(1)在反馈控制  $u(t) = K(x(t) + \int_{t-h}^t e^{A(t-h-s)} C u(s) ds)$  的作用下也是指数渐近稳定的.

**证明** 由式(2)可得

$$\begin{aligned} x(t) &= z(t) + \left\| \int_{t-h}^t e^{A(t-h-s)} C u(s) ds \right\| \\ z(t) &= h \left( \sup_{s \in [0, t-h]} e^{A s} \right) C \times \\ &K \left( \sup_{s \in [0, t-h]} z(s) \right), \end{aligned}$$

从而, 如果  $z(t)$  是指数渐近稳定的, 则  $x(t)$  也是指数渐近稳定的.

**引理 2<sup>[9]</sup>** 对于具有相应维数的实数矩阵  $D, F(t), E$ , 如果  $F^T(t) F(t) \leq I$ , 则对  $\forall \epsilon > 0$ , 有  $D F(t) E + E^T F^T(t) D^T \leq -\epsilon D D^T + E^T E$ .

**引理 3<sup>[14]</sup>** 如果  $M$  为对称正定矩阵,  $h > 0$ , 则

$$\begin{aligned} &\left( \int_{t-h}^t x(s) ds \right)^T M \left( \int_{t-h}^t x(s) ds \right) \\ &+ h \int_{t-h}^t x^T(s) M x(s) ds. \end{aligned}$$

**引理 4<sup>[15]</sup>** 给定对称正定矩阵  $P$ , 对于任意对称矩阵  $Q$  以及向量  $x$ , 有

$$\begin{aligned} &\min (P^{-1} Q) x^T P x \leq x^T Q x \\ &\leq \max (P^{-1} Q) x^T P x. \end{aligned}$$

**引理 5<sup>[16]</sup>** (Halanay 不等式) 若  $h > 0, a > b > 0$ , 非负实值连续函数  $u(t)$  满足  $D^+ u(t) \leq -a u(t) + \sup_{s \in [0, t-h]} u(s)$ ,  $t \geq t_0$ , 则  $u(t) \leq \sup_{s \in [0, t_0-h]} u(s) e^{-\mu(t-t_0)}$ ,  $t \geq t_0$ , 其中  $\mu > 0$  且  $\mu - a + b e^{\mu h} = 0$ .

**引理 6** 如果  $A, M, N$  为给定的具有相应维数的实矩阵,  $h > 0$ , 则对  $\forall t \in [0, h], \exists \epsilon > 0$ , 使不等式  $N^T e^{-A^T t} M^T M e^{-A t} N \leq I - \epsilon$  成立.

**证明** 因为

$$\begin{aligned} e^{-A t} &= I - A t + (1/2!) A^2 t^2 - \dots \\ I + A / t! + (1/2!) A^2 t^2 + \dots \\ e^{A / t} &= e^{A h}, \end{aligned}$$

所以

$$Me^{-At}N \quad M \quad e^{-A \cdot h} \quad N \quad \triangleq \sqrt{\cdot}$$

再根据矩阵 2 范数的定义,引理 6 得证.

### 3 主要结果

**定理 1** 给定正数  $h$ , 如果对于  $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$ , 都存在对称的正定矩阵  $X_i$  以及正常数  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ , 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \alpha_i X_i & X_i E_i^T \\ E_i X_i & -\beta_i I \end{bmatrix} < 0, \quad (4)$$

$$X_i \leq (\gamma_i^2 / \alpha_i) I. \quad (5)$$

其中

$$i \triangleq$$

$$A_i X_i + X_i A_i^T - 2(B_i + e^{-A_i h} C_i)(B_i + e^{-A_i h} C_i)^T + (\alpha_i^{-1} + \beta_i^{-1}) D_i D_i^T + (\alpha_i + \gamma_i^2) X_i,$$

$$I - (B_i + e^{-A_i h} C_i) C_i^T e^{-A_i t} E_i^T E_i e^{-A_i t} C_i (B_i + e^{-A_i h} C_i)^T, \quad t \in [0, h]. \quad (6)$$

则可设计平均驻留时间满足  $\tau_a > \tau_a^* = h + (1/\mu)$  的切换信号和切换控制器为

$$u(t) = - (B_i + e^{-A_i h} C_i)^T X_i^{-1} (x(t) + \int_{t-h}^t e^{A_i(t-s-h)} C_i u(s) ds),$$

使得输入时滞切换系统(1)在上述切换信号和反馈控制器作用下鲁棒指数渐近稳定. 其中

$$\mu = \max_{i,j} \int_M \frac{\max(P_i)}{\min(P_j)}, \quad i, j \in \{1, \dots, m\},$$

$$P_i = X_i^{-1}, \quad \alpha_i > 0, \quad -(\alpha_i + \gamma_i^2) + \gamma_i^2 e^h = 0.$$

**证明** 假设  $t \in [t_k, t_{k+1})$ , 有  $\sigma(t) = i, \sigma(t_k) = j$ . 下面分 4 步来证明定理结论.

**Step1** 利用还原法将系统(1)转化为系统(3).

**Step2** 取备选分段 Lyapunov 函数

$$V_i(t) = z^T(t) P_i z(t),$$

$$\dot{V}_i(t) =$$

$$2z^T(t) P_i [(A_i + A_i) z(t) + (B_i + e^{-A_i h} C_i) u(t) - A_i \int_{t-h}^t e^{A_i(t-s-h)} C_i u(s) ds] =$$

$$V_{1,i}(t) + V_{2,i}(t) + V_{3,i}(t). \quad (7)$$

其中

$$V_{1,i}(t) = z^T(t) (P_i A_i + A_i^T P_i) z(t), \quad (8)$$

$$V_{2,i}(t) = 2z^T(t) P_i A_i z(t) =$$

$$2z^T(t) P_i D_i F_i(t) E_i z(t),$$

$$V_{3,i}(t) =$$

$$2z^T(t) P_i (B_i + e^{-A_i h} C_i) u(t) - 2z^T(t) P_i \int_{t-h}^t e^{A_i(t-s-h)} C_i u(s) ds.$$

$$D_i F_i(t) E_i \int_{t-h}^t e^{A_i(t-s-h)} C_i u(s) ds.$$

由引理 2, 对  $\forall \alpha_i$  和  $\beta_i > 0$ , 有

$$V_{2,i}(t) z^T(t) (\alpha_i^{-1} P_i D_i D_i^T P_i + \beta_i E_i^T E_i) z(t), \quad (9)$$

$$V_{3,i}(t)$$

$$2z^T(t) P_i (B_i + e^{-A_i h} C_i) u(t) +$$

$$\alpha_i^{-1} z^T(t) P_i D_i D_i^T P_i z(t) +$$

$$2 \left( \int_{t-h}^t e^{A_i(t-s-h)} C_i u(s) ds \right)^T E_i^T \times$$

$$E_i \int_{t-h}^t e^{A_i(t-s-h)} C_i u(s) ds.$$

利用引理 3, 有

$$V_{3,i}(t)$$

$$2z^T(t) P_i (B_i + e^{-A_i h} C_i) u(t) +$$

$$\alpha_i^{-1} z^T(t) P_i D_i D_i^T P_i z(t) +$$

$$2 \int_{t-h}^t e^{A_i(t-s-h)} (e^{A_i(t-s-h)} C_i u(s))^T E_i^T \times$$

$$E_i e^{A_i(t-s-h)} C_i u(s) ds. \quad (10)$$

将  $u(t)$  代入式(10), 并利用积分中值定理有

$$V_{3,i}(t)$$

$$- 2z^T(t) P_i (B_i + e^{-A_i h} C_i) (B_i +$$

$$e^{-A_i h} C_i)^T P_i z(t) + \alpha_i^{-1} z^T(t) P_i D_i D_i^T P_i z(t) +$$

$$2 h^2 z^T(t) P_i \theta_i(t) P_i z(t). \quad (11)$$

其中

$$\theta_i(t) = (B_i + e^{-A_i h} C_i) C_i^T e^{A_i^T(t-h)} E_i^T \times$$

$$E_i e^{A_i(t-h)} C_i (B_i + e^{-A_i h} C_i)^T,$$

$$[t-h, t].$$

根据引理 6, 存在  $\alpha_i$  满足定理中的式(6), 并结合式(7) ~ (11), 有

$$\dot{V}_i(t)$$

$$z^T(t) P_i [A_i P_i^{-1} + P_i^{-1} A_i^T + (\alpha_i^{-1} + \beta_i^{-1}) D_i D_i^T +$$

$$P_i^{-1} E_i^T E_i P_i^{-1} - 2(B_i + e^{-A_i h} C_i) (B_i +$$

$$e^{-A_i h} C_i)^T] + P_i z(t) + 2 h^2 z^T(t) P_i P_i z(t). \quad (12)$$

令  $X_i \triangleq P_i^{-1}$ , 由 Schur 补可知, 式(4) 等价于

$$\alpha_i + P_i^{-1} E_i^T E_i P_i^{-1} < 0. \quad (13)$$

由式(5),  $\max(P_i) \leq \gamma_i^2 / \alpha_i$ , 并根据引理 4, 有

$$2 h^2 z^T(t) P_i P_i z(t) \leq 2 \sup_{t-h} V_i(t). \quad (14)$$

结合式(12) ~ (14), 有

$$\dot{V}_i(t) \leq -(\alpha_i + \beta_i) V_i + 2 \sup_{t-h} V_i(t).$$

$$(15)$$

由引理 5, 存在  $\alpha_i > 0$ , 使得

$$V_i(t) \leq \sup_{t-h} V_i(t_k + h) e^{-\alpha_i(t-t_k)}, \quad (16)$$

其中  $\alpha_i$  满足  $-(\alpha_i + \beta_i) + \beta_i e^h = 0$ .

**Step3** 根据  $\mu$  的定义可知  $\mu \geq 1$ , 且满足  $V_i(x) \leq \mu V_j(x), \forall x \in R^n, \forall i, j \in M$ . 对  $\forall t \in [-h, 0]$ , 有如下估计:

$$V_i(t_k + ) \leq \mu V_j(t_k + ) \leq \mu e^{-h} \sup_0 V_j(t_{k-1} + ) e^{-(t-t_{k-1})}. \quad (17)$$

结合式(16)和(17),并由定义 1 有

$$V_i(t) \leq \mu e^{-h} \sup_0 V_j(t_{k-1} + ) e^{-(t-t_{k-1})} \dots \leq \sup_0 V_{i_0}(t_0 + ) e^{(\ln \mu + h)(t-t_0)/a} e^{-(t-t_0)} = \sup_0 V_{i_0}(t_0 + ) e^{(t-t_0)}, \quad (18)$$

其中  $a = (\ln \mu + h)/\alpha$ . 因为切换信号的平均滞留时间  $\alpha > \alpha^* = h + \ln \mu$ , 所以  $a < 0$ .

**Step4** 令

$$i_1 = \min_{i \in M} \min (P_i), \quad i_2 = \max_{i \in M} \max (P_i),$$

有

$$i_1 z^T(t) z(t) \leq V_i(t) \leq i_2 z^T(t) z(t).$$

结合式(18),有

$$z(t) \leq \frac{\sqrt{V_i(t)/i_1}}{\sqrt{i_2/i_1} \sup_0 z(t_0 + )} e^{\frac{1}{2}(t-t_0)}. \quad (19)$$

因为  $a < 0$ , 所以  $z(t)$  是指数渐近收敛的. 由引理 1 可得,  $x(t)$  也是指数收敛的.

定理 1 证明中选取的多 Lyapunov 函数实际上是分段连续 Lyapunov 函数, 对应每个  $V_i$  都有不同的  $P_i$ . 如果存在一个共同的矩阵  $P$  使得定理 1 中的条件都能满足, 则意味着定理 1 中  $\mu = 1$ , 由此可得如下推论.

**推论 1** 给定正数  $h$ , 如果对于  $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$ , 都存在对称的正定矩阵  $X$  以及正的常数  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ , 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$i = \begin{bmatrix} i & X E_i^T \\ E_i X & -i^{-1} I \end{bmatrix} < 0, \quad (20)$$

$$X \leq (h^2/\alpha) I. \quad (21)$$

其中

$$i \triangleq A_i X + X A_i^T - 2(B_i + e^{-A_i h} C_i)(B_i + e^{-A_i h} C_i)^T + (\alpha_1^{-1} + \alpha_2^{-1}) D_i D_i^T + (\alpha_0 + \alpha_2) X, \\ I \\ (B_i + e^{-A_i h} C_i) C_i^T e^{-A_i^T t} E_i^T E_i \times e^{-A_i t} C_i (B_i + e^{-A_i h} C_i)^T, \quad t \in [0, h].$$

则可设计平均驻留时间满足  $\alpha > \alpha^* = h$  的切换信号和切换控制器

$$u(t) = -(B_i + e^{-A_i h} C_i)^T X^{-1} (x(t) + \int_{t-h}^t e^{A(t-h-s)} C u(s) ds),$$

使得输入时滞切换系统(1)在上述切换信号和反馈控制器作用下鲁棒指数渐近稳定.

**注 1** 推论 1 虽然要求所有子系统存在公共 Lyapunov 函数, 但并不能得到系统在任意切换信号作用下都是镇定的结果, 这主要是因为时滞的存在. 由于推论 1 中基于公共 Lyapunov 函数方法得到的镇定条件过于保守, 下面利用矩阵的完备性来设计控制器和切换信号来减小这种保守性.

**定义 2**<sup>[17]</sup> 如果存在对称矩阵集合  $\{P_1, P_2, \dots, P_m\}$ , 对  $\forall x \in R^n \setminus \{0\}, \exists i \in \{1, 2, \dots, m\}$ , 使得  $x^T P_i x < 0$  成立, 则称  $\{P_1, P_2, \dots, P_m\}$  是严格完备的.

**推论 2** 给定正数  $h$ , 如果存在对称正定矩阵  $X$  以及正常数  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ , 使得矩阵集合  $\{P_1, P_2, \dots, P_m\}$  是严格完备的(其中  $P_i$  为推论 1 中所定义的矩阵)且矩阵不等式(20)成立. 则可设计平均驻留时间满足  $\alpha > \alpha^* = h$  的切换信号  $(t) = \arg \min\{z^T(t) P_i z(t), \forall i \in M\}$  和切换控制器

$$u(t) = -(B_i + e^{-A_i h} C_i)^T X^{-1} (x(t) + \int_{t-h}^t e^{A(t-h-s)} C u(s) ds),$$

使得输入时滞切换系统(1)在上述切换信号和反馈控制器作用下鲁棒指数渐近稳定, 其中  $\arg \min$  表示取最小值的下标.

证明 取  $V(t) = z^T(t) X^{-1} z(t)$ , 在切换信号  $(t) = \arg \min\{z^T(t) P_i z(t), \forall i \in M\}$  的作用下, 定理 1 中式(15)仍然成立, 类似定理 1 的论证过程即可证明此结论成立.

### 4 仿真分析

**例 1** 考虑具有两个子系统的输入时滞切换系统

$$\dot{x}(t) = (A + A) x(t) + C u(t-h).$$

其中

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.25 & -3 \end{bmatrix},$$

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ v & 0 \end{bmatrix},$$

$$|v| \leq 2, \quad C_1 = [0 \quad 1]^T,$$

$$C_2 = [1 \quad 0]^T, \quad h = 0.2.$$

设  $D_1 = D_2 = [0 \quad 2]^T, E_1 = E_2 = [1 \quad 0], F_1 = F_2 = \sin(10t) I$ . 取  $\alpha_0 = 0.01, \alpha_1 = 0.2, \alpha_1^{-1} = 0.5, \alpha_2^{-1} = 0.05$ . 通过求解矩阵不等式(20)和(21), 存在公共的对称正定矩阵解

$$X = \begin{bmatrix} 1.6346 & -4.3927 \\ -4.3927 & 13.6646 \end{bmatrix}$$

由推论 1, 可设计如下线性切换控制器:

$$u_1(t) = [-1.3573 \quad -0.5669]z(t),$$

$$u_2(t) = [-4.8485 \quad -1.5835]z(t).$$

在上述切换控制器和平均滞留时间满足  $a > a^* = h = 0.2$  的切换信号作用下, 系统都是鲁棒指数渐近稳定的. 图 1 表示的是以切换时间间隔  $T = 0.21$  为周期的切换序列驱动下状态轨线.

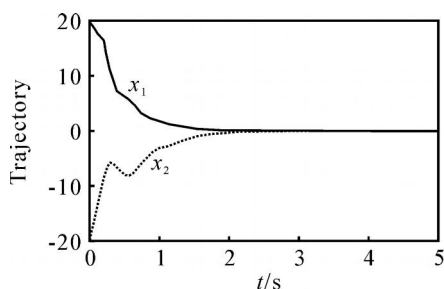


图 1 例 1 仿真结果

**注 2** 将本文中所给出的例子与文献[12]中所考虑的非切换系统相比, 增加了一个输入子系统. 这样设计的优点在于: 假设在系统运行过程中, 系统的一个控制器可能失效或需要维修, 同时对任意时刻  $t$ , 至少有一个控制器能够正常运行, 而失效的控制器需要一定时间来维修<sup>[6]</sup>. 此时, 根据本文结论, 可以切换到另一个控制器来工作, 只要控制器之间的切换次数每秒内不超过 5 次, 那么整个系统指数稳定.

## 5 结 论

本文研究了一类含有输入时滞不确定切换系统鲁棒指数镇定问题, 给出了系统鲁棒指数可镇定的充分条件, 并转化成标准的线性矩阵不等式形式, 便于计算机实现. 仿真实例说明了文中方法的可行性.

## 参考文献(References)

- [1] Liberzon D. Switching in systems and control [M]. Boston: Birkhauser, 2003.
- [2] Sun Z D, Ge S S. Switched linear systems-control and design[M]. New York: Springer-Verlag, 2004.
- [3] Zhao J, Spong M W. Hybrid control for global stabilization of the cart-pendulum system [J]. Automatica, 2001, 37(12): 1941-1951.
- [4] Lin H, Zhai G S, Antsaklis P J. Robust stability and disturbance attenuation analysis of a class of networked control systems [C]. Proc of the 42th IEEE Conf on Decision and Control. Hawaii, 2003: 1182-1187.

- [5] Sun X M, Zhao J. Robust exponential stability of linear switched delay systems: An average dwell time method [J]. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, 2007, 14(2): 209-220.
- [6] Sun X M, Zhao J, Hill D J. Stability and L2-gain analysis for switched delay systems: A delay-dependent method[J]. Automatica, 2006, 42(10): 1769-1774.
- [7] Lin L, Chen Y Z, Cui P Y. Stabilization of LTI switched systems with input delay [C]. Int Conf on Control and Automation. Hungary, 2005: 761-766.
- [8] Wang X M, Pei H L, Wei W, et al. Robust stabilization of switched systems with uncertain input delays[C]. 2008 ISECS Int Colloquium on Computing, Communication, Control and Management. Guangzhou, 2008: 500-504.
- [9] Xu H L, Teo K L. Robust stabilization of uncertain impulsive switched systems with delayed control [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2008, 56(1): 63-70.
- [10] Artstein Z. Linear systems with delayed controls: A reduction [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1982, 27(4): 869-879.
- [11] Choi H H, Chung M J. Memoryless stabilization of uncertain dynamic systems with time-varying delayed state and control[J]. Automatica, 1995, 31(9): 1349-1351.
- [12] Moon Y S, Park P G, Kwon W H. Robust stabilization of uncertain input-delayed systems using reduction method[J]. Automatica, 2001, 37(2): 307-312.
- [13] Chen W H, Zheng W X. On improved robust stabilization of uncertain systems with unknown input delay [J]. Automatica, 2006, 42(6): 1067-1072.
- [14] Gu K. An integral inequality in the stability problem of time-delay systems[C]. Proc of the 39th IEEE Conf on Decision and Control. Sydney, 2000: 2805-2810.
- [15] Xu H L, Liu X Z, Teo K L. Robust  $H$  stabilization with definite attenuation of an uncertain impulsive switched system[J]. J of Anziam, 2005, 46(4): 471-484.
- [16] Halanay A. Differential equations: Stability, oscillations, time lags [M]. New York: Academic Press, 1966.
- [17] Skafidas E, Evans R J, Savkin A V. Stability results for switched controller systems[J]. Automatica, 1999, 35(4): 553-564.