第 25 卷 第 5 期
Vol. 25 No. 5

控 制 与 决 策
Control and Decision

2010 年 5 月
May 2010

文章编号: 1001-0920 (2010) 05-0773-04

多属性群决策的直觉梯形模糊数法

万树平, 董九英

(江西财经大学 信息管理学院，南昌 330013)

摘 要：采用直觉梯形模糊数刻画专家的评价信息, 提出一种新的多属性群决策方法. 定义了直觉梯形模糊数的期望值、预期得分、有序加权集成算子和混合集成算子; 建立了基于直觉梯形模糊数的多属性群决策模型; 通过混合集成算子得到方案的群体综合评估值, 根据期望值和预期得分给出群决策结果. 实例分析验证了所提出方法的有效性.

关键词：多属性群决策；直觉梯形模糊数；集成算子

中图分类号：C934 **文献标识码**：A

Method of intuitionistic trapezoidal fuzzy number for multi-attribute group decision

WAN Shu-ping, *Dong Jiu-ying*

(College of Information Technology，Jiangxi University of Finance and Economics，Nanchang 330013，China. Correspondent：DONG Jiu-ying，E-mail：shupingwan@163.com)

Abstract: Intuitionistic trapezoidal fuzzy number is used to represent the experts' evaluation information, and a new method of multi-attribute group decision is proposed. The expectation and expectant score, ordered weighted aggregation operator and hybrid aggregation operator for intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers are defined. The model of multi-attribute group decision is constructed based on intuitionistic trapezoidal fuzzy number. The group overall evaluation values of the alternatives are obtained by the hybrid aggregation operator. The results of group decision making are presented according to the expectation and expectant score. The example analysis shows the effectiveness of the method.

Key words：Multi-attribute group decision making；Intuitionistic trapezoidal fuzzy number；Aggregation operator

1 引 言

直觉模糊集[1]的特点是同时考虑了隶属度、非隶属度和犹豫度3方面信息, 与Zadeh的模糊集相比, 在处理模糊性和不确定性等方面更具灵活性和实用性. 文献 [2,3] 研究了基于直觉模糊集的多属性决策问题; Atanassov 和 Gargov 将直觉模糊集拓展为区间直觉模糊集[4]; [5-7] 将区间直觉模糊集理论应用于多属性决策领域; [8] 定义了直觉三角模糊数及其运算, 并应用于故障树分析; [9] 定义了直觉梯形模糊数, 它是直觉三角模糊数的扩展, 直觉三角模糊数和直觉梯形模糊数从另一个方向对直觉模糊集进行了扩展, 即将离散集合扩展到连续集合, 是对模糊数的扩展[10-12]; [10]定义了直觉梯形模糊数的期望值, 提出了信息不完全确定的直觉梯形模糊多准则决策的规划方法; [11] 定义了直觉梯形模糊数的距离公式和加权算术平均算子, 提出了信息不完全确定的多准则决策方法; [12] 定义了直觉梯形模糊数的期望值、得分函数、精确函数和几何平均算子, 并给出了在多属性决策中的应用.

为了体现决策的科学性和民主性, 在一些大型或重要的决策问题中, 往往需要多个决策者共同参与. 目前, 尚未见基于直觉梯形模糊数的多属性群决策研究的报道, 为此本文根据直觉梯形模糊数的三大特征函数 (隶属函数、非隶属函数和犹豫度) 的图像, 从几何角度利用重心的概念来定义期望值和预期得分, 给出了直觉梯形模糊数的排序方法以及有序加权集成和混合集成算子, 并提出了多属性群决策的直觉梯形模糊数法.

收稿日期：2009-10-14；修回日期：2009-12-03.

基金项目：国家自然科学基金项目(10626029, 70861002)；教育部人文社科项目(09YGC630107)；江西省教育厅科技项目(GJJ10123, GJJ10122)；江西省教育科学“十一五”规划项目(09YB267).

作者简介：万树平(1974−), 男, 江西乐安人, 副教授, 博士, 从事决策分析、信息融合等研究；董九英(1974−), 女, 江西乐安人, 讲师, 硕士, 从事决策分析、图理论的研究.

2 直觉梯形模糊数

2.1 直觉梯形模糊数定义

定义 1[9-12] 设 $\tilde{a}$ 是实数集上的一个直觉模糊数, 其隶属函数为

$$\mu_{\tilde{a}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-a}{b-a}\mu_{\tilde{a}},\ a\leqslant x<b;\\ \mu_{\tilde{a}},\ b\leqslant x\leqslant c;\\ \dfrac{d-x}{d-c}\mu_{\tilde{a}},\ c<x\leqslant d;\\ 0,\ \text{其他}.\end{cases}$$

非隶属函数为

$$\nu_{\tilde{a}}(x)=\begin{cases}\dfrac{b-x+\nu_{\tilde{a}}(x-a_1)}{b-a_1},\ a_1\leqslant x<b;\\ \nu_{\tilde{a}},\ b\leqslant x\leqslant c;\\ \dfrac{x-c+\nu_{\tilde{a}}(d_1-x)}{d_1-c},\ c<x\leqslant d_1;\\ 0,\ \text{其他}.\end{cases}$$

其中: $0\leqslant\mu_{\tilde{a}}\leqslant 1, 0\leqslant\nu_{\tilde{a}}\leqslant 1, \mu_{\tilde{a}}+\nu_{\tilde{a}}\leqslant 1; a,b,c,d,a_1,d_1\in R$. 则称 $\tilde{a}=\langle([a,b,c,d];\mu_{\tilde{a}}),([a_1,b,c,d_1];\nu_{\tilde{a}})\rangle$ 为直觉梯形模糊数.

一般地, 在直觉梯形模糊数 $\tilde{a}$ 中, 有 $[a,b,c,d]=[a_1,b,c,d_1]$, 在此记为 $\tilde{a}=([a,b,c,d];\mu_{\tilde{a}},\nu_{\tilde{a}})$. 本文均指此类模糊数. $\pi_{\tilde{a}}(x)=1-\mu_{\tilde{a}}(x)-\nu_{\tilde{a}}(x)$ 表示 $\tilde{a}$ 的犹豫度 (函数), 其值越小, 代表模糊数越确定.

2.2 直觉梯形模糊数的排序方法

由于三大特征函数都为分段函数, 图像是平面区域, 视其为密度均匀的薄板. 可计算其重心坐标.

定义 2 设 $\tilde{a}=([a,b,c,d];\mu_{\tilde{a}},\nu_{\tilde{a}})$ 的隶属、非隶属和犹豫度函数所包含的区域重心坐标分别为 $P_1(x_1,y_1),P_2(x_2,y_2),P_3(x_3,y_3)$, 则定义 $\tilde{a}$ 的期望值和预期得分分别为

$$E(\tilde{a})=(x_1+x_2+x_3)/3, \tag{1}$$

$$S(\tilde{a})=x_1y_1+x_2y_2+x_3y_3. \tag{2}$$

三大特征函数对直觉梯形模糊数的刻画具有同等重要的作用, 而薄板的全部质量均集中在区域的重心, 各重心的横、纵坐标分别刻画直觉梯形模糊数的取值、取值的隶属度 (非隶属度、犹豫度) 情况. 因此, 式 (1) 采用各重心横坐标的算术平均值来定义期望值, 更加准确地刻画了直觉梯形模糊数取值的分布情况, 几何意义更加明显、直观. 式 (2) 采用横、纵坐标乘积之和来定义预期得分, 实际上相当于用纵坐标作为权重, 对取值的 3 种分布进行加权平均.

例如, 对于 $\tilde{6}$=([4, 5, 7, 8]; 0.7,0.2), 利用微积分知识[13] 可得其隶属、非隶属、犹豫度函数所包含的区域重心坐标分别为 $P_1(6.0, 0.31)$, $P_2(5.467, 0.283)$, $P_3(6.0, 0.044)$. 因此, $E(\tilde{6})$=5.822, $S(\tilde{6})$=3.682, 如图 1 所示.

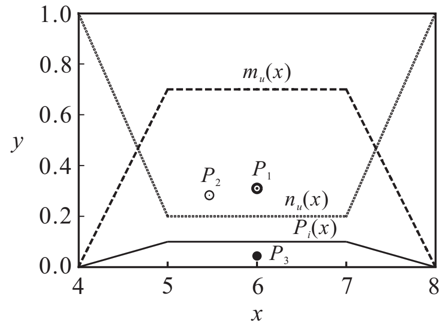

图 1 直觉梯形模糊数三大特征函数重心示意图

下面利用期望值和预期得分给出直觉梯形模糊数的排序方法.

设 $\tilde{a}_1$ 和 $\tilde{a}_2$ 为两个直觉梯形模糊数, 其大小比较规则如下:

若 $E(\tilde{a}_1)>E(\tilde{a}_2)$, 则 $\tilde{a}_1>\tilde{a}_2$.

若 $E(\tilde{a}_1)=E(\tilde{a}_2)$, 则:

1) 若 $S(\tilde{a}_1)>S(\tilde{a}_2)$, 则 $\tilde{a}_1>\tilde{a}_2$;

2) 若 $S(\tilde{a}_1)=S(\tilde{a}_2)$, 则 $\tilde{a}_1=\tilde{a}_2$.

2.3 直觉梯形模糊数的集成算子

下面根据上述排序方法给出直觉梯形模糊数的有序加权集成和混合集成算子.

定义 3 设 $\tilde{a}_j(j=1,\cdots,n)$ 为一组直觉梯形模糊数, IT-OWA: $I^n\rightarrow I$, 若

$$\text{IT-OWA}_w(\tilde{a}_1,\cdots,\tilde{a}_n)=\sum_{j=1}^{n}w_j\tilde{a}_{\sigma(j)}, \tag{3}$$

则称函数 IT-OWA 是 n 维直觉梯形模糊数有序加权集成算子. 其中: I 是全体直觉梯形模糊数的集合; $w=(w_1,\cdots,w_n)$ 是与函数 IT-OWA 相关联的加权向量, $0\leqslant w_j\leqslant 1, \sum\limits_{j=1}^{n}w_j=1$; $(\sigma_{(1)},\cdots,\sigma_{(n)})$ 是 $(1,\cdots,n)$ 的任一置换, 使得 $\tilde{a}_{\sigma(j-1)}\geqslant\tilde{a}_{\sigma(j)}$. 特别地, 若 $w=(1/n,\cdots,1/n)$, 则 IT-OWA 退化为算术平均算子 IT-WA[11,12].

IT-OWA 算子的特点是: 对于 $\tilde{a}_j,\ j=1,\cdots,n$, 按从大到小的顺序重新排序后加权集成, 且 $\tilde{a}_j$ 与 w_j 没有任何联系, w_j 只与集成过程中的第 j 个位置有关.

定义 4 设 $\tilde{a}_j\ (j=1,\cdots,n)$ 为一组直觉梯形模糊数, IT-HA: $I^n\rightarrow I$, 若

$$\text{IT-HA}_{\omega,w}(\tilde{a}_1,\cdots,\tilde{a}_n)=\sum_{j=1}^{n}w_j\tilde{a}'_{\sigma(j)}, \tag{4}$$

则称函数 IT-HA 是 n 维直觉梯形模糊数的混合集成算子. 其中: $w=(w_1,\cdots,w_n)$ 是与函数 IT-HA 相关联的加权向量, $0\leqslant w_j\leqslant 1$, 且 $\sum\limits_{j=1}^{n}w_j=1$; $\tilde{a}'_{\sigma(j)}$ 是加权的 $\tilde{a}'_i(i=1,\cdots,n)$ 中第 j 个最大元素, 这里 $\tilde{a}'_i=n\omega_i\tilde{a}_i$; $\omega=(\omega_1,\cdots,\omega_n)$ 是 $\tilde{a}_i(i=1,\cdots,n)$ 的权重向量, $0\leqslant\omega_j\leqslant 1, \sum\limits_{j=1}^{n}\omega_j=1$, n 是平衡因子. 特别地, 若 $w=$

$(1/n,\cdots,1/n)$, 则 IT-HA 退化为加权算术平均算子 IT-WAA[11,12]; 若 $\omega=(1/n,\cdots,1/n)$, 则 IT-HA 退化为 IT-OWA.

显然, IT-HA 算子同时推广了 IT-OWA 和 IT-WAA 算子, 它不仅体现了直觉梯形模糊数自身的重要性, 而且反映了其所在位置的重要性程度.

由直觉梯形模糊数运算法则[11], 易得如下定理:

定理 1　设 $\tilde{a}_j(j=1,\cdots,n$ 为一组直觉梯形模糊数, $(\tilde{a}_{\sigma(1)},\cdots,\tilde{a}_{\sigma(n)})$ 是 $(\tilde{a}_1,\cdots,\tilde{a}_n)$ 的任一置换, 使得 $\tilde{a}_{\sigma(j-1)}\geqslant\tilde{a}_{\sigma(j)}$, 则由式 (3) 集成得到的结果仍为直觉梯形模糊数, 且

$$\text{IT-OWA}_w(\tilde{a}_1,\cdots,\tilde{a}_n)=\Big(\Big[\sum_{j=1}^n w_j a_{\sigma(j)},\sum_{j=1}^n w_j b_{\sigma(j)},\sum_{j=1}^n w_j c_{\sigma(j)},\sum_{j=1}^n w_j d_{\sigma(j)}\Big];1-\prod_{j=1}^n(1-\mu_{\tilde{a}_{\sigma(j)}})^{w_j},\prod_{j=1}^n(\nu_{\tilde{a}_{\sigma(j)}})^{w_j}\Big).\tag{5}$$

定理 2　设 $\tilde{a}_j(j=1,\cdots,n)$ 为一组直觉梯形模糊数, $\tilde{a}'_{\sigma(j)}$ 是加权的 $\tilde{a}'_i(i=1,\cdots,n)$ 中第 j 个最大的元素, 这里 $\tilde{a}'_i=n\omega_i\tilde{a}_i$, $\omega=(\omega_1,\cdots,\omega_n)$ 是 $\tilde{a}_i(i=1,\cdots,n)$ 的权重向量, $0\leqslant\omega_i\leqslant1$, 且 $\sum\limits_{j=1}^n\omega_j=1$, n 是平衡因子, 且设 $\tilde{a}'_i=([a'_i,b'_i,c'_i,d'_i];\mu_{\tilde{a}'_i},\nu_{\tilde{a}'_i})$, $\tilde{a}'_{\sigma(j)}=([a'_{\sigma(j)},b'_{\sigma(j)},c'_{\sigma(j)},d'_{\sigma(j)}];\mu_{\tilde{a}'_{\sigma(j)}},\nu_{\tilde{a}'_{\sigma(j)}})$. 则由式 (4) 集成得到的结果仍为直觉梯形模糊数, 且

$$\text{IT-HA}_{\omega,w}(\tilde{a}_1,\cdots,\tilde{a}_n)=\Big(\Big[\sum_{j=1}^n w_j a'_{\sigma(j)},\sum_{j=1}^n w_j b'_{\sigma(j)},\sum_{j=1}^n w_j c'_{\sigma(j)},\sum_{j=1}^n w_j d'_{\sigma(j)}\Big];1-\prod_{j=1}^n(1-\mu_{\tilde{a}'_{\sigma(j)}})^{w_j},\prod_{j=1}^n(\nu_{\tilde{a}'_{\sigma(j)}})^{w_j}\Big).\tag{6}$$

3　基于直觉梯形模糊数的群决策

3.1　群决策模型描述

某群决策问题拟定了 m 种方案 $A_1,\cdots,A_m$, 各方案均有 n 个评价指标 (属性) $a_1,\cdots,a_n$, 属性的权重向量为 $W=(W_1,\cdots,W_n)$. 参与决策的专家群体为 $P_1,\cdots,P_k$, 相应权重向量为 $\omega=(\omega_1,\cdots,\omega_k)$. 设专家 P_t 给出方案 A_i 在指标 a_j 下的评估值可用直觉梯形模糊数表示为 $\tilde{a}_{ij}^{(t)}=([a_{ij}^{(t)},b_{ij}^{(t)},c_{ij}^{(t)},d_{ij}^{(t)}];\mu_{\tilde{a}_{ij}^{(t)}},\nu_{\tilde{a}_{ij}^{(t)}})$. 其中: $\mu_{\tilde{a}_{ij}^{(t)}}$, $\nu_{\tilde{a}_{ij}^{(t)}}$ 分别表示专家 P_t 给出方案 A_i 在指标 a_j 下的值属于、不属于直觉梯形模糊数 $\tilde{a}_{ij}^{(t)}$ 的程度, $0\leqslant\mu_{\tilde{a}_{ij}^{(t)}}\leqslant1$, $0\leqslant\nu_{\tilde{a}_{ij}^{(t)}}\leqslant1$, $\mu_{\tilde{a}_{ij}^{(t)}}+\nu_{\tilde{a}_{ij}^{(t)}}\leqslant1$. 从而得到专家 P_t 给出的模糊决策矩阵 $\tilde{A}^{(t)}=(\tilde{a}_{ij}^{(t)})_{m\times n}$.

本文探讨的多属性群决策问题就是根据各方案属性值的直觉梯形模糊数表达, 从众多备选方案中确定出最佳方案.

3.2　群决策方法

综上分析, 给出基于直觉梯形模糊数的群决策方法, 具体步骤如下:

Step 1: 对专家 P_t 给出的模糊决策矩阵 $\tilde{A}^{(t)}=(\tilde{a}_{ij}^{(t)})_{m\times n}$, 采用文献 [10-12] 方法规范化后, 仍用 $\tilde{A}^{(t)}=(\tilde{a}_{ij}^{(t)})_{m\times n}$ 表示, $t=1,\cdots,k$.

Step 2: 利用 IT-WAA 算子[11,12] 将模糊决策矩阵 $\tilde{A}^{(t)}=(\tilde{a}_{ij}^{(t)})_{m\times n}$ 的第 i 行元素集成, 得到专家 P_t 对方案 A_i 的综合直觉梯形模糊数为

$$\tilde{a}_i^{(t)}=\text{IT-WAA}(\tilde{a}_{i1}^{(t)},\cdots,\tilde{a}_{in}^{(t)})=\sum_{j=1}^n W_j\tilde{a}_{ij}^{(t)},$$
$$i=1,\cdots,m,\ t=1,\cdots,k.$$

其中 $W=(W_1,\cdots,W_n)$ 为属性的权重向量.

Step 3: 根据文献 [14] 的模糊语义量化函数方法, 确定与 IT-HA 关联的加权向量 $w=(w_1,\cdots,w_k)$, 利用式 (6) 对 $\tilde{a}_i^{(t)}(t=1,\cdots,k)$ 进行集成, 得到所有专家对方案 A_i 的群体综合直觉梯形模糊数

$$\tilde{a}_i=\text{IT-HA}_{\omega,w}(\tilde{a}_i^{(1)},\cdots,\tilde{a}_i^{(k)}),$$

其中 $\omega=(\omega_1,\cdots,\omega_k)$ 为专家的权重向量.

Step 4: 根据第 2.2 节的排序方法, 对 $\tilde{a}_i(i=1,\cdots,m)$ 进行排序, 从而得到最佳方案.

4　实例分析

某摩托车公司为提升自己的市场竞争力, 拟定 3 个同行企业 $\{A_1,A_2,A_3\}$, 欲从中选择一最佳企业形成合作联盟. 该公司聘请了 3 位专家 $\{P_1,P_2,P_3\}$ 组成决策小组, 分别对各企业的 3 个指标: 生产能力 a_1, 研发实力 a_2 和资金周转能力 a_3 进行评价. 这些指标均为效益型指标, 权重向量 $W=(0.45,0.20,0.35)$, 专家的权重 $\omega=(0.35,0.35,0.30)$. 各专家给出各方案的评价值如表 1～表 3所示, 试确定最佳合作企业.

表 1　P_1 专家给出各方案的直觉梯形模糊数评价值信息

指标	a_1	a_2	a_3
A_1	([1,2,3,4];0.7,0.2)	([2,3,4,5];0.5,0.4)	([3,4,6,7];0.7,0.2)
A_2	([4,5,6,7];0.6,0.3)	([1,3,5,6];0.6,0.3)	([4,6,7,9];0.5,0.4)
A_3	([2,4,5,8];0.5,0.4)	([2,3,4,5];0.8,0.2)	([1,3,6,7];0.6,0.4)

表 2　P_2 专家给出各方案的直觉梯形模糊数评价值信息

指标	a_1	a_2	a_3
A_1	([3,5,6,8];0.5,0.4)	([2,3,4,5];0.8,0.2)	([2,4,5,7];0.7,0.1)
A_2	([1,2,3,4];0.8,0.0)	([3,4,5,8];0.5,0.4)	([3,4,6,7];0.7,0.2)
A_3	([2,3,4,6];0.7,0.2)	([1,3,5,8];0.6,0.2)	([1,2,4,6];0.7,0.2)

表 3　P_3 专家给出各方案的直觉梯形模糊数评价值信息

指标	a_1	a_2	a_3
A_1	([5,6,7,8];0.5,0.2)	([2,4,6,7];0.6,0.3)	([2,4,6,7];0.8,0.1)
A_2	([1,2,3,4];0.8,0.1)	([4,5,6,8];0.7,0.2)	([1,4,5,6];0.5,0.4)
A_3	([2,3,4,5];0.7,0.0)	([2,4,5,7];0.5,0.4)	([3,4,6,8];0.7,0.2)

首先, 采用文献 [10-12] 方法得到规范化模糊决策矩阵; 其次, 结合指标的权重向量 $W=(0.45,0.20,0.35)$, 利用 IT-WAA 算子得到各专家给出的各方案的综合直觉梯形模糊数 (限于篇幅, 此略); 然后, 选择模糊语义量化"大多数"准则[14], 确定与 IT-HA 相关联的加权向量 $w=(0.067,0.667,0.267)$, 利用式 (6) 对综合直觉梯形模糊数进行集成, 得到各方案的群体综合直觉梯形模糊数分别为

$$\tilde{a}_1 = ([0.150\,2,\ 0.420\,6,\ 0.613\,2,\ 0.825\,9];\ 0.649\,3, 0.203\,5),$$
$$\tilde{a}_2 = ([0.201\,7,\ 0.399\,8,\ 0.556\,2,\ 0.731\,9];\ 0.648\,7,\ 0.0),$$
$$\tilde{a}_3 = ([0.075\,7,\ 0.296\,2,\ 0.528\,4,\ 0.804\,0];\ 0.646\,1,\ 0.0).$$

最后, 计算各方案群体综合直觉梯形模糊数的期望值和预期得分, 分别为

$$E(\tilde{a}_1)=0.457\,8,\ S(\tilde{a}_1)=0.322\,7,\ E(\tilde{a}_2)=0.449\,8,$$
$$S(\tilde{a}_2)=0.351\,5,\ E(\tilde{a}_3)=0.430\,4,\ S(\tilde{a}_3)=0.340\,1.$$

显然, $E(\tilde{a}_1)>E(\tilde{a}_2)>E(\tilde{a}_3)$, 因此方案排序为 $A_1 \succ A_2 \succ A_3$, 最佳合作企业为 A_1. 分析表 1～表 3 的数据可知, 本文给出的群决策结果是合理的.

5 结 论

本文利用函数图像的重心, 定义了直觉梯形模糊数的期望值和预期得分, 几何意义直观明显. 本文给出了 IT-OWA 和 IT-HA 算子, 进而提出了多属性群决策的直觉梯形模糊数方法. 直觉梯形模糊数能更准确地反映决策者信息, 并可以表达不同量纲的决策信息[10-12], 因此在决策领域将具有良好的应用前景, 同时为有效解决多属性群决策问题提供了新的思路.

参考文献(References)

[1] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.

[2] Li D F. Multiattribute decision making models and methods using intuitionistic fuzzy sets[J]. J of Computer System Science, 2005, 70(1): 73-85.

[3] 王坚强. 几类信息不完全确定的多准则决策方法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2005.
(Wang J Q. Study on multi-criteria decision making approach with incomplete certain information[D]. Changsha: Central South University , 2005.)

[4] Atanassov K, Gargov G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 31(3): 343-349.

[5] 徐泽水, 陈剑. 一种基于区间直觉判断矩阵的群决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(4): 126-133.
(Xu Z S, Chen J. An approach to group decision making based on interval-valued intuitionistic judgment matrices[J]. System Engineering Theory and Practice, 2007, 27(4): 126-133.)

[6] 王坚强. 信息不完全确定的多准则区间直觉模糊决策方法[J]. 控制与决策, 2006, 21(11): 1253-1256.
(Wang J Q . Multi-criteria interval intuitionistic fuzzy decision making approach with incomplete certain information[J]. Control and Decision, 2006, 21(11): 1253-1256.)

[7] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 215-219.
(Xu Z S. Methods for aggregating interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making[J]. Control and Decision, 2007, 22(2): 215-219.)

[8] Shu M H, Cheng C H, Chang J R. Using intuitionistic fuzzy sets for fault tree analysis on printed circuit board assembly[J]. Microelectronics Reliability, 2006, 46(12): 2139-2148.

[9] 王坚强. 模糊多准则决策方法研究综述[J]. 控制与决策, 2008, 23(6): 601-607.
(Wang J Q. Overview on fuzzy multi-criteria decision-making approach[J]. Control and Decision, 2008, 23(6): 601-607.)

[10] 王坚强, 张忠. 基于直觉模糊数的信息不完全的多准则规划方法[J]. 控制与决策, 2008, 23(10): 1145-1148.
(Wang J Q, Zhang Z. Programming method of multi-criteria decision making based on intuitionistic fuzzy number with incomplete certain information [J]. Control and Decision, 2008, 23(10): 1145-1148.)

[11] 王坚强, 张忠. 基于直觉梯形模糊数的信息不完全确定的多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(2): 226-230.
(Wang J Q, Zhang Z. Multi-criteria decision making method with incomplete certain information based on intuitionistic fuzzy number[J]. Control and Decision, 2009, 24(2): 226-230.)

[12] Wang Jianqiang, Zhang Zhong. Aggregation operators on intuitionistic trapezoidal fuzzy number and its application to multi-criteria decision making problems[J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2009, 20(2): 321-326.

[13] 华东师范大学数学系. 数学分析[M]. 第 2 版. 北京: 高等教育出版社, 1994: 358-359.
(Mathematical Department Edit of Huazhong Normal University. Mathematical analysis[M]. 2 nd. Beijing: Advanced Education Pressing, Beijing, 1994: 358-359.)

[14] Xu Z S. An overview of methods for determining OWA weights[J]. Int J of Intelligent Systems, 2005, 20(8): 843-865.