

文章编号: 1001-0920(2010)06-0907-04

## 基于熵理论的多属性群决策专家权重的调整算法

万俊<sup>a,b</sup>, 邢焕革<sup>a</sup>, 张晓晖<sup>b</sup>

(海军工程大学 a. 管理工程系, b. 兵器工程系, 武汉 430033)

**摘要:** 研究多属性群决策中决策者权重的调整问题. 在得到决策者主观权重的基础上, 提出一种权重调整算法. 通过计算专家个体决策结果与群体决策结果的偏差量并结合熵理论求得专家的客观权重, 将其作为权重调整值, 进行决策者的权重调整. 计算调整后的决策结果, 并据此继续对权重进行调整. 通过反复调整, 直至计算出稳定的权重和决策结果. 最后通过算例表明了该方法的可行性与实用性.

**关键词:** 群决策; 权重调整; 熵

中图分类号: C934

文献标识码: A

## Algorithm of adjusting weights of decision-makers in multi-attribute group decision-making based on entropy theory

WAN Jun<sup>a,b</sup>, XING Huan-ge<sup>a</sup>, ZHANG Xiao-hui<sup>b</sup>

(a. Department of Management Engineering, b. Department of Weapon Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China. Correspondent: WAN Jun, E-mail: wanjun198524@163.com)

**Abstract:** The problem of adjusting the weights of decision-makers in multi-attribute group decision-making is studied. An algorithm of weight-adjusting is proposed on the basis of obtaining the subjective weights of decision-makers. The objective weights of decision-makers are calculated by the difference between the decision results of the individual and the group and combining with the theory of entropy. The objective weights are taken as the value of adjusting-weight to adjust the weights of decision-makers. The result is calculated after the adjustment, and the weight-adjusting is continued on the basis of the new result. The steady weights and final result of group decision-making are calculated after the process of adjustment. Finally, a numerical example shows the feasibility and practicability of this method.

**Key words:** Group decision-making; Weight-adjusting; Entropy

### 1 引言

多属性决策是多目标决策的一种, 又称有限方案多目标决策. 它是对具有多个属性(指标)的有限方案, 按照某种决策准则进行多方案选择和排序<sup>[1]</sup>. 而多属性群决策是由多个决策者参与的多属性决策, 它在管理、经济、军事等领域有着广泛的应用. 群决策是一个很重要的研究方向.

由于多属性群决策中权重的合理性直接影响着决策结果的准确性, 在多属性群决策中, 权重问题的研究占有重要地位. 目前关于权重的确定方法有很多, 大致可分为主观判断法和客观判断法两类. 主观判断法主要包括德尔菲法、专家调查法、比较矩阵法、层次分析法和环比评分法等. 客观判断法主要有熵值法、灰色关联分析法、多元回归分析法等.

目前人们在这方面做了大量研究工作. 文献[2]

通过定义效用值、序关系值、互反与互补判断矩阵和语言判断矩阵以及不同偏好信息之间的转换公式, 并利用因子分析法, 计算出每个专家的因子得分及因子总得分; 然后根据各专家的因子总得分大小来确定专家的评价水平, 给出了一种针对不同偏好信息的专家水平分析方法. [3]针对权重系数信息不完全确定的群决策问题, 提出了一种群体语言决策方法. 该方法利用证据推理算法得到方案属于各语言等级的信任度, 并利用二元语义对方案进行语言集结; 然后结合决策者和准则权重的不完全确定信息及方案与理想方案的二元语义间的距离, 构建非线性规划模型, 通过使用遗传算法求解模型, 进而得到各方案的排序. [4]针对多属性大群体决策问题, 提出了通过计算群体偏好矩阵, 并利用熵权计算群决策中权重值的方法. [5]提出了一种基于离差最大化的属性权重确定

收稿日期: 2009-06-07; 修回日期: 2009-10-11.

作者简介: 万俊(1985—), 男, 南昌人, 博士生, 从事光电装备保障的研究; 邢焕革(1967—), 男, 湖北武穴人, 副教授, 博士, 从事装备保障与决策支持系统等研究.

方法; [6] 对这种方法进行了扩展和应用; [7] 则结合离差最大化的思想, 提出了一种确定决策者权重的方法. [8] 将权重分为主观权重与客观权重两部分, 分别提出了各自的计算方法, 并利用凸组合将主观权重和客观权重集结为最终权重. [9] 通过比较群决策中各专家信息的相似程度, 确定各专家的相对群组可信度权重, 得出专家判断信息合成时的各专家客观权重.

通常, 多属性群决策权重包含属性(指标)权重和专家权重两部分. 文献 [10] 提出了一种群决策中专家与指标的权值同时改变的调整方法, 但属性(指标)权重作为具体的决策标准, 一旦确定就不宜更改, 以免在效能评估或可靠性分析等具体应用中因决策标准不一致而导致决策结果无可比性. 因此本文的权重调整算法, 只调整群决策中的专家权重. 在得到决策者的主观权重基础上, 利用偏离度和熵权的思想计算客观权重, 并将其作为决策者的调整权重. 根据调整后的权重可以计算出新的群决策结果, 将前后两次决策结果进行比较, 最终的群决策结果应趋于稳定. 若结果不稳定, 则继续进行调整, 直至获得稳定的决策结果.

## 2 权重调整算法步骤

### 2.1 问题描述

设参与决策的专家群体为  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_s\}$ , 通过 Delphi 法或 AHP 等主观赋权法求得专家  $d_k$  的权重为  $\lambda_k$ , 它满足  $0 \leq \lambda_k \leq 1, k = 1, 2, \dots, s$ ;  $\sum_{k=1}^s \lambda_k = 1$ . 多属性群决策的备选方案集为  $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ , 评价属性集为  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ , 属性  $C_j$  的权重为  $\omega_j$ , 满足  $0 \leq \omega_j \leq 1, j = 1, 2, \dots, m$ ;  $\sum_{j=1}^m \omega_j = 1$ .

专家  $d_k$  对备选方案  $f_i$  评定后, 可得到备选方案的得分矩阵, 记为  $A_k = (a_{ij}^k)_{n \times m}, k = 1, 2, \dots, s; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$ . 其中  $a_{ij}^k$  为专家  $d_k$  对方案  $f_i$  的各属性指标评定后计算得到的分值. 则由初始得到的专家权重和属性权重, 使用加权和公式即可计算出单个专家的各方案得分

$$y_{ki} = \sum_{j=1}^m a_{ij}^k \omega_j, \quad (1)$$

以及专家群决策结果的各方案得分

$$x_i = \sum_{k=1}^s y_{ki} \lambda_k. \quad (2)$$

将各位专家的个体决策结果向量组成专家对各方案的评估结果矩阵  $B = [b_{ik}]_{n \times s}$ . 其中:  $b_{ik} = y_{ki}, i = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, s$ .

这种方法比较简单, 只是量化计算未能达到使各

专家意见与群体意见一致的目的. 各专家的结果往往会与群体决策结果不同, 即存在结果上的偏离. 为尽量使评估的结果趋于一致, 可依据个体专家的偏离程度对专家的权重值进行调整, 以减小偏离. 但另一方面, 若某一决策者的偏离程度越小, 则说明该决策者的决策结果对方案的排序所起的作用越小; 反之, 若偏离程度较大, 则说明该决策者所提供的对方案排序起作用的信息量较大, 此时又不能过分降低他的权重. 因而, 本文还考虑通过衡量决策专家的信息量来计算其客观权重, 再结合偏离度调整权重, 这样可有助于提高群决策的科学性.

### 2.2 偏离权重的计算

利用加权和公式可计算得到专家的个体决策结果向量  $Y_k = (y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{kn})^T$  和专家群体决策结果向量  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ , 在此基础上, 定义专家个体决策结果与群体决策结果的偏差  $Z_k = (z_{k1}, z_{k2}, \dots, z_{kn})^T$ . 其中:  $z_{ki} = |y_{ki} - x_i|, k = 1, 2, \dots, s, i = 1, 2, \dots, n$ .

定义专家个体决策结果与群体决策结果的总偏差量为

$$R_k = \sum_{i=1}^n (y_{ki} - x_i)^2, k = 1, 2, \dots, s. \quad (3)$$

群体的决策结果是集体智慧的成果, 代表了专家的共同意愿, 决策结果应趋于一致. 即  $Z_k$  在最理想的情况下应是零向量. 专家的权值应随偏差量的增加而降低, 所以, 定义专家的偏离权重为

$$r_k = \frac{1/R_k}{\sum_{k=1}^s 1/R_k} = \frac{1}{R_k \sum_{k=1}^s 1/R_k}, \quad k = 1, 2, \dots, s. \quad (4)$$

若单个专家的偏差越大, 则对应的偏离权重越小. 但是为了防止追求意见上的一致而忽略了部分决策者对结果的影响, 还要从专家个体提供的信息量方面继续调整专家的权值.

### 2.3 熵权的计算

熵理论在其发展中由香农引入信息论领域, 作为物质系统状态的一个函数<sup>[11]</sup>, 表征系统的紊乱程度, 是系统的无序状态的量度. 根据信息熵的定义和原理, 当系统可能处于几种不同状态, 每种状态出现的概率为  $p_i (i = 1, 2, \dots, n)$  时, 系统的熵为

$$E = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i. \quad (5)$$

规定当  $p_i = 0$  时,  $p_i \log_2 p_i = 0$ . 则针对备选方案的多属性决策有下面定义: 设有  $n$  份待评方案, 组织  $s$  位专家进行评估优选, 由前文得到的专家个体评

估结果矩阵  $B = [b_{ik}]_{n \times s}$ , 第  $k$  个专家的熵为

$$E_k = - \sum_{i=1}^n f_{ik} \log_2 f_{ik}, \quad k = 1, 2, \dots, s, \quad (6)$$

其中  $f_{ik} = b_{ik} / \sum_{i=1}^n b_{ik}$ . 规定当  $f_{ik} = 0$  时,  $f_{ik} \log_2 f_{ik} = 0$ .

根据系统熵的计算公式, 当系统可能处于几种状态的概率相等时, 即  $p_i = 1/n$  时, 系统熵值最大, 即  $E(p_1, p_2, \dots, p_n) \leq E(1/n, 1/n, \dots, 1/n) = \log_2 n$ .

由熵的概念不难理解, 此时系统的紊乱程度最高, 熵值应该最大. 由熵的这个性质可知, 如果各位专家在不同方案上的决策结果越接近, 则其熵值越大. 即专家  $d_k$  的熵  $E_k$  越大, 表明结果差异程度越小. 本文认为, 某一决策者的决策结果与群体决策结果差异越小, 则该决策者提供的对于方案排序能够起作用的有用信息量越小; 反之, 若差异较大, 则该决策者提供的对方案排序起作用的有用信息量也就较大, 此时应对该决策者赋予较大的权重. 这样能够激励决策者进行客观合理的评价. 因此这里计算得出的熵值, 不仅反映了专家个体与决策群体在结果上的差异程度, 而且通过结果的差异程度, 间接地反映了该专家提供的有用信息量. 结果差异越大, 即熵值越小的专家越重要, 其权重值也应越大.

前面已经计算第  $k$  个专家的熵  $E_k$ . 根据上文知, 当  $f_{ik}$  相等时, 第  $k$  个专家的熵值最大. 最大熵  $(E_k)_{\max} = \log_2 n$ . 使用最大熵  $(E_k)_{\max}$  对熵值归一化处理, 有

$$e'_k = \frac{1}{\log_2 n} E_k. \quad (7)$$

对计算得到的熵值求互补值, 经归一化处理后再作为专家的熵权, 即

$$e_k = \frac{1 - e'_k}{s - \sum_{k=1}^s e'_k}. \quad (8)$$

其中:  $0 \leq e_k \leq 1, k = 1, 2, \dots, s; \sum_{k=1}^s e_k = 1$ .

## 2.4 权重的调整

在得到专家的偏离权值和熵权后, 采用线性加权求取专家权重的调整值

$$\lambda'_k = \alpha r_k + \beta e_k, \quad (9)$$

其中  $k = 1, 2, \dots, s$ . 本文在设计该算法时, 为了使调整尽快收敛到一致, 初步设定  $\alpha = 0.6, \beta = 0.4$ . 在不同问题应用中还应根据具体收敛速度要求而设定其数值.

通过对专家权重的调整, 由新的权重值可以计算

新的群体决策结果  $X' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)^T$ . 定义两次群体决策的结果距离为

$$L(X, X') = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - x'_i)^2}. \quad (10)$$

为其设定阈值  $l$ . 若  $L(X, X') \leq l$ , 则两次结果偏差很小, 认为决策结果趋于稳定一致, 调整过程结束, 并将  $X'$  作为最终评估结果; 否则, 令  $\lambda_k = \lambda'_k, X = X'$ , 使用以上算法继续权重的自适应调整.

根据偏离权重的计算思路, 若不考虑熵权, 只求个体决策者与群体决策结果的偏差尽可能小, 即单独以偏离权重作为专家权重的调整值, 则该调整算法必定收敛. 而在调整过程中, 因为调整的是决策者的权重值, 并没有调整决策者的决策结果值, 所以根据专家个体评估结果矩阵计算的专家熵权是不会变化的, 因此将偏离权与熵权综合起来作为专家权重的调整值, 调整算法也必定是收敛的.

## 3 算例分析

下面以文献[12]中的某海军基地级装备保障方案评估问题为例进行分析. 针对该装备保障方案评估, 文献中建立了包含 28 个评估指标的指标体系, 并采用多属性群决策理论通过建立指标的数学模型以及组织相关专家进行评定, 得到了一个 4 位专家对两份备选方案评定的得分矩阵 (由于数据众多, 不详细列出).

此外还请专家使用基于三角模糊数的模糊层次分析法, 从决策者的知识结构、研究方向、学术水平、工作经验以及对问题的熟悉程度等方面进行互评, 以确定专家的初始权重. 使用加权公式计算得到的初始结果如表 1 所示.

表 1 初始计算结果

	1号专家	2号专家	3号专家	4号专家
甲方案分值	81.31	77.99	78.07	76.36
乙方案分值	80.03	80.22	79.06	79.95
决策者权重	0.091	0.556	0.065	0.288

专家个体在决策结果上存在分歧, 因此, 使用上述权重调整算法, 并结合专家的客观评定数据调整权重. 根据算法编制程序, 并输入数据进行运算. 经过 14 次迭代调整后, 结果趋于稳定, 得到最终的专家综合权重和备选方案的得分值. 具体调整过程的偏离权重数据与专家综合权重数据如表 2 和表 3 所示.

通过权重变化表可以看出, 调整开始时, 第 2 位专家的结果与群决策结果最为接近, 使得他的偏离权重较大; 但之后由于熵权的作用, 以体现其他决策者的意见, 群决策结果有所改变, 使得该专家的偏离权重又逐渐降低, 而第 3 位和第 4 位专家的权重缓慢上

表 2 偏离权重变化表

调整次数	1	2	3	4	5	6	7
1号专家	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.008	0.008
2号专家	0.922	0.892	0.867	0.848	0.833	0.824	0.815
3号专家	0.049	0.064	0.078	0.087	0.094	0.099	0.103
4号专家	0.025	0.039	0.049	0.058	0.065	0.069	0.074

  

调整次数	8	9	10	11	12	13	14
1号专家	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
2号专家	0.810	0.805	0.803	0.801	0.799	0.798	0.796
3号专家	0.107	0.109	0.111	0.112	0.114	0.114	0.115
4号专家	0.074	0.077	0.077	0.078	0.078	0.079	0.080

表 3 综合权重变化表

调整次数	1	2	3	4	5	6	7
1号专家	0.062	0.047	0.041	0.038	0.036	0.036	0.036
2号专家	0.603	0.616	0.616	0.610	0.603	0.596	0.590
3号专家	0.056	0.057	0.062	0.067	0.072	0.075	0.078
4号专家	0.279	0.280	0.281	0.285	0.289	0.293	0.296

  

调整次数	8	9	10	11	12	13	14
1号专家	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036
2号专家	0.585	0.583	0.581	0.579	0.577	0.575	0.574
3号专家	0.081	0.083	0.084	0.085	0.086	0.087	0.087
4号专家	0.298	0.298	0.299	0.300	0.301	0.302	0.303

升;最后在新的专家综合权重的基础上得出新的决策结果,这个结果更加符合实际.

## 4 结 论

本文所研究的基于熵理论的多属性群决策权重调整算法是在主观权重确定的基础上,利用偏离度和熵权的思想计算客观权重,对决策者的权重进行调整.这种方法揭示了评定值间隐含的客观信息,通过调整得到的综合权重较为合理,评定结果比较符合实际情况.具体算例验证了该方法的可行性.目前该调整算法已应用于海军基地级装备保障方案的评估中.

## 参考文献(References)

- [1] 岳超源. 决策理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003. (Yue C Y. Decision making: Theories and methods[M]. Beijing: Science Press, 2003.)
- [2] 陈侠, 樊治平. 基于不同偏好信息的评价专家水平研究[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(2): 27-35. (Chen X, Fan Z P. Study on the assessment level of experts based on difference preference information[J]. Systems Engineering - Theory & Practice, 2007, 27(2): 27-35.)
- [3] 王坚强. 一种信息不完全确定的多准则语言群决策方法[J]. 控制与决策, 2007, 22(4): 394-398. (Wang J Q. Group multi-criteria linguistic decision-making method with incomplete certain information[J]. Control and Decision, 2007, 22(4): 394-398.)
- [4] 陈晓红, 徐选华, 曾江洪. 基于熵权的多属性大群体决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(7): 1086-

1089.

- (Chen X H, Xu X H, Zeng J H. Method of multi-attribute large group decision making based on entropy weight[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(7): 1086-1089.)
- [5] 王应明. 运用离差最大化方法进行多指标决策与排序[J]. 系统工程与电子技术, 1998, 20(7): 24-26. (Wang Y M. Using the method of maximizing deviations to make decision for multiindices[J]. Systems Engineering and Electronics, 1998, 20(7): 24-26.)
- [6] 陈华友. 多属性决策中基于离差最大化的组合赋权方法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(2): 194-197. (Chen H Y. Combination determining weights method for multiple attribute decision making based on maximizing deviations[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(2): 194-197.)
- [7] 马永红, 周荣喜, 李振光. 基于离差最大化的决策者权重的确定方法[J]. 北京化工大学学报, 2007, 34(2): 177-180. (Ma Y H, Zhou R X, Li Z G. The method of determining the weights of decision-makers based on the maximizing deviation[J]. J of Beijing University of Chemical Technology, 2007, 34(2): 177-180.)
- [8] 宋光兴, 邹平. 多属性群决策中决策者权重的确定方法[J]. 系统工程, 2001, 19(4): 84-89. (Song G X, Zhou P. The method of determining the weight of the decision-maker in multi-attribute group decision-making[J]. Systems Engineering, 2001, 19(4): 84-89.)
- [9] 梁燧, 熊立, 王国华. 一种群决策中专家客观权重的确定方法[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(4): 652-655. (Liang L, Xiong L, Wang G H. New method for determining the objective weigh of decision makers in group decision[J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(4): 652-655.)
- [10] 刘业政, 徐德鹏, 姜元春. 多属性群决策中权重自适应调整的方法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(1): 45-48. (Liu Y Z, Xu D P, Jiang Y C. Method of adaptive adjustment weights in multi-attribute group decision-making[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(1): 45-48.)
- [11] 邱苑华. 管理决策和应用熵学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2002. (Qiu W H. The decision-making in management and the application of entropy[M]. Beijing: Mechanism Industry Press, 2002.)
- [12] 万俊. 海军基地级装备保障方案评估研究[D]. 武汉: 海军工程大学, 2008. (Wan J. Study on the evaluation of equipment support scenario of naval base level[D]. Wuhan: Naval University of Engineering, 2008.)