

文章编号: 1001-0920(2009)10-1495-04

## 基于交叉评价和竞争视野优化的多属性决策方法

王洁方, 刘思峰

(南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016)

**摘要:** 借鉴数据包络分析(DEA)的交叉评价思想,首先,建立了评价对象以“自身优势最大化”为一致目标时基于交叉评价的多属性决策模型;然后,在重新定义“竞争区间”的概念基础上,用竞争视野优化准则对模型进行修正;最后,通过具体算例表明,该方法公平地体现了评价对象在决策过程中的“发言权”和“能动性”,保证了决策的公正性。

**关键词:** 多属性决策;交叉评价;竞争视野优化;数据包络分析

**中图分类号:** C934      **文献标识码:** A

## Multi-attribute decision making method based on cross-evaluation and competitive view optimization

WANG Jie-fang, LIU Si-feng

(School of Economic and Management, University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China.  
Correspondent: WANG Jie-fang, E-mail: wangjiefang\_@163.com)

**Abstract:** Learning from cross-evaluation methods in data envelopment analysis (DEA), a multi-attribute decision-making method is proposed under the assumption that evaluated objects always maximize their own advantages. Furthermore, on the basis of new concept of “competitive interval”, the model is renewed by using “competitive view optimization criterion”. Finally, an example shows that the evaluated objects’ “initiative” is reflected fairly in the process of decision-making.

**Key words:** Multi-attribute decision making; Cross-evaluation; Competitive view optimization; DEA

### 1 引言

在多属性决策中,由于客观事物的复杂性和不确定性以及认知水平的有限性,决策者往往只能掌握部分权重信息,以不确定形式表达的权重向量往往更有可信度且更易被接受。

在不确定权重条件下,相关文献提出了一系列权重分配优化目标,以此建立求解“确定权重”的数学模型,进而对评价对象进行排序或择优。这些“优化目标”主要包括:属性对所有决策方案的总离差最大化<sup>[1]</sup>,评价结果与决策者主观偏好的偏差最小化(或关联度最大化)<sup>[2-8]</sup>,评价价值对决策者的期望值的达成度和综合度最优化<sup>[9]</sup>等。

在上述模型中,有的强调使评价对象的评价价值离散化,以便于排序;有的追求评价结果最大程度地满足决策者的“偏好”或“期望”。从评价对象的视角出发,能体现评价对象“发言权”的多属性决策方法

却很少。文献[10,11]初步探讨了在权重信息完全未知和权重“非独裁”条件下,通过评价对象的公平竞争获取权重的决策模型。

本文借鉴数据包络分析(DEA)交叉评价的思想,将决策系统中各评价对象在一定目标下的“互评”和“自评”结果进行集结,作为评价对象排序和择优的基准。本文首先建立了评价对象以“自身优势最大化”为一致目标时,基于交叉评价的多属性决策模型;然后,从交叉评价的角度重新定义了“竞争区间”<sup>[12]</sup>的概念,进而对模型进行修正,给出了评价对象以“突出自身优势、弱化竞争对手优势”为一致目标(“竞争视野优化准则”<sup>[10]</sup>)时的多属性决策步骤。

### 2 “自身优势最大化”条件下基于交叉评价的多属性决策步骤

在决策者给定的不确定权重范围内,显然各评价对象的“最优权重”(优化目标对应的“权重”)不尽

收稿日期: 2008-11-13; 修回日期: 2009-01-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70701017); 教育部哲学社会科学研究后期资助项目(97JHQ0053); 江苏省普通高校毕业生科研创新计划项目(CX09B\_054R).

作者简介: 王洁方(1982—),女,河南洛阳人,博士生,从事系统评价和决策模型、灰色系统理论的研究; 刘思峰(1955—),男,河南平舆人,教授,博士生导师,从事数量经济学、灰色系统理论的研究。

相同. 此时, 为体现评价对象的竞争优势和“发言权”, 最易行的方法是以评价对象在各自最优权重下的综合属性值作为排序或择优的基准. 但该方法只能用于评价对象“优点”和“优点”之间的比较, 并不能综合全面地反映评价对象的优劣性.

上述不足在采用传统 DEA 模型(如 CCR 模型)对决策单元(评价对象)的效率进行排序时也同样存在: 传统 DEA 模型的求解结果仅是决策单元可能效率的最大值, 同样不能客观全面地反映决策单元生产效率的优劣. Sexton 等<sup>[12]</sup>提出的 DEA 交叉评价(Cross-evaluation)方法弥补了传统 DEA 模型在效率评价时的不足. 其基本思想是: 对被评价决策单元在所有决策单元(包括自身)的最优权重下的效率值进行平均, 将其作为排序或择优的基准.

首先假设各评价对象以“自身优势最大化”为一致目标, 借鉴 DEA 交叉评价的思想, 给出基于交叉评价的多属性决策步骤.

设有  $n$  个评价对象,  $U = (u_1, \dots, u_j, \dots, u_m)$  为评价对象的属性集. 对评价对象  $i$  按属性  $u_j$  进行测度, 可得到属性值  $x_{ij} (i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m)$ , 从而构成决策矩阵  $X = (x_{ij})_{n \times m}$ . 由于篇幅限制, 假定  $X$  为经过初始化的决策矩阵.

Step1: 构造不确定性权重集合  $W$ .

记不确定性权重集合为  $W$ , 根据决策者获取的权重信息,  $W$  的常见数学表达形式可分为 8 类<sup>[5, 13]</sup>, 分别记为

$$\begin{aligned}
 W_1 &= \{(w_1, \dots, w_j, \dots, w_m) \mid w_{j_1} \geq w_{j_2}, \\
 &\quad j_1, j_2 \in M, \sum_{j=1}^m w_j = 1, w_j \geq 0\}, \\
 W_2 &= \{(w_1, \dots, w_j, \dots, w_m) \mid w_{j_1} \geq \alpha_{j_1 j_2} w_{j_2}, \\
 &\quad j_1, j_2 \in M, \sum_{j=1}^m w_j = 1, w_j \geq 0\}, \\
 W_3 &= \{(w_1, \dots, w_j, \dots, w_m) \mid w_{j_1} - w_{j_2} \leq w_{j_3} - w_{j_4}, \\
 &\quad j_1, j_2, j_3, j_4 \in M, \sum_{j=1}^m w_j = 1, w_j \geq 0\}, \\
 W_4 &= \{(w_1, \dots, w_j, \dots, w_m) \mid \xi_{j_1 j_2} \leq w_{j_1} / w_{j_2} \leq \eta_{j_1 j_2}, \\
 &\quad j_1, j_2 \in M, \sum_{j=1}^m w_j = 1, w_j \geq 0\}, \\
 W_5 &= \{(w_1, \dots, w_j, \dots, w_m) \mid w_{j_1} - w_{j_2} \geq \beta_{j_1 j_2}, \\
 &\quad j_1, j_2 \in M, \sum_{j=1}^m w_j = 1, w_j \geq 0\}, \\
 W_6 &= \{(w_1, \dots, w_j, \dots, w_m) \mid \sigma_{j_1} \leq w_{j_1} \leq \delta_{j_1}, \\
 &\quad j_1 \in M, \sum_{j=1}^m w_j = 1, w_j \geq 0\}, \\
 W_7 &= \{(w_1, \dots, w_j, \dots, w_m) \mid \sum_{j=1}^m w_j = 1, w_j \geq 0\}, \\
 W_8 &= \{W_1, W_2, \dots, W_6 \text{ 中若干集合的混合形式}\}.
 \end{aligned}$$

其中:  $\alpha_{j_1 j_2}, \xi_{j_1 j_2}, \eta_{j_1 j_2}, \beta_{j_1 j_2}, \sigma_{j_1}, \delta_{j_1}$  均为非负常数;  $M = \{1, 2, \dots, m\}$ ;  $W_7$  表示权重信息完全未知;  $W_8$  表示权重信息用区间数、序关系等多种形式表达.

Step2: 求解各评价对象的最优权重.

在各评价单元以“自身优势最大化”为一致目标时, 评价对象  $i$  的最优权重  $w_i^* = (w_{i1}^*, \dots, w_{ij}^*, \dots, w_{im}^*)$  为下式的最优解向量:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \sum_{j=1}^m w_{ij} x_{ij}, \\
 \text{s. t.} \quad & w_i = (w_{i1}, \dots, w_{ij}, \dots, w_{im}) \in W. \quad (1)
 \end{aligned}$$

Step3: 计算各评价对象的“交叉综合属性值”.

**定义 1** 称  $d_{i_o i} = \sum_{j=1}^m w_{ij}^* x_{i_o j}$  为评价对象  $i$  对评价对象  $i_o$  的交叉综合属性值. 其中  $w_i^* = (w_{i1}^*, \dots, w_{ij}^*, \dots, w_{im}^*)$  为评价对象  $i$  的最优权重.

显然,  $d_{i_o i_o}$  是特殊的交叉综合属性值, 等于评价对象  $i_o$  的最大综合属性值.

Step4: 计算各评价对象的平均交叉综合属性值, 作为排序或择优的基准.

**定义 2** 称各评价对象对于评价对象  $i_o$  的交叉综合属性值的平均值为评价对象  $i_o$  的平均交叉综合属性值, 记为

$$d_i^{\text{cross}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{i_o i}.$$

按照平均交叉综合属性值的大小对决策单元进行排序或择优.

在特殊情况下, 评价对象  $i$  的最优权重可能不唯一, 从而导致交叉综合属性值不唯一. 考虑到计算评价对象  $i (i \neq i_o)$  对于评价对象  $i_o$  的交叉综合属性值时, 评价对象  $i_o$  处于被动地位, 当评价对象  $i$  的最优权重不唯一时, 令

$$\begin{aligned}
 d_{i_o i} &= \min \sum_{j=1}^m w_{ij} x_{i_o j}, \\
 \text{s. t.} \quad & \sum_{j=1}^m w_{ij} x_{ij} = d_{ii}, \\
 w_i &= (w_{i1}, \dots, w_{ij}, \dots, w_{im}) \in W. \quad (2)
 \end{aligned}$$

**定理 1** 存在  $w_{i_o} \in W$ , 使  $d_{i_o}^{\text{cross}} = \sum_{j=1}^m w_{i_o j} x_{i_o j}$ ,

其中  $w_{i_o} = (w_{i_o 1}, \dots, w_{i_o j}, \dots, w_{i_o m})$ .

**证明** 设  $w_i^* = (w_{i1}^*, \dots, w_{ij}^*, \dots, w_{im}^*)$  为评价对象  $i$  的最优权重(当其不唯一时, 通过规划问题(2)求解).

显然, 对  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ , 有  $w_i^* \in W$ . 当  $W$  为  $W_1, W_2, \dots, W_8$  中任何一形式时,  $W$  均为凸集(证明过程略). 因此, 令  $w_{i_o j} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n w_{ij}^*$ , 一定有  $w_{i_o} =$

$(\omega_{i_0,1}, \dots, \omega_{i_0,j}, \dots, \omega_{i_0,m}) \in W$ . 同时有

$$\sum_{j=1}^m \omega_{i_0,j} x_{i_0,j} = \sum_{j=1}^m \left( \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n \omega_{ij}^* \right) x_{i_0,j} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^m \omega_{ij}^* x_{i_0,j} = d_{i_0}^{\text{cross}}. \quad \square$$

定理 1 及证明过程说明:1) 各评价对象的平均交叉综合属性值对应的权重向量属于决策者给出的不确定性权重集合  $W$ , 决策结果易于被决策者接受;2) 通过评价对象对权重分配方式的竞争和自互评信息的集结, 各评价对象的平均交叉综合属性值对应的权重等于所有评价对象最优权重的平均值, 体现了决策结果对评价对象的公平性.

### 3 竞争视野优化准则下的模型修正

首先从交叉评价的角度, 给出“竞争区间”和“竞争视野”的新定义.

定义 3(竞争区间) 记

$$z_o = \left[ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1, i \neq i_o}^n d_{i_o,i}, d_{i_o,i_o} \right]$$

为评价对象  $i_o$  的竞争区间.

竞争区间  $z_o$  的上界反映评价对象  $i_o$  的乐观评价价值, 下界反映评价对象  $i_o$  的悲观评价价值. 从交叉评价的角度看, 评价对象  $i_o$  最乐观的情况是: 其他评价对象均放弃竞争, 按照“评价对象  $i_o$  的优势最大化”分配权重. 此时, 评价对象  $i_o$  的评价值等于其最大综合属性值  $d_{i_o,i_o}$ .

按照上述思路, 评价对象  $i_o$  最悲观的情况是: 评价对象  $i_o$  放弃竞争, 按照“其他评价对象优势最大化”分配权重. 此时, 评价对象  $i_o$  的评价值等于其他各评价对象(不包括自身) 对它的交叉综合属性值的平均值  $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1, i \neq i_o}^n d_{i_o,i}$ .

定义 4(竞争视野) 评价对象  $i_o$  潜在竞争对手的集合, 称为评价对象  $i_o$  的竞争视野, 记为  $S_{i_o}$ . 评价对象  $i(i \neq i_o)$  属于  $S_{i_o}$  的条件为  $z_{i_o} \cap z_i \neq \emptyset$ , 其中  $z_{i_o}$  和  $z_i$  分别为评价对象  $i_o$  和  $i$  的竞争区间.

本文对“竞争区间”和“竞争视野”的定义是从交叉评价的角度给出的, 与文献[12]中的定义不同.

性质 1  $d_{i_o}^{\text{cross}} \in z_{i_o}$ .

证明 由  $d_{i_o,i_o} \geq \max_{i \neq i_o} d_{i_o,i}$ , 有

$$\frac{1}{n-1} \sum_{i=0, i \neq i_o}^n d_{i_o,i} \leq d_{i_o}^{\text{cross}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{i_o,i} \leq d_{i_o,i_o},$$

即  $d_{i_o}^{\text{cross}} \in \left[ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1, i \neq i_o}^n d_{i_o,i}, d_{i_o,i_o} \right] = z_{i_o}$ .  $\square$

定义 6(竞争视野优化准则) 任一评价对象都具有提升自身优势、降低潜在竞争对手优势的双重

目的<sup>[10]</sup>, 即评价对象均以“突出自身优势、弱化竞争对手优势”为一致目标.

该准则将评价对象看作“智能体”模拟“经济人”的行为, 更能体现评价对象的“能动性”.

在竞争视野优化准则下, 评价对象  $i$  的最优权重记为  $\omega'_i = (\omega'_{i1}, \dots, \omega'_{ij}, \dots, \omega'_{im})$ , 用下式对其求解:

$$\begin{aligned} & \max \left( \sum_{j=1}^m \omega_{ij} x_{ij} - \sum_{q=1, q \neq i}^n f_{iq} \sum_{j=1}^m \omega_{ij} x_{qj} \right), \\ & \text{s. t. } \omega_i = (\omega_{i1}, \dots, \omega_{ij}, \dots, \omega_{im}) \in W, \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $f_{iq} = \tilde{f}_{iq} / \sum_{q=1, q \neq i}^n \tilde{f}_{iq}$  ( $\sum_{q=1, q \neq i}^n \tilde{f}_{iq} \neq 0$ ) 为评价对象  $i$  对评价对象  $q$  的关注度.

根据定义 3 可得

$$\tilde{f}_{iq} = \begin{cases} \frac{e(z_i \cap z_q)}{e(z_i \cup z_q)}, & e(z_i \cup z_q) \neq 0; \\ 0, & e(z_i \cup z_q) = 0. \end{cases}$$

其中  $e$  为区间长度的测度.

特别说明, 当  $\sum_{q=1, q \neq i}^n \tilde{f}_{iq} = 0$  时,  $f_{iq} = 0 (q = 1, 2, \dots, n)$ , 即评价对象  $i$  的竞争区间与其他任何评价对象的竞争区间均不相交时, 评价对象  $i$  的竞争视野为空集.

在竞争视野优化准则下, 评价对象  $i$  对于  $i_o$  的交叉综合属性值记为  $e_{i_o,i} = \sum_{j=1}^m \omega'_{ij} x_{i_o,j}$ .

相应的, 若规划问题(3)的最优解向量不唯一, 设其最优解为  $g_i$ , 评价对象  $i(i \neq i_o)$  对  $i_o$  的交叉综合属性值

$$\begin{aligned} e_{i_o,i} &= \min \sum_{j=1}^m \omega_{ij} x_{i_o,j}, \\ \text{s. t. } & \sum_{j=1}^m \omega_{ij} x_{ij} - \sum_{q=1, q \neq i}^n f_{iq} \sum_{j=1}^m \omega_{ij} x_{qj} = g_i, \\ & \omega_i = (\omega_{i1}, \dots, \omega_{ij}, \dots, \omega_{im}) \in W. \end{aligned} \quad (4)$$

在竞争视野优化准则下, 基于交叉评价的多属性决策步骤如下:

Step1: 构造不确定权重集合  $W$ ;

Step2: 求解各评价对象的最优权重  $\omega'_i$ ;

Step3: 计算交叉综合属性值  $e_{i_o,i} (i = 1, 2, \dots, n)$ ;

Step4: 计算平均交叉综合属性值  $e_{i_o}^{\text{cross}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_{i_o,i}$ , 按照平均交叉属性值的大小进行决策.

显然, 对于  $e_{i_o}^{\text{cross}}$  定理 1 仍成立.

### 4 应用算例

对文献[6]中投资方案的优劣性进行排序. 为

开发新产品,拟定了5个投资方案,考察指标(属性)有:投资额  $u_1$ ,期望净现值  $u_2$ ,风险盈利值  $u_3$ ,风险损失值  $u_4$ ,各方案的属性值如表1所示。

表1 5个方案的属性值 万元

方案	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$
1	5.2	5.20	4.73	0.473
2	10.08	6.70	5.71	1.599
3	5.25	4.20	3.82	0.473
4	9.72	5.25	5.54	1.313
5	6.60	3.75	3.30	0.803

属性  $u_j$  的权重  $w_j (j = 1, 2, 3, 4)$  不能完全确定,决策者获得的不确定权重集合为

$$W = \{w = (w_1, w_2, w_3, w_4) \mid 0.3 \leq w_1 \leq 0.4, \\ 0 \leq w_2 \leq 0.15, 0.1 \leq w_3 \leq 0.3, \\ 0.05 \leq w_4 \leq 0.1, \sum_{j=1}^4 w_j = 1\}.$$

将5个方案作为5个评价对象,在竞争视野优化准则下,用本文方法进行决策,具体步骤如下:

1) 求解初始化矩阵

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0.776 & 0.828 & 1 \\ 0.516 & 1 & 1 & 0.296 \\ 0.990 & 0.627 & 0.669 & 1 \\ 0.535 & 0.784 & 0.970 & 0.360 \\ 0.788 & 0.560 & 0.578 & 0.589 \end{bmatrix}.$$

2) 求得各评价对象的竞争区间依次为:  $[0.949, 0.983]$ ,  $[0.511, 0.701]$ ,  $[0.902, 0.964]$ ,  $[0.533, 0.677]$ ,  $[0.656, 0.664]$ . 评价对象1和3互为“潜在竞争对手”,评价对象2,4,5互为“潜在竞争对手”。

3) 求解竞争视野优化准则下的平均交叉综合属性值,依次为:  $e_1^{\text{cross}} = 0.956$ ,  $e_2^{\text{cross}} = 0.540$ ,  $e_3^{\text{cross}} = 0.915$ ,  $e_4^{\text{cross}} = 0.558$ ,  $e_5^{\text{cross}} = 0.650$ .

各方案从优到劣依次为1,3,5,4,2,最优评价对象为方案1。

评价结果与文献[6]相同,但在建模原理上,本文提出的决策方法无需借助决策者的主观偏好信息,排序结果更公正客观。文献[6]的方法依赖于决策者的“主观偏好”,当“主观偏好”更显著时,可能会改变应用算例的决策结果。

## 5 结 论

本文将DEA交叉评价思想用于评价对象有一定优化目标的多属性决策问题,该方法具有以下特点:

1) 建模原理简单,在决策过程中公平体现了评价对象的“发言权”的同时,评价结果也易于被决策

者“接受”。

2) 交叉评价条件下,重新定义“竞争区间”等概念,进而用“竞争视野优化准则”修正决策模型,使决策过程更能体现评价对象的“能动性”。

3) 适用于权重为序关系、区间数等8类常见的不确定权重下的多属性决策问题,应用范围广。

4) 与完全的“自主式决策”方法<sup>[10,11]</sup>相比,更强调评价对象在决策者给出的不确定权重范围内竞争。

假设评价对象以“自身优势最大化”为一致目标时的模型算法相对简便,竞争视野优化准则下的模型算法较复杂,但将评价对象看作“智能体”模拟“经济人”行为的决策思想值得进一步探讨。

## 参考文献 (References)

- [1] 杨静,邱苑华. 基于离差的模糊多属性决策法及其应用[J]. 系统工程, 2008, 26(6): 107-110.  
(Yang J, Qiu W H. Method of fuzzy multi-attribute decision-making based on the deviation model [J]. Systems Engineering, 2008, 26(6): 107-110.)
- [2] Wang Y M, Parkan C. Multiple attribute decision making based on fuzzy preference information on alternatives: Ranking and weighting[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 153 (3): 331-346.
- [3] 卫贵武,魏宇. 对方案有偏好的区间数多属性灰色关联决策模型[J]. 中国管理科学, 2008, 16(1): 151-158.  
(Wei G W, Wei Y. Model of grey relational analysis for interval multiple attribute decision making with preference information on alternatives[J]. Chinese J of Management Science, 2008, 16(1): 151-158.)
- [4] Xu Z S. Intuitionistic preference relations and their application in group decision making[J]. Information Science, 2007, 177(11): 2363-2379.
- [5] Lee K S, Park K S, Eum Y S, et al. Extended methods for identifying dominance and potential optimality in multicriteria analysis with imprecise information [J]. European J of Operational Research, 2001, 134 (3): 557-563.
- [6] 徐泽水. 部分权重信息下对方案有偏好的多属性决策法[J]. 控制与决策, 2004, 19(1): 86-88.  
(Xu Z S. Method for multi-attribute decision making with preference information on alternatives under partial weight information[J]. Control and Decision, 2004, 19 (1): 86-88.)
- [7] Fan Z P, Ma J, Zhang Q. An approach to multiple attribute decision making based on fuzzy preference information on alternatives[J]. Fuzzy sets and Systems, 2002, 131(1): 101-106. (下转第1503页)