第 24 卷 第 9 期　　控 制 与 决 策　　2009 年 9 月
Vol. 24 No. 9　　Control and Decision　　Sep. 2009

文章编号: 1001-0920(2009)09-1377-03

基于梯形模糊数期望值的多维偏好群决策模型

刘於勋[1,2], 沈 轶[1], 谢妞妞[2]

(1. 华中科技大学 控制科学与工程系, 武汉 430074; 2. 河南工业大学 信息科学与工程学院, 郑州 450001)

摘 要: 提出一种基于梯形模糊数距离期望值的多维偏好群决策模型,以解决偏好和属性值均为梯形模糊数的群决策问题. 其算法为:首先定义在 β 截集下主/客观偏好之间的偏差函数,通过构造目标规划模型,求解属性的权重向量;然后集结不同 β 截集下所有决策者的加权规范化模糊决策矩阵,形成总加权规范化模糊决策矩阵;最后求出各备选方案与模糊理想解的相对贴近度 δ_i,按大小排序确定最优方案.

关键词: 梯形模糊数期望值; 决策矩阵; TOPSIS 方法(逼近理想解的排序)方法

中图分类号: C934　　**文献标识码**: A

Group decision-making model for multidimensional analysis of preference on trapezoid fuzzy number expected values

LIU Yu-xun[1,2], *SHEN Yi*[1], *XIE Niu-niu*[2]

(1. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China; 2. School of Information Science and Technology, He'nan University of Teachnology, Zhengzhou 450001, China. Correspondent: LIU Yu-xun, E-mail: lyx0250@126.com)

Abstract: Group decision-making model for multidimensional analysis of preference on trapezoid fuzzy number distant expected values are proposed. The group decision-making problem are solved when preference and attribute are given by trapezoid fuzzy number. A distortion function between subjective / objective analysis of preference under βcut is defined. The weighted vector of the attribute by constructing a criterion-programming model. Then the weighted normalization fuzzy decision matrices of all the decision-makers under different βcut are cengregated to form a total weighted normalization fuzzy decision matrix. Finally, relative closeness δ_i of each alternative adjustment decision is obtained and sorted by size to determine the optimal program.

Key words: Trapexoidal fuzzy number expected values; Decision matrix; Topsis method

1 引 言

混合集结算子方法[1,2], 交互式方法[3], TOPSIS (Technique for order preference by siminarity to ideal solution)[4]方法是解决模糊多属性决策问题的常见方法,其中 TOPSIS 方法最为经典. 文献[4,5]采用模糊数的极值点来寻找方案的理想解和负理想解; [6,7]采用模糊数最大值点来寻找方案的理想解,用最小值点来寻找负理想解. 对于模糊数距离,[4-7]采用顶点法即欧式距离;[6]采用 Hamming 距离;[8]引入 Minkowski 距离. 对于模糊数的排序,[7]引入 Rs 偏序关系;[9]提出采用期望值 TOPSIS 方法;[10]通过集结不同 α 截集下的排序向量,得到方案的排序结果.

目前,研究权重信息不完全且方案有偏好的梯形模糊数期望值 TOPSIS 方法来解决群决策问题的文献较少. 为此,本文提出一种基于梯形模糊数距离期望值的多维偏好群决策模型. 其算法为:首先规范梯形模糊数决策矩阵,定义在 β 截集下主/客观偏好之间的偏差函数,通过构造目标规划模型,求解属性的权重向量;然后集结不同 β 截集下所有决策者的加权规范化模糊决策矩阵,形成总加权规范化模糊决策矩阵;再采用距离期望值 TOPSIS 方法,求得各备选方案与模糊理想解的相对贴近度 δ_i,并按大小排序确定最优方案;最后通过算例表明该群决策模型的有效性.

收稿日期: 2008-12-27; **修回日期**: 2009-05-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70701013); 河南省自然科学基金项目(0611030100).

作者简介: 刘於勋(1963—),女,郑州人,副教授,博士生,从事智能决策理论及应用的研究; 沈轶(1964—),男,长沙人,教授,博士生导师,从事人工神经网络的理论与应用等研究.

2 梯形模糊数群决策模型

假设 $S = \{S_1, S_2, \cdots, S_m\}$ 为模糊数多属性群决策方案集，$G = \{G_1, G_2, \cdots, G_n\}$ 为属性集，$P = \{P_1, P_2, \cdots, P_t\}$ 为决策者集，$X^{(k)} = (x_{ij}^{(k)})_{m\times n}$ 为决策者 P_k 对决策方案集 S 在属性 G 下的梯形模糊数决策矩阵，$T^{(k)} = (t_{ij}^{(k)})_{m\times n}$ 为决策者 P_k 对决策方案集 S 在属性 G 下的偏好梯形模糊数决策矩阵，决策者 P_k 的权重为 $\lambda_k (k = 1, 2, \cdots, t)$，决策者 P_k 对属性 G 的权重向量为 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n)$，$H$ 为已知部分权重信息确定的权重集合，$\omega \in H$. 群决策的目标是从 m 个备选方案中选择一个与模糊理想解的相对贴近度 δ_i 最大值所对应的方案为最优方案.

下面给出梯形模糊数期望值的多维偏好群决策模型及实现步骤:

Step1 规范梯形模糊数原始决策矩阵

为了消除不同物理量纲对决策结果的影响，必须对模糊决策矩阵进行规范化处理. 对效益型 (L_1 表示) 和成本型 (L_2 表示) 属性分别按如下式 (1)，式 (2) 进行处理[9]，以形成规范化模糊决策矩阵 $R^{(k)} = (r_{ij}^{(k)})_{m\times n}$:

$$r_{ij}^{(k)} = \left(\frac{a_{ij}^{(k)}}{u_{ij}^{(k)}}, \frac{b_{ij}^{(k)}}{u_{ij}^{(k)}}, \frac{c_{ij}^{(k)}}{u_{ij}^{(k)}}, \frac{d_{ij}^{(k)}}{u_{ij}^{(k)}}\right), \; j \in L_1; \tag{1}$$

$$r_{ij}^{(k)} = \left(\frac{v_{ij}^{(k)}}{d_{ij}^{(k)}}, \frac{v_{ij}^{(k)}}{c_{ij}^{(k)}}, \frac{v_{ij}^{(k)}}{b_{ij}^{(k)}}, \frac{v_{ij}^{(k)}}{a_{ij}^{(k)}}\right), \; j \in L_2. \tag{2}$$

其中: $u_{ij}^{(k)} = \max\{d_{ij}^{(k)}\}, j \in L_1$; $v_{ij}^{(k)} = \min\{a_{ij}^{(k)}\}, j \in L_2$.

Step2 建立主/客观偏好左/右加权偏差函数模型

设主观偏好的梯形模糊向量为 $t_i^{(k)} = \{t_{i1}, t_{i2}, t_{i3}, t_{i4}\}$，客观偏好的梯形模糊向量为 $r_i^{(k)} = \{r_{i1}, r_{i2}, r_{i3}, r_{i4}\}$，主/客观偏好在 β_L 截集下 L/R 模糊矩阵分别表示为 $\tilde{t}_{ij}^{(k)}(\beta_L) = [t_{ij}^L(\beta_L), t_{ij}^R(\beta_L)]$，$\tilde{r}_{ij}^{(k)}(\beta_L) = [r_{ij}^L(\beta_L), r_{ij}^R(\beta_L)]$. 则主/客观偏好左/右加权偏差函数模型[10]为

$$f_{ij}^{(k)}(\beta_L) = | r_{ij}^L(\beta_L) - t_{ij}^L(\beta_L) | \times \omega_j, \tag{3}$$

$$g_{ij}^{(k)}(\beta_L) = | r_{ij}^R(\beta_L) - t_{ij}^R(\beta_L) | \times \omega_j. \tag{4}$$

其中: $i = 1, 2, \cdots, m$; $j = 1, 2, \cdots, n$; $k = 1, 2, \cdots, t$.

Step3 优化模型

为了使决策具有合理性，权重向量的选择应使决策者在 β_L 截集下的主/客观偏好之间的总偏差最小，故需建立如下优化模型 1:

$$\min \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(\lambda_1 f_{ij}^{(k)}(\beta_L) + \lambda_2 g_{ij}^{(k)}(\beta_L));$$

$$\text{s.t.} \; \omega \in H, \omega_j \geq 0, \; \sum_{j=1}^{n}\omega_j = 1.$$

其中: λ_1, λ_2 为左/右偏差的权重系数，考虑到每个偏差函数是公平竞争的，没有任何偏好关系，且希望达到期望值均为零，一般可取 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$. 因此，模型 1 可转化为如下目标规划模型 2:

$$\min L = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}[e_{ij}^{+}(\beta_L) + e_{ij}^{-}(\beta_L) + d_{ij}^{+}(\beta_L) + d_{ij}^{-}(\beta_L)].$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} r_{ij}^L(\beta_L)\omega_j - t_{ij}^L(\beta_L)\omega_j + e_{ij}^{+} - e_{ij}^{-} = 0; \\ r_{ij}^R(\beta_L)\omega_j - t_{ij}^R(\beta_L)\omega_j + d_{ij}^{+} - d_{ij}^{-} = 0; \\ e_{ij}^{+}, e_{ij}^{-}, d_{ij}^{+}, d_{ij}^{-} \geq 0; \\ \omega \in H, \omega_j \geq 0, \; \sum_{j=1}^{n}\omega_j = 1. \end{cases}$$

利用 Lingo 软件编程求解模型 2，得到在 β_L 截集下的属性权重向量为

$$\omega^{(k)}(\beta_L) = \{\omega_1^{(k)}(\beta_L), \cdots, \omega_2^{(k)}(\beta_L), \cdots, \omega_m^{(k)}(\beta_L)\}.$$

Step4 集结加权规范化模糊决策矩阵

利用加权算术平均算子将 P_k 决策者加权规范化模糊决策矩阵进行集结，形成综合加权规范化模糊决策矩阵 $\tilde{R}_L^{(k)} = (\tilde{r}_{i1}^{(k)}, \tilde{r}_{i2}^{(k)}, \cdots, \tilde{r}_{in}^{(k)})$，其中 $\tilde{r}_{ij}^{(k)} = r_{ij}^{(k)}\omega_j^{(k)}(\beta_L)$. 由于规划模型中存在参数 β_L，不利于模型的计算和求解，一般取 $\beta_L = s/p (s = 1, 2, \cdots, n; P$ 为计算精度)，代入模型 2 中计算;然后将所有 β_L 截集下的决策矩阵进行算术平均 $\bar{R}^{(k)} = \dfrac{1}{s+1}\sum_{L=0}^{s}\tilde{R}_L^{(k)}$; 最后集结 t 位决策者的 $\bar{R}^k$，形成总加权规范化模糊决策矩阵 $\bar{R} = \sum_{k=1}^{t}\bar{R}^{(k)} \times \lambda_k = \{\tilde{r}_{i1}, \tilde{r}_{i2}, \cdots, \tilde{r}_{in}\}$.

Step5 寻找模糊理想解和模糊负理想解

在总加权规范化模糊决策矩阵 $\bar{R}$ 中，计算梯形模糊数期望值，寻找方案的模糊理想解 $R^{+} = (r_1^{+}, r_2^{+}, \cdots, r_n^{+})$ 和模糊负理想解 $R^{-} = (r_1^{-}, r_2^{-}, \cdots, r_n^{-})$. 其中

$$r_j^{+} = \{\tilde{r}_{ij} \mid \max E(\tilde{r}_{ij})\},$$

$$r_j^{-} = \{\tilde{r}_{ij} \mid \min E(\tilde{r}_{ij})\}.$$

Step6 按距离期望值排序

首先按照梯形模糊数距离期望值计算公式分别计算各方案到模糊理想和模糊负理想解的距离值 (D^{+}, D^{-}):

$$D^{+} = \sum_{j=1}^{n} d(\tilde{r}_{ij}, \tilde{r}_j^{+}), \; i \in m; \tag{5}$$

$$D^{-} = \sum_{j=1}^{n} d(\tilde{r}_{ij}, \tilde{r}_j^{-}), \; i \in m. \tag{6}$$

然后按 $\delta_i = \dfrac{D^{-}}{D^{-} + D^{+}}$ 公式求各方案与模糊理想解的相对贴近度 δ_i，并按值的大小排序确定最优方案. 相对贴近度值越大，说明方案越靠近模糊理想解，最大值所对应的方案为最优方案.

3　算例分析

针对本文提出的模型,对文献[10]中的算例进行扩展,以验证采用梯形模糊数期望值 TOPSIS 模型进行群决策的可行性和正确性.

某学校根据信息化建设的需要,拟定了 3 个备选采购方案(s_1,s_2,s_3),请 3 位决策者分别对产品价格、产品性能和售后服务 3 个属性指标进行模糊评定,形成下列用梯形模糊数表示的决策矩阵:

$$X^1=\begin{bmatrix}(2.87,3.14,3.20,3.35) & (4.74,4.93,5.02,5.26) & (3.53,3.88,4.07,4.39)\\(3.52,3.76,3.89,4.05) & (2.70,2.90,3.09,3.27) & (5.38,5.82,6.03,6.20)\\(4.83,5.05,5.14,5.38) & (1.74,1.96,2.08,2.26) & (5.57,5.86,5.97,6.29)\end{bmatrix},$$

$$X^2=\begin{bmatrix}(2.57,3.16,3.21,3.25) & (4.54,4.73,5.32,5.36) & (3.43,3.78,4.27,4.49)\\(3.42,3.56,3.98,4.15) & (2.50,2.56,3.19,3.17) & (5.28,5.62,6.13,6.23)\\(4.73,5.15,5.24,5.28) & (1.76,1.86,2.18,2.36) & (5.47,5.86,5.64,6.47)\end{bmatrix},$$

$$X^3=\begin{bmatrix}(2.57,3.24,3.22,3.33) & (4.64,4.73,5.22,5.46) & (3.56,3.68,4.12,4.31)\\(3.42,3.76,3.87,4.15) & (2.74,2.70,3.39,3.47) & (5.58,5.82,6.12,6.21)\\(4.73,5.25,5.34,5.18) & (1.75,1.96,2.28,2.36) & (5.47,5.86,5.65,6.31)\end{bmatrix}.$$

由于每位决策者个人的主观偏好和实际采购经验不同,他们对 3 个备选方案的主观偏好值(用梯形模糊数表示)各不相同. 偏好梯形模糊数矩阵分别为

$$T^1=\begin{bmatrix}(0.71,0.79,0.84,0.92)\\(0.64,0.86,0.76,0.89)\\(0.86,0.91,0.92,0.71)\end{bmatrix},$$

$$T^2=\begin{bmatrix}(0.83,0.81,0.91,0.91)\\(0.71,0.83,0.79,0.92)\\(0.81,0.90,0.89,0.72)\end{bmatrix},$$

$$T^3=\begin{bmatrix}(0.81,0.84,0.78,0.90)\\(0.73,0.80,0.71,0.88)\\(0.84,0.89,0.81,0.78)\end{bmatrix}.$$

已知 3 个属性的取值范围为: $0.34\le\omega_1\le0.45$, $0.28\le\omega_2\le0.4$, $0.16\le\omega_3\le0.30$, 用 $H=\{\omega=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3\}\}$ 表示. 假设 3 位决策者的权重为 $\lambda_1=0.4$, $\lambda_2=0.3$, $\lambda_3=0.3$. 试分析哪种备选方案最优.

首先,按照群决策 Step1～Step3 分别对 3 位决策者的模糊梯形决策矩阵 X^1,X^2,X^3,按式(1)或(2)进行规范化处理,将 $X^{(k)}$ 规范化后的决策矩阵转化为当 $\beta=0$ 时的 L/R 模糊矩阵. 利用 Lingo 软件编程分别求出当 $\beta_L=0$ 时,决策者所对应的属性权重向量 $\omega^1(0)=\{0.42,0.34,0.21\}$, $\omega^2(0)=\{0.41,0.31,0.23\}$, $\omega^3=\{0.39,0.28,0.20\}$. 然后,按照 Step4,先集结 $\beta_L=0$ 时的综合加权规范化模糊决策矩阵,再计算 β_L 分别取 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 时的属性权重向量. 最后,集结 3 位决策者的综合加权规范化模糊决策矩阵(受篇幅所限,省略中间计算过程),形成总加权规范化模糊决策矩阵

$$\widetilde{R}=\begin{bmatrix}(0.21,0.32,0.67,0.89) & (0.54,0.65,0.87,0.71) & (0.56,0.63,0.64,0.71)\\(0.31,0.42,0.34,0.87) & (0.46,0.73,0.52,0.85) & (0.75,0.83,0.76,0.78)\\(0.41,0.23,0.56,0.67) & (0.65,0.73,0.82,0.65) & (0.63,0.76,0.63,0.67)\end{bmatrix}.$$

在此基础上,按照 Step5 寻找模糊理想解 R^+ 和模糊负理想解 R^-,有

$$R^+=[(0.21,0.32,0.67,0.89)\ (0.65,0.73,0.82,0.65)\ (0.75,0.83,0.76,0.78)],$$

$$R^-=[(0.41,0.23,0.56,0.67)\ (0.46,0.73,0.52,0.85)\ (0.56,0.63,0.64,0.71)].$$

最后,按照 Step6 中的式(5),计算各备选方案到模糊理想解的距离,即 D_1^+ 0.785, $D_2^+=0.889$, $D_3^+=0.905$; 由式(6)求出各备选方案到模糊理想负解的距离,即 $D_1^-=1.05$, $D_2^-=0.955$, $D_3^-=0.828$; 备选方案到模糊理想解的相对贴近度为 $\delta_1=0.57$, $\delta_2=0.52$, $\delta_3=0.48$. 对 δ_i 值按从大到小排序,结果为 $\delta_1\succ\delta_2\succ\delta_3$,备选方案的优劣排序为 $s_1\succ s_2\succ s_3$. 因此, s_1 方案为最优方案,其结果与文献[10]相同.

4　结　　论

本文研究的创新点为:1) 提出一种基于梯形模糊数期望值的新 TOPSIS 方法;2) 解决了偏好和属性值均为梯形模糊数的多维偏好群决策问题. 其算法为:首先规范梯形模糊数决策矩阵,定义在 β 截集下主/客观偏好之间的偏差函数,通过构造目标规划模型,求解属性的权重向量;然后集结不同 β 截集下所有决策者的加权规范化模糊决策矩阵,形成总加权规范化模糊决策矩阵;最后求各备选方案与模糊理想解的相对贴近度 δ_i,并按大小确定最优方案. 算例分析表明了该群决策模型的有效性.

参考文献(References)

[1] Xu Ze-shui. Induced uncertain linguistic OWA operators applied to group decision making[J]. Information Fusion, 2006, 7(2): 231-236.

(下转第 1384 页)

Buck 变换器的电压跟踪控制系统中,实现了在系统含有扰动时对理想电压的鲁棒跟踪,削弱了抖振.

参考文献(References)

[1] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京:科学出版社,1998.
(Gao W B. Variable structure control theory and design [M]. Beijing: Science Publishing Company, 1998.)

[2] Hung J Y, Gao W, Hungh J C. Variable structure control: A survey [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1993, 40(1): 2-22.

[3] Ni Y, Xu J P. Study of global sliding mode controlled switching DC-DC converters[C]. Proc of the IEEE Int Conf on Industrial Technology. Chengdu, 2008: 1-5.

[4] 冯勇, 迟豫东, 任倩. 具有全局鲁棒性的时变滑模平面的设计方法[J]. 宇航学报, 1997, 18(3): 59-63.
(Feng Y, Chi Y D, Ren Q. Design of time varying sliding surface with globle robustness [J]. J of Astronautics, 1997, 18(3): 59-63.)

[5] 刘云峰, 缪栋, 刘华峰, 等. 基于全程滑模的有限时间滑模变结构控制[J]. 上海航天,2008, (3): 11-15.
(Liu Y F, Miao D, Liu H F, et al. Sliding mode variable structure control of finite-time based on global sliding mode[J]. Shanghai Aerospace, 2008, 25(3): 11-15.)

[6] Wang Z Y, Zhang J G, Chen Z M, et al. Global sliding mode variable structure control based on neural network [J]. J of System Simulation, 2007, 19(11): 2523-2526.

[7] 米阳, 李文林, 井元伟, 等. 线性多变量离散系统全程滑模变结构控制[J]. 控制与决策, 2003, 18(4): 460-463.
(Mi Y, Li W L, Jing Y W, et al. Global sliding mode control for uncertain discrete time systems[J]. Control and Decision, 2003, 18(4): 460-463.)

[8] Gao W B, Wang Y F, Abdollah Homaifa. Discete-time variable structure control systems[J]. IEEE Trans on Industrial Electonics, 1995, 42(2): 117-122.

[9] 姚琼荟, 宋立忠, 温洪. 离散变结构控制系统的比例-等速-变速控制[J]. 控制与决策, 2000, 15(3): 329-332.
(Yao Q H, Song L Z, Wen H. Proportional-constant-variable rate control for discrete-time variable structure systems[J]. Control and Decision, 2000, 15(3): 329-332.)

[10] 闫明, 井元伟. 二进制 ABR 流量控制的离散滑模控制算法[J]. 控制与决策, 2007, 22(7): 735-739.
(Yan M, Jing Y W. Discrete sliding mode structure control algorithm for binary ABR flow control [J]. Control and Decision, 2007, 22(7): 735-739.)

(上接第 1379 页)

[2] Xu Ze-shui. An approach based on the uncertain LOWG and induced uncertain LOWG operators to group decision making with uncertain multiplicative linguistic preference relations [J]. Decision Support Systems, 2006, 41(2): 488-499.

[3] Xu Ze-shui, Chen Jian. An interactive method for fuzzy multiple attribute group decision making [J]. Information Sciences, 2007, 177(1): 248-263.

[4] ChenChen-Tung. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(1): 1-19.

[5] Li Deng-feng. Compromise ratio method for fuzzy multi-attribute group decision making [J]. Applied Soft Computing, 2007, 7(3): 807-817.

[6] Kuo Ming-shin, Tzeng Gwo-jsjoimg, Huang Wei-chih. Group decision-making based on concepts of ideal and anti-ideal points in a fuzzy environment [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2007, 45(3): 324-339.

[7] Wang YuU-jie, Lee Hhuan-shih. Generalizing TOPSIS for fuzzy multiple-criteria group decision-making [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2007, 53(3): 1762-1772.

[8] Chu Ta-chung. Facility location selection using fuzzy TOPSIS under group decision[J]. Int J of Uncertainty Fuzziness and Knowledge Based System, 2002, 10(6): 687-701.

[9] Chen Chen-tung, Lin Ching-torng, Huang Sue-fn. A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management [J]. Int J of Production Economics, 2006, 102(2): 289-301.

[10] Liu B, Liu Y K. Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems. 2002, 10, (4): 445-450