

文章编号: 1001-0920(2009)10-1531-04

机器人手眼关系、基坐标系和世界坐标系关系的同时标定

张旭, 李爱国, 马孜, 胡英

(大连海事大学 自动化研究中心, 辽宁 大连 116026)

摘要: 提出了同时确定手眼关系以及机器人坐标系到世界坐标系关系的两种算法. 算法 1 基于矩阵直积理论, 可一次算出标定方程的旋转部分和平移部分, 与现有的 4 元数法相比, 不存在误差的传递问题; 算法 2 基于粒子群优化理论, 同样能一次计算出标定方程的旋转部分和平移部分, 与采用 Levenberg-Marquardt 的算法相比, 该方法只需指定参数的范围. 仿真结果表明了算法的有效性, 并对于类似问题具有一定参考价值.

关键词: 手/眼标定; 机器人坐标系/世界坐标系标定; 粒子群优化算法; 矩阵直积

中图分类号: TP301

文献标识码: A

Simultaneous calibration for relationship of robot hand-eye, base coordinates and world coordinates

ZHANG Xu, LI Ai-guo, MA Zi, HU Ying

(Automation Research Center, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China. Correspondent: ZHANG Xu, E-mail: zhangxu117@163.com)

Abstract: A linear method and a modified particle swarm optimization theory are presented, which allow a simultaneous computation of the transformations from robot world to robot base and from robot tool to robot wrist coordinate frames. The linear method based on kronecker product solves the rotations and translations simultaneously with no error propagation. The particle swarm optimization with mutation solves the rotations and translations simultaneously, which only needs the scopes of the parameters. Simulation results show the performance of the developed methods, which is useful to other problems that can be formulated in the same mathematical form.

Key words: Hand/eye calibration; Robot/world calibration; Particle swarm optimization; Kronecker product

1 引言

近几年来,手眼式机器人系统在电子装配^[1]、逆向工程^[2]、焊接工程^[3]等领域得到了应用.在手眼式视觉系统中,摄像机通常安装在机器人的末端执行器上,获得空间中物体的位置信息;然后,通过控制系统作出决策,命令机器人执行相应的动作.这其中关键的环节是获取摄像机与机器人末端执行器的坐标转换关系,即手眼标定.

手眼标定问题通常归结为求解齐次矩阵方程 $AX = XB$ ^[4].目前,求解手眼标定方程的方法主要有两种:两步法和单步法.两步法是将标定方程分解,首先求解旋转部分,然后利用旋转部分的结果求解平移部分^[4,5].该方法存在误差传递问题,即旋转矩阵的误差会影响到平移向量的精度.单步法可同

时求得旋转部分和平移部分,以非线性优化方法居多.单步法虽然不存在误差传递问题,但却存在初值的选择问题^[6].

文献[7]提出了通过求解齐次矩阵方程 $AX = ZB$ 来同时确定手眼关系 X 以及机器人坐标系和世界坐标系关系 Z 的方法.文献[7]使用 4 元数法求解方程 $AX = ZB$.整个过程分两步:首先计算标定方程的旋转部分;然后计算平移部分,并要求矩阵 A 所对应的旋转角不等于 π .文献[8]对该问题给出了两种求解方法:一是建立关于方程 $AX = ZB$ 的误差函数,得到了使误差函数极小化的闭式解;二是将标定方程转化为非线性优化问题,采用非线性最小二乘进行求解.

本文给出了齐次方程 $AX = ZB$ 的两种新解

收稿日期: 2008-12-19; 修回日期: 2009-03-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目(50575029).

作者简介: 张旭(1981),男,辽宁大连人,博士生,从事机器人控制、机电一体化的研究;马孜(1955—),女,沈阳人,教授,博士生导师,从事自适应控制、机器人应用技术的研究.

法:

方法1:使用向量化算子作用于 $AX = ZB$,得到关于 X, Z 的线性方程.考虑到一般情况下测量数据存在噪声,采用整体最小二乘法求解线性方程.和文献[7]中的方法相比较,本文提出的方法可同时求出旋转矩阵和平移向量,避免了误差的传递.

方法2:基于改进的粒子群优化算法,和非线性最小二乘方法(Levenberg-Marquardt)相比较,本文提出的方法只需指定各个参数的范围,减小了对初值的依赖程度.

2 问题描述

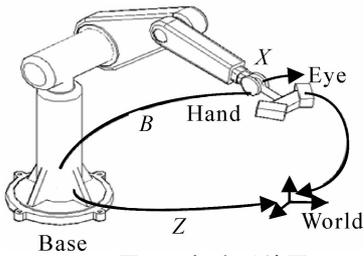


图1 标定系统图

由图1可得

$$AX = ZB. \quad (1)$$

对于摄像机而言,矩阵 A 可通过外参数标定得到,矩阵 B 可通过机器人的正向运动学方程得到^[15].令 R_A, R_X, R_Z, R_B 分别代表齐次变换矩阵 A, X, Z, B 的旋转部分; t_A, t_X, t_Z, t_B 分别代表齐次变换矩阵 A, X, Z, B 的平移部分.式(1)可表示为

$$\begin{bmatrix} R_A & t_A \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_X & t_X \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_Z & t_Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_B & t_B \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

将该齐次方程展开得

$$R_A R_X = R_Z R_B, \quad (3)$$

$$R_A t_X + t_A = R_Z t_B + t_Z. \quad (4)$$

这样,式(1)的求解就转化为以上两个方程的求解.

3 问题的解

3.1 基于矩阵直积

定义1 若 $A = [a_{ij}]$ 是一个 $m \times n$ 矩阵,则 A 的向量化函数 $\text{vec}(A)$ 是一个 $n \times m$ 维向量,即

$$\text{vec}(A) = [a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}, \dots, a_{m1}, \dots, a_{mn}]^T. \quad (5)$$

定义2 $m \times n$ 矩阵 A 和 $p \times q$ 矩阵 B 的Kronecker积定义为

$$A \otimes B = [a_{ij}B] = \begin{bmatrix} a_{11}B & \dots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \dots & a_{mn}B \end{bmatrix}. \quad (6)$$

引理1 若 $A \in R^{m \times p}, B \in R^{p \times q}, C \in R^{q \times n}$,则

$$\text{vec}(ABC) = (A \otimes C^T)\text{vec}(B). \quad (7)$$

将向量化函数 $\text{vec}(\cdot)$ 作用于式(3)和(4),应用引理1可得

$$[R_A \otimes I_3, -I_3 \otimes R_B^T] \begin{bmatrix} \text{vec}(R_X) \\ \text{vec}(R_Z) \end{bmatrix} = 0, \quad (8)$$

$$[I_3 \otimes t_B^T, -R_A, I_3] \begin{bmatrix} \text{vec}(R_Z) \\ t_X \\ t_Z \end{bmatrix} = t_A, \quad (9)$$

其中 I_3 代表 3×3 单位矩阵.令 $\text{vec}(R_X) = x, \text{vec}(R_Z) = z$,式(8)和(9)可简化为

$$\begin{bmatrix} R_A \otimes I_3 & -I_3 \otimes R_B^T & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} \\ 0_{3 \times 9} & I_3 \otimes t_B^T & -R_A & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \\ t_X \\ t_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_9 \\ t_A \end{bmatrix}. \quad (10)$$

式(10)是一个典型的具有 $CY = b$ 形式的线性方程组,只要测量数据足够多(文献[7]研究表明,唯一确定 R_X, R_Z, t_X, t_Z 至少需要3组数据),就可以通过最小二乘法求解.考虑到一般情况下测量数据存在噪声,即标定方程(7)左右两边均有扰动,本文采用整体最小二乘法^[13].基本步骤如下:

1) 对增广 $[-b, C]$ 进行奇异值分解,记最小奇异值所对应的特征向量为 $v = [v_1, v_2, \dots, v_{25}]^T$;

2) 式(10)的整体最小二乘解为

$$y = \frac{1}{v_1} [v_2, v_3, \dots, v_{25}]^T. \quad (11)$$

3.2 具有变异操作的粒子群优化算法(MPSO)

粒子群优化算法(PSO)是由Eberhart和Kennedy^[9]提出的一种基于群体智能理论的演化计算方法,通过种群粒子间的合作与竞争产生群体智能指导优化搜索.与常规的GA算法相比较,它具有算法简单、易实现、计算量小和计算效率高的优点.同遗传算法类似,粒子群算法首先初始化一群随机粒子,每个粒子都代表着优化问题的一个可能解.它有自己的位置和速度,粒子位置坐标对应的目标函数作为该粒子的适应度^[9,10].在每次迭代中,各个粒子记忆并追随当前最优粒子,通过跟踪两个“极值”更新自己:一个是粒子本身所找到的最优解,即个体极值;另一个是整个种群目前找到的最优解,称为全局极值.在找到这两个最优值后,粒子进行迭代并更新自己的位置^[9-11].

设在 d 维的搜索空间中,种群粒子数为 $n, x_j = [x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jd}], v_j = [v_{j1}, v_{j2}, \dots, v_{jd}]$ 分别表示第 j 个粒子位置及速度,则每个粒子的速度和位置更新为

$$v_j(k+1) = \omega v_j(k) + c_1 \text{rand1}() (p_j - x_j(k)) + c_2 \text{rand2}() (G - x_j(k)), \quad (12)$$

$$x_j(k+1) = x_j(k) + v_j(k). \quad (13)$$

其中： $k, k + 1$ 分别为进化代数为当前代和下一代； p_j 为第 j 个粒子自身搜索到的最佳点； G 为整个种群目前搜索到的最佳点； ω 为惯性系数，用来控制算法的收敛特性^[12]，通常按式(14)调节； c_1, c_2 为加速度因子，通常设 $c_1 = c_2 = 2^{[11]}$ ； $\text{rand}()$ 为 $[0, 1]$ 之间的随机数。为了减少粒子飞离搜索空间的可能性，将速度 v_j 限制在 $[-v_{\max}, v_{\max}]$ 之间， $v_{\max} = \sigma x_{\max}, \sigma \in [0, 1, 1]^{[11]}$ ，有

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\text{iter}_{\max}} \times \text{iter}. \quad (14)$$

其中： iter_{\max} 为最大进化代数， iter 为当前进化代数。

标准 PSO 算法与常规遗传算法相似，在算法后期也存在易陷入局部极值点的现象。虽然一些改进方法如增加粒子群规模，动态调整 PSO 的惯性系数等对算法性能有一定的改善，但不能从根本上克服早熟收敛的现象。本文提出一种改进 PSO 算法，将遗传算法中的变异思想引入到标准的 PSO 算法中。在算法出现早熟收敛时，能使变异粒子在解空间的其他区域进行搜索，尽量避免算法陷入极小值点。

对粒子 $x = [x_1, x_2, \dots, x_d]$ 执行变异后的结果为

$$x_t = \begin{cases} x_t, & \text{rand3}(0, 1) < 1/d; \\ x_k + G(0, 1/k), & \text{others.} \end{cases} \quad (15)$$

其中： $G(0, 1/k)$ 为高斯分布的随机数， k 为进化代数。

具有变异操作的粒子群算法的伪代码如下：

```
begin
  initialize the population
  while (termination condition == false)
  do
    for (i = 1 to number of particles)
      evaluate the fitness := f(x)
      update p_i and G
      calculate new velocity := v_i
      update the position
      execute mutation
    increase i
  end do
end.
```

设机器人手腕运动到 n 个位置得到 n 组测量数据 (A_i, B_i) ，应用 MPSO 求解标定方程(1)，定义适应度函数为

$$f(R_X, R_Z, t_X, t_Z) = \mu_1 \sum_{i=1}^n (\|R_{A_i} R_X - R_{B_i} R_Z\|^2) +$$

$$\mu_2 \sum_{i=1}^n (\|R_{A_i} t_X + t_{A_i} - R_Z t_{B_i} - t_Z\|^2) + \mu_3 \|R_X R_X^T - I\|^2 + \mu_4 \|R_Z R_Z^T - I\|^2. \quad (16)$$

其中： $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ 为正数；前两项对应式(3)和(4)；最后两项是惩罚项，用来保证 R_X 和 R_Z 为旋转矩阵。为了降低搜索空间的维数，本文用 4 元数表示旋转矩阵^[14]。这样待优化的参数由 24 个(两个旋转矩阵对应 18 个参数，两个平移向量对应 6 个参数)降到了 14 个(两个旋转矩阵对应 8 个参数，两个平移向量对应 6 个参数)。

4 仿真研究

采用 PUMA560 机器人作为仿真模型，表 1 给出了该机器人的 Denavit-Hartenberg 参数。

表 1 PUMA560 机器人 Denavit-Hartenberg 参数

| i | α_i/deg | a_i/mm | d_i/mm | θ_i/deg |
|-----|-----------------------|-----------------|-----------------|-----------------------|
| 1 | 90 | 0 | 0 | θ_1 |
| 2 | 0 | 431.8 | 0 | θ_2 |
| 3 | -90 | 20.3 | 150.05 | θ_3 |
| 4 | 90 | 0 | 431.8 | θ_4 |
| 5 | -90 | 0 | 0 | θ_5 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | θ_6 |

设世界坐标系到机器人基坐标系，摄像机坐标系到手腕坐标系的齐次变换矩阵分别为

$$Z = \begin{bmatrix} -0.99908 & -0.03266 & 0.02786 & 164.226 \\ 0.02737 & 0.01553 & 0.99950 & 301.638 \\ -0.03308 & 0.99935 & -0.01462 & -962.841 \\ 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 1.00000 \end{bmatrix}, \quad (17a)$$

$$X = \begin{bmatrix} -0.97651 & -0.09468 & 0.19356 & 9.190 \\ 0.06362 & -0.98493 & 0.16082 & 5.397 \\ -0.20587 & 0.14473 & 0.96782 & 62.648 \\ 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 1.00000 \end{bmatrix}. \quad (17b)$$

为了验证算法的性能以及尽量模拟实际状况，进行的实验分为 4 种情况：1) 无噪声；2) 摄像机的外参数矩阵 A 存在噪声；3) 机器人末端关节的位姿矩阵 B 存在噪声；4) 摄像机的外参数矩阵 A 和机器人末端关节的位姿矩阵 B 都存在噪声。

具体地，姿态噪声随机分布在 $U(-0.5, 0.5)$ ，单位为 deg；位置噪声随机分布在 $U(-1, 1)$ ，单位为 mm。摄像机外参数矩阵的误差与摄像机的标定精度有关，以 Tsai 两步法为例，平均精度可达 $1/4000$ ^[5]。经过标定的机器人，其定位精度可达 0.1 mm ^[16]。这些误差均大于仿真时设定的随机误差。

仿真过程如下：

1) 给定 n 组关节角, 由 PUMA560 机器人的正向运动学方程得到机器人末端关节的 n 个姿态矩阵 B_i ;

2) 由 $A_i = ZB_iX^{-1}$ 计算出摄像机的 n 个外参数矩阵 A_i ;

3) 在摄像机的外参数矩阵 A_i 或机器人末端关节的姿态矩阵 B_i 加入随机噪声;

4) 分别使用 4 元数法^[7] (需要检验矩阵 A_i 对应的旋转角), 非线性最小二乘 Levenberg-Marquardt^[8] (初值为 4 元数法的计算结

果), 以及文中的 LM, MPSO 方法计算 \hat{X} 和 \hat{Z} ;

5) 计算误差 $\text{error} = \|\hat{X} - X\|^2 + \|\hat{Z} - Z\|^2$.

实验结果如图 2 所示, 从而可得如下结果:

1) 当数据无噪声时, LM, MPSO 和 Levenberg-Marquardt 的计算精度相当, 由于舍入误差的传递, 4 元数法的精度略逊于其他 3 种方法.

2) 当数据存在噪声时, Kronecker Product 的精度明显优于 4 元数法, 并且对数据无特别限制.

3) 当数据存在噪声时, 优化方法的整体精度优于解析方法.

4) MPSO 得到的结果和 Levenberg-Marquardt 算法的结果精度相当, Levenberg-Marquardt 算法需要指定初值, MPSO 算法只需指定参数的范围.

5) 由于 MPSO 和 Levenberg-Marquardt 需要进行多次迭代, 导致其计算效率低于 Kronecker Product 和 4 元数法, Kronecker Product 和 4 元数法的计算效率无明显区别.

5 结 论

机器人手眼矩阵计算是机器人视觉、机器人校准以及视觉伺服等研究领域共同的课题. 通过齐次矩阵方程 $AX=ZB$ 能同时获得手眼关系以及机器人坐标系和世界坐标系关系. 本文基于矩阵直积和粒子群优化理论, 给出了该方程的两种解法. 这两种方法均能一次性计算出标定方程的旋转部分和平移部分, 因而不存在误差传递问题. 仿真结果表明, 本文给出的方法具有较高的求解精度, 对于噪声具有一定的鲁棒性.

参考文献 (References)

- [1] Zhang H Q. Hand/eye calibration for electronic assembly robots [J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1998, 14(4): 612-616.
- [2] Ma Z, Xu H P, Hu Y, et al. Artificial neural network for model reconstruction in reverse engineering [C]. Proc of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, Dalian, 2006: 9073-9078.
- [3] 陈希章, 陈善本, 林涛. 一种基于视觉的平面焊缝初始焊位定位的简易方法 [J]. 焊接学报, 2006, 27(3): 73-76.
(Chen X Z, Chen S B, Lin T. A simple method to locate initial welding position of planar weld using visual technology [J]. Trans of the China Welding Institution, 2006, 27(3): 73-76.)

(下转第 1539 页)

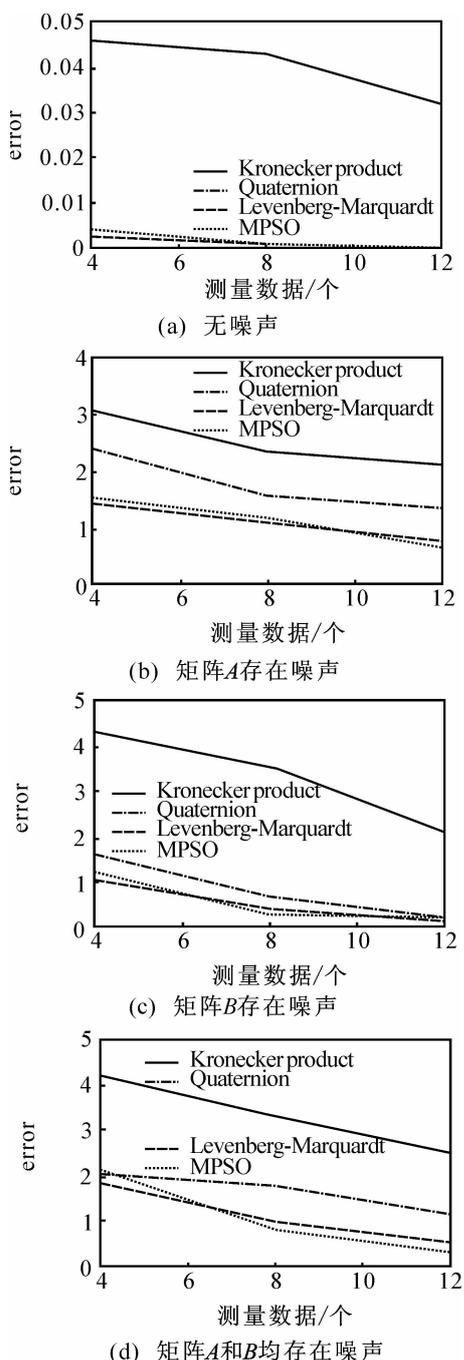


图2 误差和测量数据量关系曲线