

文章编号: 1001-0920(2009)09-1380-05

Buck 变换器的离散时间全程滑模控制

郑 艳, 高 哲, 郭为安

(东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

摘 要: 针对含有匹配不确定项的线性离散时间系统, 设计了一种全程滑模控制器, 使系统状态在初始时刻就在切换区内. 给出了一种双曲正切离散趋近律, 由这种改进的趋近律所设计的控制器不但可以减小系统稳态误差, 而且能够削弱系统的抖振强度. 将该方法应用在 Buck 变换器的控制器设计中, 对 Buck 变换器的电压进行跟踪控制, 仿真结果验证了所给控制策略的有效性.

关键词: 全程滑模; 离散趋近律; 抖振; Buck 变换器

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Discrete global sliding mode control for Buck converter

ZHENG Yan, GAO Zhe, GUO Wei-an

(College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: ZHENG Yan, E-mail: zhengyan1@ise.neu.edu.cn)

Abstract: An improved global sliding mode controller is presented for a discrete-time linear system with matched uncertainties, which forces the system states into switching region initially. And a hyperbolic tangent discrete-time reaching law is designed, which can not only lower the system steady state error, but also can reduce the chattering phenomenon. Applications of the voltage tracking are implemented well on the Buck converter. The simulation results show the effectiveness of the proposed control strategy.

Key words: Global sliding mode; Discrete-time reaching law; Chattering; Buck converter

1 引 言

滑模控制对于满足匹配条件的模型不确定性及外部干扰具有不变性. 这种不变性比鲁棒性更进一步, 又称为理想鲁棒性^[1]. 正是由于滑模控制所具有的独特理想鲁棒性^[1-2], 使它成为一种重要的鲁棒控制方法, 并得到了广泛的研究^[1-10]. 但是传统的滑模控制仅在滑动阶段对于干扰和系统不确定性才具有不变性. 针对这一问题, Chen 等提出了全程滑模的思想, 通过设计一种非线性的滑模面, 使系统的状态在初始时刻就落在滑模面上, 从而消除到达阶段, 增强了系统的鲁棒性. 不少学者对于全程滑模控制器的设计方法均有一定的研究^[3-7], 但全程滑模面的设计方法都较为复杂, 且不能很好地解决抖振问题. 对于离散时间系统, 文献[4]设计了离散时间全程滑模控制系统, 但该方法在设计参数滑模面时需要状态变换, 参数设计过程复杂. [5]对 MIMO 系统全程滑模的控制策略使得状态刚进入滑模面时的抖

振较大. [6]采用神经网络方法设计滑模面, 有效地削弱了抖振, 但导致滑模的趋近速度有所下降, 且设计方法较为复杂.

本文针对含有匹配不确定项的线性离散时间系统设计了一种全程滑模面, 在设计滑模面的过程中不需要状态变换, 设计过程较为简单. 为减小系统的抖振, 又给出了一种双曲正切离散趋近律, 根据这种改进的趋近律设计的控制器可实现全程滑模控制, 同时减小了系统的抖振. 将这种方法应用到 Buck 变换器的电压跟踪控制中, 使系统的输出电压对输入端的纹波干扰具有较好的鲁棒性, 改善了系统的响应性能. 仿真结果验证了所提出控制方法的有效性.

2 问题描述

考虑如下的离散系统:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k). \quad (1)$$

其中: $x(k) \in R^n$ 为状态变量, $u(k) \in R$ 为控制输

收稿日期: 2008-10-14; 修回日期: 2009-02-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60274009).

作者简介: 郑艳(1963—), 女, 沈阳人, 副教授, 博士, 从事变结构控制、智能控制等研究; 高哲(1983—), 男, 沈阳人, 硕士, 从事变结构控制的研究.

入, $G \in R^{n \times n}$ 为系数矩阵, $H \in R^{n \times 1}$ 为控制矩阵.

对于离散时间滑模控制系统, 由于存在采样周期的滞后, 系统状态只能从任意点出发, 经过有限步到达滑模面, 或者穿越滑模面后再反向穿越滑模面, 形成步步反向穿越滑模面的运动. 该反向步步穿越滑模面的区域定义为

$$S = \{x \in R^n \mid -\delta < s < +\delta\}. \quad (2)$$

其中: δ 为切换宽度, $s = f(x) \in R$ 为滑模面. 称 S 在切换带的运动为准滑动模式.

对于离散时间系统而言, 由于切换带的存在使到达条件变得复杂, 文献[8]给出了满足到达条件的离散时间趋近律为

$$s(k+1) = (1 - qT)s(k) - T \operatorname{sgn}(s(k)). \quad (3)$$

其中: $s \in R$ 为滑模函数; $s(k+1)$ 和 $s(k)$ 分别为 $k+1$ 和 k 时刻的滑模面的状态; T 为采样时间; q 和 δ 为常数, 且满足 $0 < (1 - qT) < 1$. 这样系统会存在切换带, 且切换宽度为

$$\delta = \frac{T}{2 - qT}. \quad (4)$$

由于切换带的存在, 系统状态不能渐近收敛到原点, 而只能在原点的一个小邻域内运动. 为了使系统状态最终收敛到原点, 本文将对离散时间趋近律(3)进行改进, 以减弱系统的抖振, 使系统状态最终收敛到原点.

3 离散时间全程滑模控制器设计

3.1 全程滑模面设计

对于线性离散时间系统(1), 设计如下的滑模面:

$$s(k) = Dx(k) - Dx(0) - Dm(k), \quad (5)$$

$$m(k+1) = Gx(k) + HKx(k) - x(k) + m(k). \quad (6)$$

其中: $m(k) \in R^n$ 和 $D \in R^{1 \times n}$ 为常数矩阵, 且设计 D 时只要保证 DH 可逆即可; $K \in R^{1 \times n}$ 为常数矩阵.

当 $k = 0$ 时, 即在初始时刻, $m(0) = 0$, 所以 $s(0) = 0$, 即系统状态在初始时刻就落在滑模面上.

定理 1 若系统(1)可控, 则存在向量 $K \in R^{1 \times n}$ 使滑模面(5)稳定, 且通过下式可对滑动模式的极点进行配置:

$$(G + HK) = \dots \quad (7)$$

其中: $G \in R^{n \times n}$, $H \in R^{n \times 1}$, (A) 表示 A 的极点集, (B) 表示指定的极点集. 滑模运动方程为

$$x(k+1) = (G + HK)x(k). \quad (8)$$

证明 由式(5)有

$$s(k+1) = Dx(k+1) - Dx(0) - Dm(k+1). \quad (9)$$

将式(9)减去(5)可得关于 s 的差分为

$$s(k) = s(k+1) - s(k) = Dx(k+1) - Dx(k) - Dm(k+1) + Dm(k). \quad (10)$$

将式(6)代入(10)可得

$$s(k) = DGx(k) + DHu(k) - Dx(k) - DGx(k) - DHKx(k) + Dx(k) = DHu(k) - DHKx(k). \quad (11)$$

由于 DH 可逆, 令 $s(k) = 0$, 可得等效控制为

$$u_{eq}(k) = Kx(k). \quad (12)$$

将式(12)代入(1)可得滑模运动方程为

$$x(k+1) = (G + HK)x(k). \quad (13)$$

通过设计 K 使 $G + HK$ 的极点在单位圆内或等于指定的极点集, 则滑模面(5)为稳定的滑模面.

由定理 1 可知, 这种设计方法不但可以实现全程滑模, 而且与线性滑模面设计相比, 在设计滑模面的过程中不需要状态变换. 设计过程简单也是该方法的一大优点.

考虑如下具有匹配不确定性的离散时间系统:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) + \tilde{H}u(k), \quad (14)$$

其中不确定项 $\tilde{H}(k) \in R^{n \times 1}$ 满足匹配条件, 即 $\tilde{H}(k) = H\tilde{H}, \tilde{H} \in R$. 那么关于切换函数 s 的差分为

$$s(k) = s(k+1) - s(k) = DHu(k) - DHKx(k) + DH\tilde{H}u(k). \quad (15)$$

令式(15)右端等于零, 得到等效控制为

$$u_{eq}(k) = (1 + \tilde{H})^{-1} Kx(k). \quad (16)$$

将式(16)代入(14)中得

$$x(k+1) = Gx(k) + HKx(k). \quad (17)$$

对比式(13)可知, 设计的全程滑模面对于匹配干扰 \tilde{H} 具有不变性, 即匹配不确定项不影响滑动模式方程(14), 在设计滑模面时, 可以忽略匹配干扰.

3.2 全程滑模控制器设计

根据以上分析可知, 若采用式(3)所示的趋近律, 则系统在稳态时会存在稳态误差. 文献[9]提出的改进的趋近律, 虽然减小了系统的抖振和稳态误差, 但所形成的切换区是以原点为顶点的扇形切换区, 尽管系统在稳态时的抖振幅值很小, 但刚到达切换区时系统的抖振却很大. 文献[10]提出了将二者分段结合的方法设计切换律, 但是没有给出趋近律何时切换, 而且趋近律切换时的控制量突变会对系统有一定的影响.

针对以上问题, 本文设计了如下的双曲正切离散趋近律:

$$s(k+1) = (1 - qT)s(k) -$$

$$\tanh(|s(k)|) T \operatorname{sgn}(s(k)). \quad (18)$$

其中: $\tanh(x)$ 为双曲正切函数, 其他参数定义同式(3).

定理 2 若采用式(18)的改进趋近律, 则系统存在如下时变的切换带, 且切换宽度为

$$= \frac{T \tanh(|s(k)|)}{2 - qT}. \quad (19)$$

证明 当 $s(k) = +$, $s(k+1) = -$ 时, 即

$$- = (1 - qT) - T \tanh(|s(k)|),$$

可解得式(19)成立. 同理, 当 $s(k) = -$, $s(k+1) = +$ 时, 也可解得式(19)成立. 由此可知, 当 $|s(k)|$ 时, $T/(2 - qT)$; 而当 $|s(k)|$ 0 时, 0. 当远离滑模面时, $|s(k)|$ 值变大,

$T/(2 - qT)$, 切换带的宽度趋近于式(4)所示宽度值, 所以系统在刚进入切换带时的抖振幅值并不是很大. 增加 的值, 可保证系统快速趋近切换面. 当 k 很大时, $|s(k)|$ 0, 切换带宽度 0, 于是可消除系统的稳态误差. 由于设计采用的是双曲正切函数, 与文献[10]相比, 既没有控制量突变, 又同时兼具了带状切换律和扇形切换律二者的优点.

定理 3 若系统(1)可控, 选择如下控制律:

$$u(k) = Kx(k) - (DH)^{-1} [T \tanh(|s(k)|) \operatorname{sgn}(s(k)) + Tqs(k) + Dd(k-1)], \quad (20)$$

其中 $d(k) = Hu(k)$, 且 $d(k-1)$ 表示前一时刻的值. 则系统(14)满足滑模到达条件, 且可以有效地减小系统的抖振和稳态误差.

证明 计算切换函数 $s(k)$ 的差分为

$$s(k) = s(k+1) - s(k) = Dx(k+1) - Dx(k) - Dm(k+1) + Dm(k). \quad (21)$$

将式(20)和(14)代入(21)可得

$$\begin{aligned} s(k+1) - s(k) &= DGx(k) + DHu(k) + D Hu(k) - m(k+1) - m(k) = DHu(k) + D Hu(k) - DHKx(k) - T \tanh(|s(k)|) \operatorname{sgn}(s(k)) - Tqs(k) + D(d(k) - d(k-1)). \end{aligned} \quad (22)$$

由文献[10]可知, 用前一时刻的不确定项 $d(k-1)$ 近似代替当前时刻的不确定项 $d(k)$ 具有一定的合理性. 若用 $d(k-1)$ 近似代替 $d(k)$, 可得

$$s(k+1) - s(k) = T \tanh(|s(k)|) \operatorname{sgn}(s(k)) - Tqs(k). \quad (23)$$

由文献[8]可知, 控制律(20)可使系统(14)满足到达条件. 将系统状态方程(14)改写如下:

$$x(k) = Gx(k-1) + Hu(k-1) + d(k-1). \quad (24)$$

所以 $d(k-1)$ 可根据下式计算:

$$d(k-1) = x(k) - Gx(k-1) - Hu(k-1). \quad (25)$$

由此定理得证.

4 基于 Buck 变换器的仿真研究

降压变换器又称 Buck 变换器, 是将输入电压进行降压变换的直流斩波器, 即输出电压低于输入电压. 基本电路如图 1 所示.

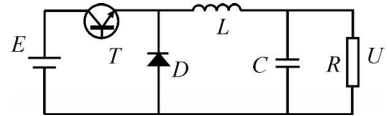


图 1 Buck 变换器电路

Buck 变换器的输入电压 E 总是存在干扰的, 考虑输入电压含有干扰时的状态空间平均模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{x_2}{C} - \frac{x_1}{RC}, \\ \dot{x}_2 = -\frac{x_1}{L} + \frac{E}{L}u + \frac{E}{L}u. \end{cases} \quad (26)$$

其中: x_1 和 x_2 分别代表 Buck 变换器的平均电容电压和电感电流; u 是在 $0 \sim 1$ 之间变化的控制输入量, 即占空比; L, C, R 分别为电感值、电容值、电阻值, 且均为正常数; E 为输入电压 E 的纹波干扰项. 系统(26)可改写为

$$\dot{x} = Ax + Bu + Bu. \quad (27)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ E \\ L \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -E \\ L \end{bmatrix},$$

并假设 A^{-1} 存在. 式(27)中输入不确定项满足匹配条件, 即

$$B = B\tilde{B}. \quad (28)$$

设采样周期为 T , 采用零阶保持器, 可得离散时间状态方程为

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) + Hu(k). \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} G &= e^{AT} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}; \\ H &= A^{-1}(e^{AT} - I)B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}; \\ H &= A^{-1}(e^{AT} - I)B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

$a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2$ 均为一维常数; b_1 和 b_2 为时变项代表系统的一维不确定项扰动; I 为二维单位矩阵

阵.

根据定理 3 设计如下全程滑模控制器 :

$$u(k) = Ke(k) - (DH)^{-1} [T \tanh(s(k)) \operatorname{sgn}(|s(k)|) + Tqs(k) + D(Gr_a - r_d) + Dd(k-1)], \quad (30)$$

其中 : r_a 为理想输出, $e(k) = x(k) - r_d$ 为误差信号, $d(k-1) = x(k) - Gx(k) - Hu(k)$. 按文献[8]设计控制器为

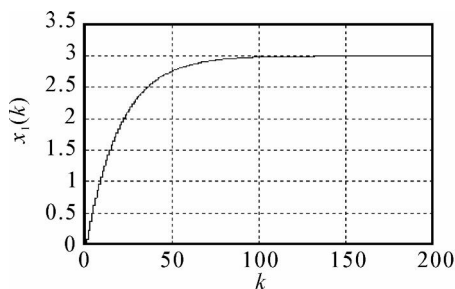
$$u(k) = Ke(k) - (DH)^{-1} [Tqs(k) + D(Gr_a - r_d) + T \operatorname{sgn}(s(k)) + Dd(k-1)]. \quad (31)$$

设 Buck 变换器的系统参数为 : $L = 100 \text{ mH}$, $C = 470 \mu\text{F}$, $E = 10 \text{ V}$, $R = 100$, $T = 0.01 \text{ s}$. $r_d = 3 \text{ V}$, 干扰 $E = \sin(kT)$, 则离散化后系统的各系数矩阵为

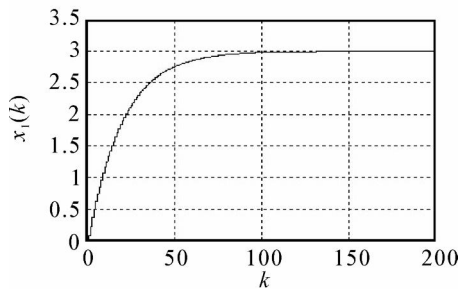
$$G = \begin{bmatrix} 0.9685 & 2.0977 \\ -0.0099 & 0.9895 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0.1054 \\ 0.0996 \end{bmatrix}.$$

设滑动模态极点为 $\lambda_1 = -0.01$, $\lambda_2 = 0.95$. 通过极点配置可得 $K = [-0.0386 \quad -10.1745]$. 控制器其余参数设计为 $D = [1 \quad 1]$, $q = 10$, $\sigma = 0.5$. 仿真结果如图 2 ~ 图 4 所示.

由图 2 可以看出, 无论是改进的控制器 (30) 还是 (31), 对电源端输入干扰都具有较好的鲁棒性. 观察图 3 可知, 切换函数开始就在原点附近, 消除了普通滑模控制系统的到达阶段, 实现了全程滑模控制, 增强了系统的鲁棒性. 从图 4(a) 和 (b) 的对比可见, 改进的全程滑模控制器 (30) 不但增强了系统的鲁

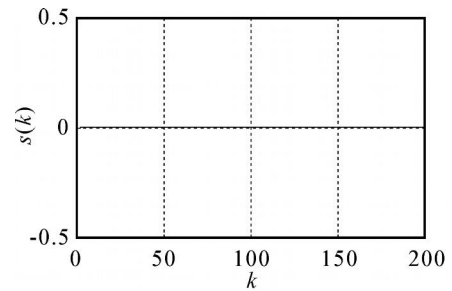


(a) 对应控制律(30)

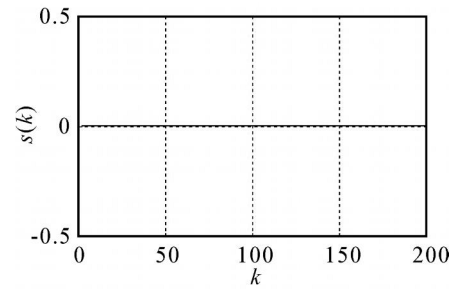


(b) 对应控制律(31)

图 2 输出曲线

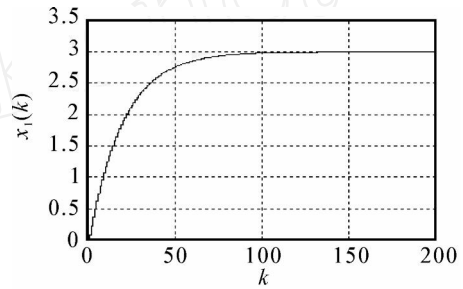


(a) 对应控制律(30)

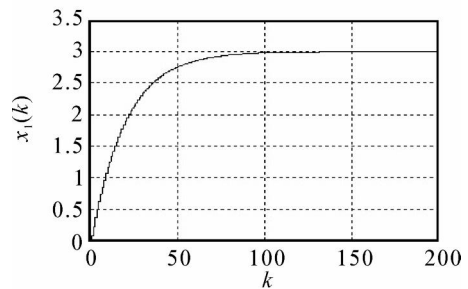


(b) 对应控制律(31)

图 3 切换函数曲线



(a) 对应控制律(30)



(b) 对应控制律(31)

图 4 控制曲线

棒性, 而且减小了系统的抖振强度, 这对滑模控制理论的实际应用具有重要的意义.

5 结 论

按照本文方法所设计的全程滑模控制器, 能在状态开始阶段就在滑模面上运动, 从而消除到达阶段, 增强了系统的鲁棒性. 且本文所提出的设计方法无需状态变换, 实现起来较为简单可行. 利用改进的双曲正切趋近律设计控制器, 减小了系统的抖振强度. 将所设计的离散时间全程滑模控制器应用到

Buck 变换器的电压跟踪控制系统中,实现了在系统含有扰动时对理想电压的鲁棒跟踪,削弱了抖振。

参考文献(References)

- [1] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
(Gao W B. Variable structure control theory and design [M]. Beijing: Science Publishing Company, 1998.)
- [2] Hung J Y, Gao W, Hung J C. Variable structure control: A survey [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1993, 40(1): 2-22.
- [3] Ni Y, Xu J P. Study of global sliding mode controlled switching DC-DC converters[C]. Proc of the IEEE Int Conf on Industrial Technology. Chengdu, 2008: 1-5.
- [4] 冯勇, 迟豫东, 任倩. 具有全局鲁棒性的时变滑模平面的设计方法[J]. 宇航学报, 1997, 18(3): 59-63.
(Feng Y, Chi Y D, Ren Q. Design of time varying sliding surface with global robustness [J]. J of Astronautics, 1997, 18(3): 59-63.)
- [5] 刘云峰, 缪栋, 刘华峰, 等. 基于全程滑模的有限时间滑模变结构控制[J]. 上海航天, 2008, (3): 11-15.
(Liu Y F, Miao D, Liu H F, et al. Sliding mode variable structure control of finite-time based on global sliding mode [J]. Shanghai Aerospace, 2008, 25(3): 11-15.)
- [6] Wang Z Y, Zhang J G, Chen Z M, et al. Global sliding mode variable structure control based on neural network [J]. J of System Simulation, 2007, 19(11): 2523-2526.
- [7] 米阳, 李文林, 井元伟, 等. 线性多变量离散系统全程滑模变结构控制[J]. 控制与决策, 2003, 18(4): 460-463.
(Mi Y, Li W L, Jing Y W, et al. Global sliding mode control for uncertain discrete time systems[J]. Control and Decision, 2003, 18(4): 460-463.)
- [8] Gao W B, Wang Y F, Abdollah Homaifa. Discrete-time variable structure control systems[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1995, 42(2): 117-122.
- [9] 姚琼荃, 宋立忠, 温洪. 离散变结构控制系统的比例-等速-变速控制[J]. 控制与决策, 2000, 15(3): 329-332.
(Yao Q H, Song L Z, Wen H. Proportional-constant-variable rate control for discrete-time variable structure systems[J]. Control and Decision, 2000, 15(3): 329-332.)
- [10] 闫明, 井元伟. 二进制 ABR 流量控制的离散滑模控制算法[J]. 控制与决策, 2007, 22(7): 735-739.
(Yan M, Jing Y W. Discrete sliding mode structure control algorithm for binary ABR flow control [J]. Control and Decision, 2007, 22(7): 735-739.)

(上接第 1379 页)

- [2] Xu Ze-shui. An approach based on the uncertain LOWG and induced uncertain LOWG operators to group decision making with uncertain multiplicative linguistic preference relations [J]. Decision Support Systems, 2006, 41(2): 488-499.
- [3] Xu Ze-shui, Chen Jian. An interactive method for fuzzy multiple attribute group decision making [J]. Information Sciences, 2007, 177(1): 248-263.
- [4] Chen Chen-tung. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(1): 1-19.
- [5] Li Deng-feng. Compromise ratio method for fuzzy multi-attribute group decision making [J]. Applied Soft Computing, 2007, 7(3): 807-817.
- [6] Kuo Ming-shin, Tzeng Gwo-joimg, Huang Wei-chih. Group decision-making based on concepts of ideal and anti-ideal points in a fuzzy environment [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2007, 45(3): 324-339.
- [7] Wang YuU-jie, Lee Hhuar-shih. Generalizing TOPSIS for fuzzy multiple-criteria group decision-making [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2007, 53(3): 1762-1772.
- [8] Chu Ta-chung. Facility location selection using fuzzy TOPSIS under group decision[J]. Int J of Uncertainty Fuzziness and Knowledge Based System, 2002, 10(6): 687-701.
- [9] Chen Chen-tung, Lin Ching-torng, Huang Sue-fn. A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management [J]. Int J of Production Economics, 2006, 102(2): 289-301.
- [10] Liu B, Liu Y K. Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems. 2002, 10, (4): 445-450