

文章编号: 1001-0920(2011)02-0243-05

一种基于 SVM 重采样的似然粒子滤波算法

蒋蔚, 伊国兴, 曾庆双

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对弱观测噪声条件下非线性、非高斯动态系统的滤波问题, 提出一种基于支持向量机的似然粒子滤波算法. 首先, 采用似然函数作为提议分布, 融入最新的观测信息, 比采用先验转移密度的一般粒子滤波算法更接近状态的真实后验密度; 然后, 利用当前粒子及其权值, 使用支持向量机估计出状态的后验概率密度模型; 最后, 根据此模型重采样更新粒子集, 有效地克服粒子退化现象并提高状态估计精度. 仿真结果表明了所提出算法的可行性和有效性.

关键词: 粒子滤波; 似然函数; 支持向量机; 重采样

中图分类号: TP391

文献标识码: A

Likelihood particle filter based on support vector machines resampling

JIANG Wei, YI Guo-xing, ZENG Qing-shuang

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China. Correspondent: JIANG Wei, E-mail: mailjiangwei@163.com)

Abstract: To cope with state estimation problems of nonlinear/non-Gaussian dynamic systems with weak measurement noise, an improved likelihood particle filter(LPF) algorithm is proposed based on support vector machines(SVM) resampling. Firstly, the algorithm employs the likelihood as proposal distribution and takes account of the most recent observation, so it is comparably closer to the posterior than the transition prior used as proposal. Then, the posterior probability density model of the states is estimated by SVM with current particles and their importance weights during iteration. Finally, after resampling the new particles from the given density model, degeneration problem is solved effectively by these diversiform particles. The simulation results show the feasibility and effectiveness of the algorithm.

Key words: particle filter; likelihood; support vector machines; resampling

1 引言

粒子滤波借助于一个容易采样的提议分布(又称重要性密度函数)得到满足后验概率分布的样本粒子, 提议分布选择的优劣直接决定了粒子滤波的性能. 近年来, 关于粒子滤波提议分布选择方面的研究已取得很大进展. Gordon 等人^[1]最早提出了使用先验转移密度作为提议分布的 Bootstrap 粒子滤波算法. 该方法简单、易于实现, 但由于没有考虑最新的观测信息常导致粒子集偏离真实的后验概率. 文献[2]提出了使用扩展卡尔曼滤波(EKF)来产生提议分布; [3]又提出了使用 Unscented 卡尔曼滤波(UKF)来获得提议分布, 使滤波器性能有了进一步提高; 针对弱观测噪声环境, [4]提出了使用似然函数作为提议分布的似然粒子滤波(LPF), 它不仅考虑了最新的观测信息, 而且保证了大部分的粒子都分布在高似然区域, 这样大大

提高了粒子的利用效率, 从而可获得更准确的状态估计值.

上述基于重要性采样的粒子滤波都存在的一个主要问题是粒子的退化现象, 特别是在观测噪声较小, 似然函数形状尖锐时, 粒子的退化问题尤为严重. 解决退化问题常用的方法是进行重采样, 但经过重采样后, 大权值粒子被多次复制, 粒子集的多样性丧失, 又会带来样本枯竭问题^[5]. 对此, 文献[6]提出了在重采样后增加马尔可夫链蒙特卡罗(MCMC)移动步骤的方法, 该方法可以减弱粒子间的相关性, 抑制样本的贫化, 但其收敛性不能完全保证; [7]提出了使用高斯分布近似状态后验概率密度的高斯粒子滤波(GPF), 当高斯假设成立时该算法是渐进最优的; [8]又提出了采用核函数替代 Dirac-delta 函数的正则粒子滤波算法(RPF), 它从后验分布的连续近似中重采样来更

收稿日期: 2009-11-10; 修回日期: 2010-02-23.

基金项目: “十一五”国防预研项目(51309030102, 51309030203).

作者简介: 蒋蔚(1979—), 男, 博士生, 从事非线性滤波、导航系统的研究; 曾庆双(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事惯性技术、智能控制与智能系统的研究.

新粒子集, 这样可有效地增加粒子多样性.

本文针对弱观测噪声条件下的似然粒子滤波, 借鉴 RPF 算法的思想, 将支持向量机 (SVM) 方法引入重采样步骤, 通过构建状态的连续后验概率密度来获得具有多样性的新样本粒子, 从而有效地克服粒子的退化现象, 提高滤波器性能. 本文通过一个仿真实例以及同其他算法的比较结果表明了所提出算法的可行性和有效性.

2 似然粒子滤波

假设非线性动态系统的状态转移方程和观测方程分别为

$$x_k = f(x_{k-1}) + v_{k-1}, \quad (1a)$$

$$z_k = h(x_k) + n_k. \quad (1b)$$

其中: v_k 和 n_k 分别为过程噪声和观测噪声, 滤波过程的任务是通过可获得系统观测值 z_k 估计出系统的状态 x_k , 即要求得到系统状态的后验概率分布 $p(x_k|z_{1:k})$. 粒子滤波的核心思想是利用一系列随机样本的加权和来表示状态后验概率密度, 即

$$p(x_k|z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N w_k^i \delta(x_k - x_k^i). \quad (2)$$

其中: $\delta(\cdot)$ 为 Dirac-delta 函数, w_k^i 为对应粒子 x_k^i 的权值. 当粒子数 $N \rightarrow \infty$ 时, 由大数定理可保证式 (2) 逼近真实的后验概率密度^[4].

常用的基于重要性采样的粒子滤波, 使用先验转移密度作为提议分布^[1], 即

$$q(x_k|x_{k-1}^i, z_{1:k}) = p(x_k|x_{k-1}^i), \quad (3)$$

权值的递推关系可简化为

$$w_k^i \propto w_{k-1}^i \frac{p(z_k|x_k^i)p(x_k^i|x_{k-1}^i)}{q(x_k^i|x_{k-1}^i, z_{1:k})} = w_{k-1}^i p(z_k|x_k^i). \quad (4)$$

由系统状态转移方程 (1a) 进行粒子的采样 $x_k^i \sim p(x_k|x_{k-1}^i)$, 再由系统观测方程 (1b) 计算似然函数 $p(z_k|x_k^i)$, 根据式 (4) 进行权值的递推计算, 这样反复迭代便可完成系统状态的估计, 即

$$\hat{x}_k \approx \sum_{i=1}^N x_k^i w_k^i. \quad (5)$$

上述算法的粒子采样和权值更新都很容易实现, 其缺点在于粒子从先验转移密度 $p(x_k|x_{k-1}^i)$ 中采样, 没有考虑最新的观测信息 z_k , 并且权值与似然函数成比例, 导致较高的权值方差. 特别是当大量的粒子位于似然函数的尾部, 且过程噪声明显大于观测噪声时, 粒子的退化现象严重, 造成滤波性能和效率的下降.

在弱观测噪声条件下, 似然函数形状尖锐, 比先验转移密度更接近状态的后验密度. 如果使用似然函数作为提议分布, 可保证大部分的粒子都分布在高似然区域, 大大提高了粒子的利用效率, 这就是似然粒

子滤波的基本思想.

使用似然函数作为提议分布, 即从 $p(z_k|x_k^i)$ 中采样粒子一般不易实现, 但如果观测方程具有反函数形式, 即

$$x_k = h^{-1}(z_k, n_k), \quad (6)$$

则以似然函数作为提议分布来采样粒子可间接地实现. 为简单起见, 假设系统观测方程为如下二次型^[4,9](更一般情况的采样方法可参考文献 [10]):

$$z_k = h(x_k^2) + n_k. \quad (7)$$

为了方便表述, 令 $s_k = x_k^2$, 则有

$$s_k = h^{-1}(z_k - n_k), \quad (8)$$

如果能由式 (8) 采样得到 s_k^i , 即可间接得到粒子 x_k^i .

由贝叶斯定理有

$$p(s_k|z_k) \propto \begin{cases} p(z_k|s_k), & s_k \geq 0; \\ 0, & \text{others.} \end{cases} \quad (9)$$

则由观测值 z_k 和式 (8) 进行采样得到 s_k^i , 若 $s_k^i \geq 0$, 即可认为 $s_k^i \sim p(s_k|z_k) \propto p(z_k|s_k)$.

考虑 $p(x_k|s_k^i)$ 可由如下 $\delta(\cdot)$ 函数对组成:

$$p(x_k|s_k^i) = \frac{\delta(x_k - \sqrt{s_k^i}) + \delta(x_k + \sqrt{s_k^i})}{2}, \quad (10)$$

则有

$$x_k^i = \text{sgn}\left(u - \frac{1}{2}\right) \sqrt{s_k^i}, \quad u \sim U(0, 1). \quad (11)$$

若 x_k^i 与 x_{k-1}^i 独立, 则提议分布

$$q(x_k|x_{k-1}^i, z_{1:k}) \propto p(x_k|s_k)p(s_k|z_k) \quad (12)$$

权值的递推可表示为

$$\begin{aligned} w_k^i &\propto w_{k-1}^i \frac{p(z_k|x_k^i)p(x_k^i|x_{k-1}^i)}{q(x_k^i|x_{k-1}^i, z_{1:k})} = \\ w_{k-1}^i &\frac{p(z_k|x_k^i)p(x_k^i|x_{k-1}^i)}{p(x_k^i|s_k^i)p(s_k^i|z_k)} = \\ w_{k-1}^i &\frac{p(x_k^i|z_k)p(z_k)p(x_k^i|x_{k-1}^i)}{p(x_k^i)p(x_k^i|s_k^i)p(s_k^i|z_k)}. \end{aligned} \quad (13)$$

由式 (10) 可知 $p(x_k^i|s_k^i) = 1/2$, 又因为 $p(z_k)$ 和 $p(x_k^i)$ 为常数, 则式 (13) 可简化为

$$w_k^i \propto w_{k-1}^i p(x_k^i|x_{k-1}^i) \frac{p(x_k^i|z_k)}{p(s_k^i|z_k)}. \quad (14)$$

其中: $p(x_k^i|z_k)$ 与 $p(s_k^i|z_k)$ 之比, 与 s_k 和 x_k 的 Jacobian 行列式成比例, 即

$$\frac{p(x_k^i|z_k)}{p(s_k^i|z_k)} \propto \left| \frac{ds_k}{dx_k} \right| = 2x_k, \quad (15)$$

则似然粒子滤波的权值递推关系可表示为

$$w_k^i \propto w_{k-1}^i p(x_k^i|x_{k-1}^i) x_k^i. \quad (16)$$

3 基于 SVM 的概率密度估计

支持向量机是 Vapnik^[11]提出的一种新型统计学习方法, 它以统计学习中结构风险最小化原则为理论基础, 具有出色的学习能力以及良好的泛化能力, 成为近年来机器学习界新的研究热点, 并且在模式识

别、回归估计、概率密度估计等领域都得到了成功应用^[12].

假设 X 为一个随机变量, 则将函数

$$F(x) = P(X < x) \quad (17)$$

称作随机变量 X 的概率分布函数. 如果存在一个非负函数 $f(x)$ 使得对所有的 x , 等式

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt \quad (18)$$

都成立, 则函数 $f(x)$ 被称作随机变量 X 的概率密度函数, 并且其必须满足下列条件:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1. \end{cases} \quad (19)$$

根据上述概率密度的定义, 要从样本数据中估计一个概率密度, 需求出如下线性算子方程:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \theta(x-t)f(t)dt = F(x) \quad (20)$$

的解^[13], 并且所求得解必须满足式 (19), 其中

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0; \\ 0, & \text{others.} \end{cases} \quad (21)$$

考虑式 (20) 的解在如下函数集中寻找:

$$f(x, w) = \sum_{r=0}^{\infty} \beta_r \phi_r(x) = \langle w \Phi(x) \rangle. \quad (22)$$

其中: $w = (\beta_1, \dots, \beta_n, \dots)$; $\Phi(x) = (\phi_0(x), \dots, \phi_n(x), \dots)$. 通过算子 A 的映射, 有

$$F(x, w) = Af(x, w) = \sum_{r=0}^{\infty} \beta_r \psi_r(x) = \langle w \Psi(x) \rangle. \quad (23)$$

其中

$$\Psi(x) = (\psi_0(x), \dots, \psi_n(x), \dots), \psi_r(x) = A\phi_r(x).$$

因此, 寻求算子方程的解 (即寻求式 (22) 的系数 w) 的问题与在像空间中寻找线性回归函数的系数 w 的问题是等价的.

考虑独立同分布样本和其经验分布函数构成的数据集 $(x_1, F_l(x_1)), (x_2, F_l(x_2)), \dots, (x_l, F_l(x_l))$, 对任意 x_i , $F_l(x_i)$ 为 $F(x_i)$ 的无偏估计, 其标准差为

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{l}F(x_i)(1 - F(x_i))}, \quad (24)$$

使用 SVM 中的参数 ε 来达到正则化目的, 即

$$\varepsilon_i = \gamma\sigma_i = \gamma\sqrt{\frac{1}{l}F_l(x_i)(1 - F_l(x_i))}. \quad (25)$$

其中: $\gamma = 1 + \Delta$, Δ 为小量.

采用线性形式的 SVM 并选取 ε 不敏感损失函数时, 概率密度估计问题为如下最优化问题^[14]:

$$\begin{aligned} \min \quad & J(\alpha_i, \xi_i, \xi_i^*) = \sum_{i=1}^l \delta_i \alpha_i + C \left(\sum_{i=1}^l \xi_i + \sum_{i=1}^l \xi_i^* \right); \\ \text{s.t.} \quad & F_l(x_i) - \varepsilon_i - \xi_i \leq \sum_{j=1}^l \alpha_j K(x_i, x_j), \end{aligned}$$

$$F_l(x_i) + \varepsilon_i + \xi_i^* \geq \sum_{j=1}^l \alpha_j K(x_i, x_j),$$

$$\xi_i, \xi_i^* \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, l. \quad (26)$$

其中

$$\delta_i = \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l \|x_i - x_j\|^2, \quad i = 1, 2, \dots, l. \quad (27)$$

求解式 (26) 可得

$$w = \sum_{i=1}^l \alpha_i \psi(x_i), \quad (28)$$

将其代入式 (22) 可得

$$f(x, w) = \sum_{i=1}^l \alpha_i \langle \psi(x_i) \Phi(x) \rangle. \quad (29)$$

定义像空间中的核函数为

$$K(x_i, x_j) = \sum_{r=0}^{\infty} \psi_r(x_i) \psi_r(x_j), \quad (30)$$

并定义交叉核函数为

$$\kappa(x_i, x_j) = \sum_{r=0}^{\infty} \psi_r(x_i) \phi_r(x_j). \quad (31)$$

利用定义的交叉核函数, 可得到算子方程的解为

$$f(x, \alpha) = \sum_{i=1}^l \alpha_i \kappa(x_i, x). \quad (32)$$

为了保证上述方法得到的算子方程的解满足式 (19) 所定义概率密度函数的条件, 其系数还应满足

$$\sum_{i=1}^l \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, l. \quad (33)$$

交叉核函数及核函数应满足

$$K(x, y) = \int \kappa(x, y)dx, \quad (34)$$

并且对任意 x 有

$$\begin{cases} \kappa(x, y) \geq 0, \\ \int_{-\infty}^{\infty} \kappa(x, y)dy = 1. \end{cases} \quad (35)$$

相对于二次规划 SVM 方法, 线性规划不仅求速度快, 并且使用的核函数不必满足 Mercer 定理, 可选择范围更广^[15].

4 SVM 重采样似然粒子滤波

常用的重采样算法所依据的信息只有离散的样本粒子及其在后验分布中所占比重大小的权值, 通过保留或复制权值较大的粒子、剔除权值较小的粒子来解决粒子退化问题. 由于大量粒子由相同的大权值粒子复制而来, 必然导致样本粒子的逐渐枯竭.

由上节 SVM 的概率密度估计理论可知, 该方法可利用样本粒子集及其权值, 通过核函数拟合离散分布, 估计出后验概率密度的连续分布模型. 若再根据该模型进行重采样, 则可得到更具多样性的粒子集, 从而克服样本枯竭问题.

将SVM方法引入似然粒子滤波的重采样步骤,以系统观测方程具有二次型为例,SVM-LPF算法可简要归纳如下:

算法1 SVM-LPF算法.

Step 1: 初始化 ($k = 1$). 给定状态初值 x_1 .

Step 2: 重要性采样 ($k = 2, 3, \dots$). 采样 $s_k^i \sim p(s_k|z_k) \propto p(z_k|s_k)$, $u \sim U(0, 1)$, 则 $x_k^i = \text{sgn}(u - 1/2)\sqrt{s_k^i}$, $i = 1, 2, \dots, N$.

Step 3: 更新粒子权值. $w_k^i \propto w_{k-1}^i p(x_k^i|x_{k-1}^i)x_k^i$, 并对权值进行归一化处理, 即 $\tilde{w}_k^i = w_k^i / \sum_{i=1}^N w_k^i$.

Step 4: 若 $N_{\text{eff}} < N_{\text{th}}$, 则进行重采样.

Step 4.1: SVM 概率密度估计. 由粒子集 x_k^i 及其对应权值 \tilde{w}_k^i 构建分布函数 $F_l(x_k^i)$, 并组成数据集 $(x_k^i, F_l(x_k^i))$, 选取核函数 $K(x_i, x_j)$, 交叉核函数 $\kappa(x_i, x_j)$ 及参数, 求解式 (26) 得到状态后验概率密度模型

$$f(x) = \sum_{i=1}^l \alpha_i^* K(x_i^*, x).$$

Step 4.2: 随机采样. 根据上述概率密度模型进行随机采样产生新的粒子集 \tilde{x}_k^i , 并设定所有粒子的权值为 $\tilde{w}_k^i = 1/N$.

Step 5: 状态估计输出. 若无重采样, 则 $\hat{x}_k \approx \sum_{i=1}^N x_k^i \tilde{w}_k^i$; 若有重采样, 则 $\hat{x}_k \approx (\sum_{i=1}^N \tilde{x}_k^i) / N$.

Step 6: 设 $k = k + 1$, 并返回 Step 2.

上述算法中采用有效粒子数 N_{eff} 来度量粒子的退化程度, 即

$$N_{\text{eff}} = 1 / \sum_{i=1}^N (w_k^i)^2. \quad (36)$$

其中: N_{eff} 越小说明退化现象越严重, 当 N_{eff} 小于选定的阈值 N_{th} 时, 需进行重采样来克服粒子的退化.

5 仿真实例

本文以一个典型的弱观测噪声动态模型为例来验证算法的可行性和有效性^[3]. 系统状态转移方程和观测方程如下:

$$x_{k+1} = 1 + \sin(0.04\pi k) + 0.5x_k + v_k; \quad (37a)$$

$$z_k = \begin{cases} 0.2x_k^2 + n_k, & k \leq 30; \\ 0.5x_k - 2 + n_k, & k > 30. \end{cases} \quad (37b)$$

其中: 系统过程噪声 v_k 为服从 Gamma 分布的随机噪声 $G(3, 2)$; 弱观测噪声 $n_k \sim N(0, 0.00001)$, 系统初始状态 $x_1 = 1$. 观测方程分为二次型和线性两部分, 二次型部分按照第2节简化采样的方法取反函数, 线性部分可直接取反函数按 $p(x_k|z_k)$ 进行采样, 则式 (37b) 的反函数为

$$\begin{cases} s_k = 5z_k, & k \leq 30; \\ x_k = 2(z_k + 2), & k > 30. \end{cases} \quad (37c)$$

分别使用 PF, LPF, 正则似然粒子滤波 (R-LPF) 以及本文所提出的 SVM-LPF 四种粒子滤波算法进行迭代步长 $T = 60$ 的仿真实验. 算法使用的粒子数 $N = 50$, 重采样阈值 $N_{\text{th}} = N/5$. 图1为不同粒子滤波状态估计值曲线. 由图1可以看出, 3种LPF的估计效果均优于标准PF, 并且SVM-LPF的估计值最接近于实际状态值.

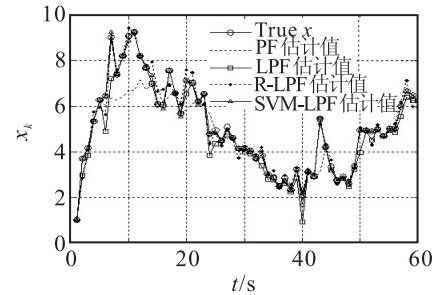


图1 不同粒子滤波状态估计值曲线

为了进一步验证SVM-LPF算法的性能, 进行100次Monte Carlo仿真实验, 以各算法估计状态的均方根误差(RMSE)为指标进行比较. 图2为不同粒子滤波算法的RMSE误差曲线, 表1为估计结果的RMSE均值、方差及各算法平均运行时间.

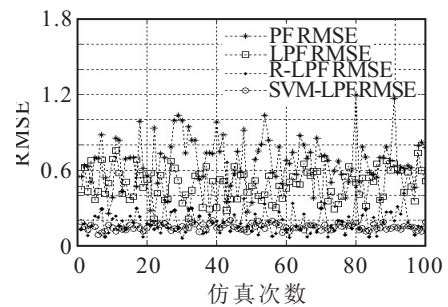


图2 不同粒子滤波 RMSE 比较

图2中, SVM-LPF选用的类高斯核函数及交叉核函数分别为

$$K(x_i, x_j) = 1 / (1 + e^{-\lambda(x_i - x_j)}), \quad (38)$$

$$\kappa(x_i, x_j) = \lambda / (2 + e^{\lambda(x_i - x_j)} + e^{-\lambda(x_i - x_j)}), \quad (39)$$

其中 $\lambda = 1$. 表1中, a 为R-LPF参数: $d = 1, c = 2$; b 为SVM-LPF参数: $\gamma = 1, C = 800$.

由上述结果可以看出, 将SVM方法引入LPF重采样步骤后, 滤波器的状态估计精度明显提高, 并且

表1 不同粒子滤波状态估计结果比较

算法	RMSE 均值	RMSE 方差	运行时间/s
PF	0.6759	0.0455	0.605
LPF	0.4864	0.0194	0.767
R-LPF ^a	0.2016	0.00985	3.748
SVM-LPF ^b	0.1439	0.000584	2.983

由于考虑了最新的观测信息,保证了重采样后的大部分粒子都分布在高似然区域,多次仿真得到的很小的RMSE方差也验证了算法的收敛性。

与正则化方法相比,R-LPF需计算样本的经验方差矩阵并进行Cholesky分解来满足单位高斯分布条件,再通过选择的最优核函数采样新的样本粒子。而SVM-LPF只需求解线性最优化问题,并且由于SVM解的稀疏性特点,即使在粒子数目较大的情况下,得到的概率密度模型仅由少量的支持向量 x_i^* 及其对应的非零系数 α_i^* 组成,使其重采样过程比R-LPF更简便。因此,SVM-LPF算法的计算复杂度比R-LPF低,运算速度更快。

图3为SVM重采样过程分步骤示意图。Step 1为重采样之前的原粒子集及其权值,由于观测噪声较小,造成似然函数尖锐,使一小部分权值稍大的粒子几乎重合在一个点上,而剩余的大部分粒子的权值为零;Step 2为由原粒子集及其对应权值构建分布函数;Step 3为使用SVM估计出的后验概率密度模型;Step 4为按照上述模型重新采样得到的新粒子集以及重新分配的权值。对比图2中Step 1和Step 4可见,经过SVM重采样后,粒子的多样性显著增加,对状态的估计能力也有很大提高。

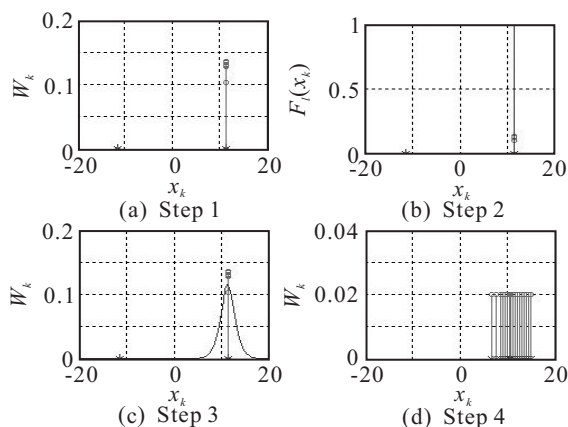


图3 SVM重采样过程分步骤示意图

需要指出的是,SVM作为一类核平滑方法,与正则化方法一样,存在着运算时间较长,在高维状态估计中难以应用等缺点。因此,进一步提高SVM估计方法的计算速度,并且使其能应用于多维状态空间也是下一步的研究目标。

6 结 论

本文针对弱观测噪声条件下的非线性、非高斯动态系统的状态估计问题,提出一种基于SVM重采样的似然粒子滤波算法。该方法利用SVM的小样本学习能力,建立状态后验概率密度的连续分布模型,并根据该模型重采样新的样本粒子,从而增加了粒子的多样性,减轻了样本贫化现象的影响,提高了滤波器的估计能力。仿真结果表明,SVM-LPF可获得较高

的状态估计精度,特别是对样本估计的均方根误差方差比R-LPF算法提高了一个数量级以上,且运算速度也有所提高。SVM方法的引入为粒子滤波算法的改进和完善提供了一条新的途径。

参考文献(References)

- [1] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to nonlinear/non-gaussian Bayesian state estimation[J]. IEE Proc of Radar, Sonar Navig, 1993, 140(2): 107-113.
- [2] Doucet A, Freitas N, Murphy K, et al. Rao-Blackwellised particle filtering for dynamic Bayesian networks[C]. Uncertainty in Artificial Intelligence. California: Stanford University, 2000: 176-183.
- [3] Merwe R, Freitas J F G, Doucet A, et al. The unscented particle filter[R]. Cambridge: Cambridge University, 2000.
- [4] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N J, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(2): 174-188.
- [5] 程水英, 张剑云. 粒子滤波评述[J]. 宇航学报, 2008, 29(4): 1099-1111.
(Cheng S Y, Zhang J Y. Review on particle filters[J]. J of Astronautics, 2008, 29(4): 1099-1111.)
- [6] Andrieu C, Freitas J F G, Doucet A. Sequential MCMC for Bayesian model selection[C]. IEEE Higher Order Statistics Workshop. Ceasarea, 1999: 130-134.
- [7] Kotecha J H, Djuric P M. Gaussian particle filtering[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2003, 51(10): 2592-2601.
- [8] Musso C, Oudjane N, LeGland F. Improving regularized particle filters[C]. Sequential Monte Carlo Methods in Practice. New York: Springer, 2001: 247-272.
- [9] Chen Zhe. Bayesian filtering: From Kalman filters to particle filters, and beyond[R]. Hamilton: McMaster University, 2003.
- [10] 高建坡, 韦志辉, 孟迎军, 等. 基于观测似然重要性采样的粒子滤波算法[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(12): 3705-3709.
(Gao J P, Wei Z H, Meng Y J, et al. Particle filter based on observation likelihood importance sampling[J]. J of System Simulation, 2009, 21(12): 3705-3709.)
- [11] Vapnik V N. The nature of statistical learning[M]. Berlin: Springer, 1995.
- [12] Vapnik V N, Golowich S, Smola A. Support vector method for function approximation, regression estimation and signal processing[C]. Advances in Neural Information Processing Systems. Cambridge: MIT Press, 1997: 281-287.