

文章编号: 1001-0920(2011)01-1880-05

含有参数化和非参数化不确定性系统重复学习控制

云利军, 徐天伟, 孙云平

(云南师范大学 计算机科学与技术学院, 昆明 650092)

摘要: 针对含有参数化和非参数化的高阶非线性系统, 设计了一种重复学习控制方案. 假设未知时变参数和参考信号的共同周期是已知的, 通过参数重组技巧, 将所有未知时变项合并为一个周期时变向量. 将改进 Backstepping 方法与分段积分机制相结合, 构造了微分-差分参数自适应律和重复学习控制律, 使跟踪误差在误差平方范数意义下渐近收敛于零. 利用 Lyapunov 泛函, 给出了闭环系统收敛的充分条件. 仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词: 非线性系统; Backstepping 方法; 自适应控制; 重复学习控制; Lyapunov 泛函

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Repetitive learning control for nonlinear systems with both parametric and non-parametric uncertainties systems

YUN Li-jun, XU Tian-wei, SUN Yun-ping

(School of Computer Science and Information Technology, Yunnan Normal University, Kunming 650092, China.

Correspondent: YUN Li-jun, E-mail: yunlj@163.com)

Abstract: A repetitive learning control scheme is designed for high-order nonlinear systems with parametric and non-parametric uncertainties. It is assumed that the common periodicity of unknown time-varying parameter and reference signal are known. By regrouping the system parameters, all unknown time-varying terms are combined into a periodically time-varying vector. Combining the modifying backstepping approach with the pointwise integral mechanism, a differential-difference mixed-type adaptive law and an adaptive repetitive learning control one are constructed to ensure the asymptotic convergence of the tracking error in the sense of square error norm. Also, a sufficient condition of the convergence of the method is given. A simulation example shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: Nonlinear system; Backstepping; Adaptive control; Repetitive learning control; Lyapunov functional

1 引言

学习控制是一种控制策略, 目的是在可重复的固定有限时间区间或重复在无限时间区间上校正控制输入, 以便达到改善系统的性能. 迄今为止, 人们提出了许多学习控制方法, 其中两种主要的方法是: 迭代学习控制^[1,2]和重复学习控制^[3,4]. 迭代学习控制是用来处理有限时间区间上的跟踪任务, 它要求控制行为可以重复操作, 并且要求统一初始条件. 重复控制则用来处理无限时间区间上的周期跟踪任务, 它不要求统一初始条件. 它们都能在可重复控制环境下提高系统的性能. 自适应控制可以有效地处理线性或非线性系统中含有常值或慢时变参数的不确定性, 而对含有时变参数不确定系统, 实施自适应控制还是一个公开

的难题^[5].

重复控制的概念首先由文献[3]提出, 针对一类线性时不变系统, 在频率域上, 利用小增益定理对它进行收敛性分析. 它能够有效地处理重复跟踪控制问题或抑制周期性干扰问题, 并广泛应用到机器人系统^[4,6]. 当系统的不确定性参数的周期预先可知时, 文献[7]通过分段积分方法, 构造了自适应控制器的参数周期自适应律, 解决了一阶混合线性参数化不确定性系统的周期自适应控制问题, 但其仅对不确定参数满足匹配条件的情况作了研究. [8]针对一类含非参数化不确定的非线性系统, 提出了一种重复学习控制方法, 但要求目标轨线是周期函数. [9]对具有周期和拟周期时变参数不确定系统, 利用 Backstepping 方法

收稿日期: 2009-10-14; 修回日期: 2010-03-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60963020); 云南省应用基础研究计划面上项目(2007F053M); 云南省教育厅科学研究基金重点项目(07Z40092)

作者简介: 云利军(1973—), 男, 呼和浩特人, 副教授, 博士, 从事自适应控制、网络控制和嵌入式系统等研究; 徐天伟(1970—), 男, 云南马关人, 副教授, 从事知识工程、智能控制等研究.

给出了鲁棒学习控制策略. [10] 对于一类既有完全未知的虚拟控制系数又有时变参数不确定性的不匹配的非线性系统, 给出一种自适应鲁棒重复学习控制策略, 把 Nussbaum-type 函数与 Backstepping 方法相结合, 能够保证系统状态一致最终有界. [11] 针对含有时变和时不变未知参数的二阶非线性系统, 结合 Backstepping 方法, 提出了一种自适应重复学习控制方法, 使跟踪误差平方在一个周期上的积分范数渐近收敛于零. [12] 针对含有混合参数的伴随形式的高阶非线性系统, 利用分段积分机制与反馈线性化相结合, 使广义跟踪误差在误差平方范数意义下渐近收敛于零.

本文针对既有参数化又有非参数化不确定性高阶非线性系统, 设计了一种重复学习控制方案. 假设未知时变参数和参考信号的共同周期是已知的, 通过参数重组技巧, 将所有未知时变项合并成为一个周期时变向量. 将 Backstepping 方法与分段积分机制相结合, 通过构造微分-差分参数自适应律, 设计了一种自适应控制策略, 使跟踪误差在误差平方范数意义下渐近收敛于零. 仿真结果表明了该方法的有效性.

2 问题描述

定义函数 $f(v)$ 的 L_T^2 -范数为 $\int_{t-T}^t f^2(\tau) d\tau$, 其中 $v \in [t-T, t]$, T 为已知的有限正常数.

考虑如下高阶非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1} + \theta_2^T f_i(\bar{x}_i), \quad 1 \leq i \leq n-1; \\ \dot{x}_n &= b(t)u + \theta_2^T f_n(\bar{x}_n) + \theta_1^T(t)\varphi(\bar{x}_n) + g(y); \\ x(t_0) &= x_0; \quad y = x_1. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ 是可测的系统状态, $\bar{x}_i = [x_1, \dots, x_i]^T$, 记 $x = \bar{x}_n$; $u \in R$ 和 $y \in R$ 分别是系统控制输入和输出; $x(t_0) = x_0$ 表示系统的初始条件; $\theta_1(t) \in R^p$ 是未知连续时变函数向量; $\theta_2 \in R^q$ 是未知的常参数向量, $b(t)$ 是符号已知但其值未知的周期是 T 的连续函数, 不失一般性, 设 $b(t) > 0$, 并且 $b(t) = b(t-T)$; $g(y)$ 为未知的非参数化的非线性连续函数; $\varphi(x), f_1(\bar{x}_1), f_2(\bar{x}_2), \dots, f_n(\bar{x}_n)$ 均为已知适当维数的光滑向量值函数, 且 $\varphi(0) = 0, f_i(0) = 0, i = 1, 2, \dots, n$; $y_r(t)$ 表示周期为 T 的参考系统输出.

本文中, 系统 (1) 及 $y_r(t)$ 满足下列假设:

假设 1 $\theta_1(t)$ 是周期为 T 的未知连续向量函数, 即 $\theta_1(t)$ 的每个元素都是周期为 T 的时间函数, 且在某个紧集内变化, 即存在一个正数 $\theta_{1,M} < \infty$, 使得 $\|\theta_1(t)\| \leq \theta_{1,M}$, 这里 $\theta_{1,M}$ 可以是未知常参数.

假设 2 $\varphi(x)$ 关于 x 是全局李普希茨连续, 即对任意 $x^1, x^2 \in R^n$, 有 $\|\varphi(x^1) - \varphi(x^2)\| \leq l \|x^1 - x^2\|$,

l 是未知的李普希茨常数.

假设 3 未知的非线性函数 $g(y)$ 满足: 对于任意的 $y, z \in R$, 有

$$|g(y) - g(z)| \leq \gamma(y, z) |y - z|,$$

其中 $\gamma(y, z)$ 是已知的有界连续函数.

假设 4 目标轨线 $y_r(t)$ 和它的一阶导数直到 n 阶导数均在 L_T^2 -范数意义下是有界的, 即

$$\int_{t-T}^t (y_r^{(k)}(\tau))^2 d\tau < \infty, \quad k = 0, 1, \dots, n.$$

控制目标是对于给定的以 T 为周期的输出参考信号 $y_r(t)$, 设计一个自适应控制律 $u(t)$ 使得输出跟踪误差 $e(t) = y(t) - y_r(t)$ 在 L_T^2 -范数意义下收敛于零, 同时保证闭环系统所有信号在 L_T^2 -范数意义下有界.

3 设计自适应重复学习控制律

针对式 (1) 的特点, 首先, 未知常参数向量 θ_2 满足不匹配条件, 最有效的解决方法是利用 Backstepping 方法^[5], 但标准的 Backstepping 方法只能对未知常参数向量进行自适应修正, 而对时变参数向量 $\theta_1(t)$ 和 $b(t)$ 无能为力. 这就需要把 Backstepping 方法与别的方法相结合来处理 $\theta_1(t)$ 和 $b(t)$. 其次, 对未知的非参数化函数 $g(y)$, 充分利用目标轨线 $y_r(t)$ 的周期性, 有效地处理了 $g(y)$ 的影响. 进行坐标变换^[5]

$$\begin{aligned} z_1 &= y - y_r, \\ z_i &= x_i - y_r^{(i-1)} - \alpha_{i-1}(\bar{x}_{i-1}, \hat{\theta}_2(t), \bar{y}_r^{(i-2)}), \\ & \quad i = 2, 3, \dots, n. \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $\bar{x}_i = (x_1, x_2, \dots, x_i)^T, \bar{y}_r^{(i)} = (y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(i)})^T, \hat{\theta}_2(t)$ 是 θ_2 的估计量, 稳定化函数 α_i 为

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -c_1 z_1 - \frac{1}{2} \gamma^2(y, y_r) z_1 - w_1^T \hat{\theta}_2(t), \\ \alpha_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}_2(t), \bar{y}_r^{(i-1)}) &= \\ & - z_{i-1} - c_i z_i - w_i^T \hat{\theta}_2(t) + \Delta_i + \\ & \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_2(t)} \Gamma \tau_i + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_2(t)} \Gamma w_i z_k. \end{aligned} \quad (3)$$

这里

$$\begin{aligned} \Delta_i &= \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} x_{k+1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} \right), \\ w_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}_2(t), \bar{y}_r^{(i-2)}) &= f_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} f_k. \end{aligned}$$

Γ 是正定对称矩阵, 即 $\Gamma = \Gamma^T > 0; \tau_i = \tau_{i-1} + w_i z_i, i = 2, 3, \dots, n$. 为了符号一致, 记 $\tau_0 = 0, \alpha_0 = 0, x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T, z = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T$.

利用式 (3), 对 (2) 关于 t 求导, 从而得到闭环误差系统方程如下:

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2 - \frac{1}{2} \gamma^2(y, y_r) z_1 - w_1^T \tilde{\theta}_2(t);$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= -z_{i-1} - c_i z_i + z_{i+1} + w_1^T \tilde{\theta}_2(t) + \\ &\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_2(t)} (\Gamma \tau_i - \dot{\hat{\theta}}_2(t)) + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \hat{\theta}_2(t)} \Gamma w_i z_k, \\ &i = 2, 3, \dots, n-1; \\ \dot{z}_n &= b(t)u + \theta_1^T(t)\varphi(\bar{x}_n) + g(y) + w_n^T \theta_2 - \\ &\Delta_n - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}_2(t)} \dot{\hat{\theta}}_2(t) - y_r^{(n)}. \end{aligned} \quad (4)$$

设计时不变参数自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_2(t) = \Gamma W Z = \Gamma \tau_{n-1}. \quad (5)$$

其中 $W = [w_1, w_2, \dots, w_{n-1}]$, $Z = [z_1, z_2, \dots, z_{n-1}]^T$.

考虑式(4)中前 $n-1$ 个误差变量方程, 设计的 Lyapunov 函数为

$$V_{n-1}(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} z_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_2^T(t) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}_2(t). \quad (6)$$

利用式(4)和(5), 式(6)关于 t 的导数为

$$\dot{V}_{n-1}(t) = - \sum_{i=1}^{n-1} c_i z_i^2 + z_{n-1} z_n - \frac{1}{2} \gamma^2(y, y_r) z_1. \quad (7)$$

考虑式(4)中最后一个关于误差变量 z_n 的方程, 有

$$\begin{aligned} \dot{z}_n &= b(t) \left\{ u + b^{-1}(t) \theta^T(t) \xi(\bar{x}_n) + \right. \\ &b^{-1}(t) \Lambda + b^{-1}(t) w_n^T \theta_2 + \\ &\left. b^{-1}(t) \left(-\Delta_n - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}_2(t)} \dot{\hat{\theta}}_2(t) - y_r^{(n)} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $\theta(t) = [\theta_1^T(t), g(y_r)]^T$, $\xi(\bar{x}_n) = [\varphi(\bar{x}_n), 1]^T$, $\Lambda = g(y) - g(y_r)$. 由于 $\theta_1(t)$, y_r 分别是周期为 T 的向量函数和连续函数, 显然 $\theta(t)$ 也是周期为 T 的向量函数.

设计 Lyapunov 函数为

$$V_n(t) = \frac{1}{2} b^{-1}(t) z_n^2. \quad (9)$$

由式(8), 式(9)关于 t 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_n(t) &= z_n \{ u + b^{-1}(t) \theta^T(t) \xi(\bar{x}_n) + b^{-1}(t) \Lambda + \\ &b^{-1}(t) w_n^T \theta_2 + b^{-1}(t) (-\Delta_n - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}_2(t)} \dot{\hat{\theta}}_2(t) - \\ &y_r^{(n)}) \} - \frac{1}{2} b^{-2}(t) \dot{b}(t) z_n^2, \end{aligned}$$

根据假设3, 得

$$z_n b^{-1}(t) \Lambda \leq \frac{1}{2b^2(t)} z_n^2 + \frac{1}{2} \gamma^2(y, y_r) z_1^2,$$

因此

$$\dot{V}_n(t) \leq z_n (u + \beta^T(t) \phi) + \frac{1}{2} \gamma^2(y, y_r) z_1^2. \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \beta(t) &= [b^{-1}(t), b^{-1}(t) \theta^T(t), b^{-1}(t) \theta_2^T(t), \\ &\dot{b}(t) b^{-2}(t), b^{-2}(t)]^T, \\ \phi(t) &= \left[-\Delta_n - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}_2} \dot{\hat{\theta}}_{2,j}(t) - y_r^{(n)}, \right. \\ &\left. \xi^T(\bar{x}_n), w_n^T, -\frac{1}{2} z_n, \frac{1}{2} z_n \right]^T. \end{aligned}$$

注1 由于 $b(t)$, $\theta(t)$ 分别是周期为 T 的连续函数和向量函数, 因此 $\beta(t)$ 也是周期为 T 的向量函数.

基于式(7)和(10), 构造自适应学习控制律为

$$u(t) = -z_{n-1} - c_n z_n - \hat{\beta}^T(t) \phi, \quad (11)$$

其中 $\hat{\beta}(t)$ 是 $\beta(t)$ 的估计量.

设计时变周期参数自适应律为

$$\hat{\beta}(t) = \begin{cases} \hat{\beta}(t-T) + q_1 \phi z_n, & t \in [T, \infty); \\ q_0(t) \phi z_n, & t \in [0, T); \\ 0, & t \in [-T, 0). \end{cases} \quad (12)$$

其中: $q_1 > 0$ 为设计参数, 并且 $q_0(t) (t \in [0, T))$ 是严格单调增加连续函数, 使得 $q_0(0) = 0$, $q_0(T) = q_1$. $q_0(t)$ 的选取, 确保了 $\beta(t)$ 的估计量 $\hat{\beta}(t)$ 在 $kT (k = 1, 2, \dots)$ 的连续性.

证明略.

考虑整个误差系统方程(4)的 Lyapunov 函数为

$$V(t) = V_{n-1}(t) + V_n(t), \quad (13)$$

由式(7), (10)和(11), 有

$$\dot{V}(t) \leq - \sum_{i=1}^n c_i z_i^2 + \tilde{\beta}^T(t) \phi z_n, \quad (14)$$

其中 $\tilde{\beta}^T(t) = \beta(t) - \hat{\beta}(t)$.

注2 值得注意的是, 常值参数自适应律是在第 $n-1$ 步选择的, 在标准自适应 Backstepping 设计过程中, 它是在最后一步时才选择的, 而最后一步设计的 Lyapunov 函数不同于标准自适应 Backstepping 设计.

4 收敛性分析

定理1 在假设1~假设4的条件下, 由系统方程(1)和重复学习控制律(11)以及参数自适应律(5)和(12)组成的闭环误差系统(4)具有:

1) 跟踪误差 $e(t) = z_1(t)$ 在 L^2_T -范数意义下收敛于零, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t-T}^t e^2(\tau) d\tau = 0$.

2) 闭环系统所有信号均在 L^2_T -范数意义下有界.

证明 构造 Lyapunov 函数为

$$E(t) = V(t) + \frac{1}{2q_1} \int_{t-T}^t \tilde{\beta}^T(\tau) \tilde{\beta}(\tau) d\tau. \quad (15)$$

首先, $E(t)$ 在一个周期区间 $[t-T, t)$ 上的差分是 $\Delta E(t) =$

$$\begin{aligned} [V(t) - V(t-T)] + \frac{1}{2q_1} \int_{t-T}^t [\tilde{\beta}^T(\tau) \tilde{\beta}(\tau) - \\ \tilde{\beta}^T(\tau-T) \tilde{\beta}(\tau-T)] d\tau. \end{aligned} \quad (16)$$

下面分别计算式(16)右边的每一项. 由式(14), 式(16)的右边第1项变为

$$\begin{aligned} V(t) - V(t-T) \leq \\ \int_{t-T}^t \left(- \sum_{i=1}^n c_i z_i^2 + \tilde{\beta}^T(t) \phi z_n \right) d\tau. \end{aligned} \quad (17)$$

利用关系式 $(a - b)^T(a - b) - (a - c)^T(a - c) = (c - b)^T[2(a - b) + (b - c)]$, $\beta(t) = \beta(t - T)$ 以及式 (12), 式 (16) 右边的第 2 项化简为

$$\frac{1}{2q_1} \int_{t-T}^t [\tilde{\beta}^T(\tau)\tilde{\beta}(\tau) - \tilde{\beta}^T(\tau - T)\tilde{\beta}(\tau - T)]d\tau = - \int_{t-T}^t (\phi^T \tilde{\beta}(\tau)z_n + \frac{1}{2}q_1 \phi^T \phi z_n^2)d\tau. \quad (18)$$

将式 (17) 和 (18) 分别代入 (16), 得

$$\Delta E(t) \leq - \int_{t-T}^t (\sum_{i=1}^n c_i z_i^2 + \frac{1}{2}q_1 \phi^T \phi z_n^2)d\tau \leq - \int_{t-T}^t c_1 z_1^2 d\tau < 0. \quad (19)$$

对于 $\forall t \in [iT, (i+1)T]$, 记 $t_0 = t - iT, t_0 \in [0, T)$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $i \rightarrow \infty$. 重复应用式 (16), 得

$$E(t) = E(t_0) + \sum_{j=0}^{i-1} \Delta E(t - jT). \quad (20)$$

由于 $t_0 \in [0, T)$, 根据式 (19), 式 (20) 两端取极限, 得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) \leq \max_{t_0 \in [0, T)} E(t_0) - c_1 \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^{i-1} \int_{t-(j+1)T}^{t-jT} z_1^2 d\tau. \quad (21)$$

考虑到 $E(t)$ 的正定性, 若 $E(t_0)$ 在区间 $[0, T)$ 有界, 则根据正项级数收敛性定理可知, 跟踪误差 $z_1(t)$ 在 L^2_T -范数意义下渐近收敛于零, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t-T}^t z_1^2(\tau)d\tau = 0$.

其次, 只需证明 $E(t)$ 在区间 $[0, T)$ 上是有界的. 为了叙述方便, 记 $t_0 = t$. 考虑时变周期参数自适应律 (12), 当 $t \in [0, T)$ 时, 有 $\hat{\beta}(t) = q_0(t)\phi z_n$ 是连续的; 而闭环误差系统 (4) 的右端关于变量 z 和 t 是连续的; 根据微分方程解的存在性定理可知, 在子区间 $[0, T_1) \subset [0, T)$ 上, $0 < T_1 \leq T$, 闭环系统必存在连续有界的解, 从而 $E(t)$ 在 $[0, T_1)$ 上是有界的. 因而, 只需考虑 $E(t)$ 在区间 $[T_1, T)$ 是有界的. 根据 $q_0(t)$ 的选取, 在该区间上, 有 $q \geq q_0(t) \geq q_0(T_1) = \varepsilon > 0$, 进一步有 $2q \geq q_0(t) > 0$, 对于 $\forall t \in [T_1, T)$, 利用式 (12) 和 (14), 式 (15) 两边关于 t 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{E}(t) &\leq - \sum_{i=1}^n c_i z_i^2 + \tilde{\beta}^T(t)\phi z_n + \frac{1}{2q_1} \tilde{\beta}^T(t)\tilde{\beta}(t) = \\ &- \sum_{i=1}^n c_i z_i^2 - v\tilde{\beta}^T(t)\tilde{\beta}(t) + \frac{1}{q_0(t)} \tilde{\beta}^T(t)\beta(t). \end{aligned}$$

其中: $v = 1/q_0(t) - 1/2q_1 > 0$, 由 $2q \geq q_0(t) > 0$, 有 $v > 0$. 利用 Young 不等式和 $q \geq q_0(t) \geq q_0(T_1) = \varepsilon > 0$, 对于任意的 $\varsigma > 0$, 得

$$\frac{1}{q_0(t)} \tilde{\beta}^T(t)\beta(t) \leq \frac{\varsigma}{\varepsilon} \tilde{\beta}^T(t)\tilde{\beta}(t) + \frac{1}{4\varsigma\varepsilon} \beta^T(t)\beta(t),$$

只要选择设计参数 ς 充分小, 使得 $\zeta = v - \varsigma\varepsilon^{-1} > 0$, 便有

$$\dot{E}(t) \leq -c_1 z_1^2 - \zeta \tilde{\beta}^T(t)\tilde{\beta}(t) + \frac{1}{4\varsigma\varepsilon} \beta^T(t)\beta(t). \quad (22)$$

由于 $\beta(t)$ 是连续的周期函数向量, 由假设 1 知, 存在一个常数 β_M , 使得 $\forall t \in [0, T)$, 有 $\beta^T(t)\beta(t) \leq \beta_M$, 从而由式 (22) 可知, 在集合 $\{(z_1, \tilde{\beta}) \in R^{p+q+4} | c_1 z_1^2 + \zeta \tilde{\beta}^T(t)\tilde{\beta}(t) \leq \beta_M/4\varsigma\varepsilon\}$ 的外部 $\dot{E}(t)$ 是负定的, 故 $E(t)$ 在区间 $[T_1, T)$ 是有界的.

最后, 证明其他信号有界. 由于 $E(t)$ 的有界性, 确保了 $z_1(t)$ 是 L^∞ 有界且 $\tilde{\beta}(t)$ 是 L^2_T 有界, 这是因为 L^∞ 范数有界意味着 L^2_T 范数有界. 又因为 $y(t) = y_r(t) + z_1(t)$ 和 $\tilde{\beta}(t) = \beta(t) - \hat{\beta}(t)$, 而 $y_r(t)$ 和 $\beta(t)$ 是 L^∞ 范数有界的, 从而可知 $y(t)$ 和 $\hat{\beta}(t)$ 在 L^2_T -范数意义下也是有界的. 另外, 由 $E(t)$ 的有界性, 以及式 (6), (9), (15) 和 (2), 可得其他信号均在 L^2_T -范数意义下有界. 由式 (11) 可知, 控制律 $u(t)$ 在 L^2_T -范数意义下是有界的. \square

5 仿真例子

考虑如下二阶非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \theta_2 x_1^2, \\ \dot{x}_2 = b(t)u + \theta_1(t)e^{x_1} + g(y), x(0) = x_0, \\ y = x_1. \end{cases}$$

其中: θ_2 是未知常值参数, $\theta_1(t)$ 是未知时变参数, 参考轨迹为 $y_r(t) = 0.02 \cos(\pi t/3)$. 利用 Matlab 编程仿真, 这里系统的初始条件为 $x_1(0) = 0, x_2(0) = 0, \theta_1(t) = |2\sin(4\pi t/3)|, \theta_2 = 1, b(t) = 0.1|\sin(\pi t) - 2|$, 周期 $T = 6s, g(y) = e^{-y^2(t)} = e^{-x_1^2(t)}$, 并且 $|g(y) - g(y_r)| \leq \gamma(y, y_r)|y - y_r|$, 其中 $\gamma(y, y_r) = \sqrt{2}e^{-0.5}$. 采用本文设计的重复学习控制律和周期参数自适应学习律, 得到仿真结果如图 1~图 6 所示. 其中 $c_1 = 12, c_2 = 50, \Gamma = 1, q = 1, q_0(t) = tq/T$. 图 1 说明了第 i 个周期跟

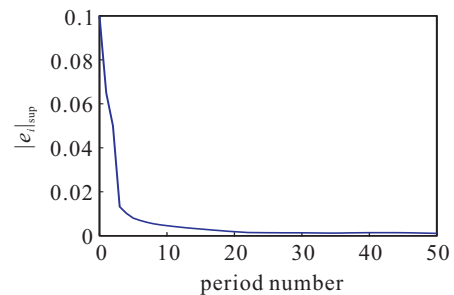


图 1 跟踪误差曲线 $|e|_{\text{sup}}$

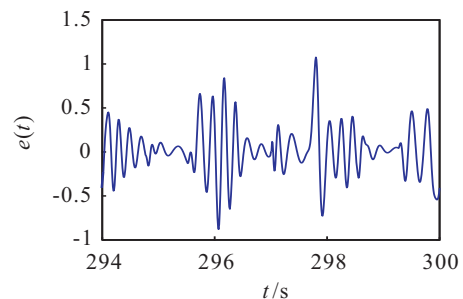


图 2 第 50 个周期跟踪误差曲线 $e(t)$

踪误差的最大绝对值;图2为第50个周期误差曲线 $e(t)$;由图3可以看出,控制曲线 $u(t)$ 是有界的;图4~图6分别说明了时不变参数的估计曲线 $\hat{\theta}_2(t)$ 和时变参数的估计曲线 $\hat{\beta}(t)$ 的有界性,这与理论分析结果是相符的.以上仿真结果表明所提出方法是可行的.

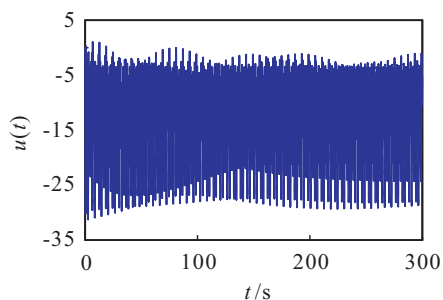


图3 控制曲线 $u(t)$

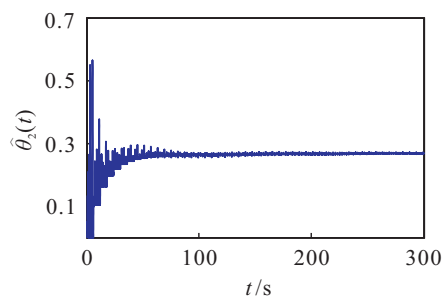


图4 时不变参数曲线 $\hat{\theta}_2(t)$

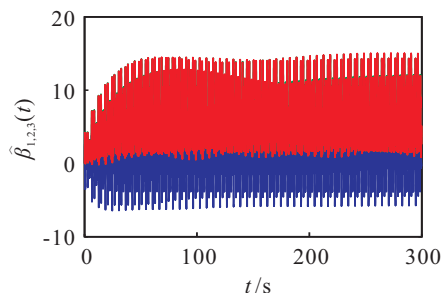


图5 时变参数曲线 $\hat{\beta}_{1,2,3}(t)$

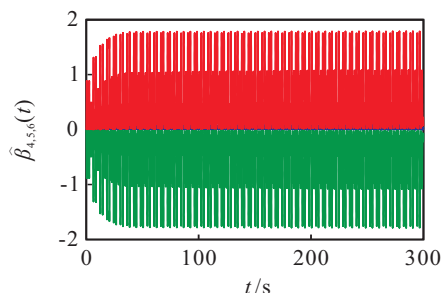


图6 时变参数曲线 $\hat{\beta}_{4,5,6}(t)$

6 结 论

针对既有参数化又有非参数化不确定性非线性系统,设计了一种重复学习控制方案,利用参数重组技巧,将所有未知时变项合并成为一个周期时变向量.把Backstepping方法与分段积分机制相结合,构造了微分-差分参数自适应律和重复学习控制律,利用

Lyapunov泛函,证明了跟踪误差在误差平方范数意义下渐近收敛于零.仿真结果表明了该方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robotics by learning[J]. J Robotic System, 1984, 12(2): 123-140.
- [2] Sun M X, Wang D W. Iterative learning control with initial rectifying action[J]. Automatica, 2002, 38(7): 1177-1182.
- [3] Hara S, Yamamoto Y, Omata T, et al. Repetitive control system: A new type servo system for periodic exogenous signals[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1988, 33(7): 659-668.
- [4] Dixon W E, Zergeroglu E, Dawson D M, et al. Repetitive learning control: A Lyapunov-Based approach[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, Man and Cybernetics: Part B, 2002, 32(4): 538-545.
- [5] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York: Wiley, 1995.
- [6] Sun M X, Ge S S, Mareels I M Y. Adaptive repetitive learning control of robotic manipulators without the requirement for initial repositioning[J]. IEEE Trans on Robotics, 2006, 22(3): 563-568.
- [7] Xu J X. A new periodic adaptive control approach for time-varying parameters with known periodicity[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(4): 579-583.
- [8] Xu J X, Yan R. On repetitive learning control for periodic tracking tasks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(11): 1842-1848.
- [9] Tian Y P, Yu X H. Robust learning control for a class of nonlinear systems with periodic and aperiodic uncertainties[J]. Automatica, 2003, 39(11): 1957-1966.
- [10] Yan R, Er M J, Pan Y J. Multi-period repetitive learning control for a class of unmatched systems with unknown control direction[C]. American Control Conf. Minnesota, 2006: 238-143.
- [11] 孙云平, 刘赟, 李俊民. 一类二阶时变非线性系统的混合自适应重复学习控制[J]. 西安电子科技大学学报, 2006, 33(3): 495-499.
(Sun Y P, Liu Y, Li J M. Adaptive repetitive learning control for a class of second order nonlinear time-varying systems with mixed parameters[J]. J of Xidian University, 2006, 33(3): 495-499.)
- [12] 孙云平, 李俊民, 王元亮. 一类高阶非线性系统的混合自适应重复学习控制[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(11): 104-110.
(Sun Y P, Li J M, Wang Y L. Adaptive repetitive learning control for a class of high order nonlinear time-varying systems with mixed parameters[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2007, 27(11): 104-110.)