

文章编号: 1001-0920(2011)02-0253-05

功率驱动移动智能体网络的同步牵制控制研究

石 焯¹, 王 磊², 戴华平¹, 孙优贤¹

(1. 浙江大学 a. 工业控制技术国家重点实验室, b. 工业过程控制研究所, 杭州 310027; 2. 北京航空航天大学 a. 信息、数学与行为教育部重点实验室, b. 系统科学与控制系, 北京 100191)

摘要: 针对功率驱动移动智能体网络模型, 研究其同步牵制控制问题. 功率驱动移动智能体网络由平面上随机移动的智能体互相耦合组成, 智能体间的耦合连接通过发射和接收载波而建立, 由此构建的网络具有时变有向的拓扑结构. 在快速切换条件下, 对网络中随机选取的小部分智能体引入牵制控制能保证整个网络实现同步. 理论结果表明, 牵制控制能力由牵制功率密度决定, 而与网络规模、牵制节点数以及发射功率分布无关. 数值仿真验证了所得结论的有效性.

关键词: 移动智能体; 牵制控制; 同步; 耦合网络; 快速切换

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Pinning synchronization of power-driven moving agent network

SHI Huan¹, WANG Lei², DAI Hua-ping¹, SUN You-xian¹

(1a. State Key Laboratory of Industrial Control Technology, 1b. Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2a. Laboratory of Mathematics, Information and Behavior of the Ministry of Education, 2b. Department of Systems and Control, Beihang University, Beijing 100191, China. Correspondent: DAI Hua-ping, E-mail: hshi@iipc.zju.edu.cn)

Abstract: This paper investigates the synchronization of a power-driven moving agent network via pinning control. The power-driven moving agent network exhibits a directed and time-varying topology in which each agent equipped with a chaotic oscillator is abstracted as a random walker moving in a planar space, and interactions between the agents are established by emitting and receiving waves. Under the constraint of fast switching, the synchronization of the controlled network can be achieved by acting linear feedback on a small fraction of randomly selected nodes. Theoretical results show that, the pinning controllability is determined by the pinning power density which is independent of the network size and the number of pinned nodes. Several numerical simulations validate the effectiveness of the analytical results above-acquired.

Key words: mobile moving agents; pinning control; synchronization; coupled networks; fast switching

1 引言

近年来, 基于复杂网络的同步控制问题引起了科研工作者的广泛兴趣和极大关注^[1-4]. 一方面, 复杂网络的研究成果为网络控制理论的进一步探讨提供了有力指导. 复杂网络的基本思想是将系统的个体(或子系统)抽象为网络节点, 个体间的关联或作用抽象为边. 作为一种新型有效的工具, 复杂网络可用于描述、分析和理解现实世界中的众多复杂耦合系统, 并取得了丰硕的成果^[5]. 另一方面, 同步是各类复杂系统上一种典型的集体行为和涌现现象, 如计算机网络

信息包的同步涌现, 无线传感器网络的时钟同步问题以及城市交通流的同步现象等^[6]. 研究同步行为的控制问题对消除或增强其影响, 以及仿真、设计复杂系统等具有积极的现实意义.

牵制控制是探索复杂网络系统控制机制的一种重要手段^[7], 其核心思想是利用网络中的小部分节点“领导”其他节点逐渐实现整个网络的同步. 例如: 生物群落中的“蚁后、蜂王”, 无线网络中的簇头, 机群中的长机等都是该思想的具体体现. 目前, 对牵制控制中诸如可控性条件、控制手段以及牵制策略等

收稿日期: 2009-11-16; 修回日期: 2010-03-25.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(60736021); 广东省联合重点基金项目(U0735003); 国家高技术研究发展计划项目(2007AA041406); 浙江省重大科技计划项目(2006C11066); 国家863计划项目(2009AA04Z154); 国家自然科学基金项目(610041006).

作者简介: 石焯(1985-), 男, 博士生, 从事复杂系统建模与控制的研究; 孙优贤(1940-), 男, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, 从事鲁棒控制理论及应用、复杂工程系统建模等研究.

问题, 已取得了大量的研究成果^[8-13], 为牵制控制在工程技术上的潜在应用提供了可靠的理论保证. 注意到这些工作主要集中在静态耦合网络的控制研究上, 即考虑网络具有固定的拓扑结构. 在现实复杂系统中, 尤其是技术网络中, 网络系统的拓扑结构往往表现出时变特性. 如: 在移动通信网络中, 由于个体间相对位置的时变性导致其间连接关系也随时间而变化. 文献[14]讨论了一类移动智能体网络的牵制控制问题, 在一定程度上可用于解释诸如移动机器人协作控制、无人飞行器合作控制等问题. 不可否认的是, 文献[14]采用的智能体网络模型^[5]仍存在一定的局限性: 即假设智能体间的耦合作用完全相同, 忽略了因个体差异导致的有向连接. 这方面的典型例子如: 无线传感器网络中, 由于节点广播半径往往各不相同, 从而使得网络拓扑结构具有有向特性. 由此, 本文涉及的功率驱动移动智能体网络模型不仅考虑了现实系统中网络拓扑结构时变的特性, 而且通过引入功率驱动机制描述了个体影响能力的差异, 可更合理地解释现实世界中诸如萤火虫同步闪烁现象、昆虫集体鸣叫现象、无线传感器网络时钟耦合同步现象等问题. 在此基础上, 本文尝试将牵制控制手段引入到该网络的同步控制中, 以期对有向时变耦合网络的相关控制问题提供进一步的理论和应用支持.

2 功率驱动移动智能体网络模型

考虑 N 个相同的智能体在面积为 L^2 , 且具有周期边界条件的二维平面上随机移动. 这里每个智能体的瞬时位置由该智能体的移动速度和方向角决定. 记 t 时刻智能体 i 在平面上的位置为 $y_i(t)$, 其速度为 $v_i(t)$, 运动方向角为 $\theta_i(t)$, 则智能体运动行为按下式进行更新:

$$\begin{aligned} y_i(t + \Delta t) &= y_i(t) + v_i(t)\Delta t, \\ \theta_i(t + \Delta t) &= \eta_i(t + \Delta t). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $\eta_i(t) (i = 1, 2, \dots, N)$ 为随机变量, 以均匀概率在区间 $[-\pi, \pi]$ 取值; Δt 为离散化的时间单位.

假设网络中每个智能体以发射载波的形式与其周围邻居建立耦合, 其中载波的发射是全方向的, 且在传播过程中无能量损耗, 则有

$$P_e^i = 4\pi d^2 S^i(d). \quad (2)$$

其中: P_e^i 为智能体 i 发射载波的功率, d 为到达智能体 i 的距离, $S^i(d)$ 为智能体 i 发射的载波在距其为 d 处的强度. 考虑到智能体的感知能力有限而发射的载波强度随距离增加而减弱, 故定义临界载波强度 S_c . 即相距为 d 的两智能体 i 和 j , 若智能体 i 发射的载波在智能体 j 处其强度 $S^i(d)$ 大于等于 S_c , 则建立由智能体 i 到智能体 j 的有向耦合; 否则, 无耦合关系. 由

临界载波强度 S_c 可得到建立连接的最大距离 R_i , 其表达式满足

$$R_i = \sqrt{P_e^i / 4\pi S_c}. \quad (3)$$

式(3)表明若其他智能体移动至以智能体 i 为中心, R_i 为半径的区域, 则从智能体 i 到以上智能体的有向连接随之建立, 进而落在该区域内智能体的状态将受智能体 i 状态的影响. 这里智能体的状态由其携带的混沌振子表征, 其状态变量记为 $x_i(t) \in R^n$. 由此, 移动智能体、混沌振子及由功率驱动建立的耦合关系构成了功率驱动移动智能体网络, 其状态方程可描述为

$$\dot{x}_i = f(x_i) - \sigma \sum_{j=1}^N g_{ij}(t)x_j. \quad (4)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N$; 函数 $f(\cdot) \in R^n$ 为表征单个节点动态特性的混沌振子; $\sigma > 0$ 为节点间的耦合强度; 耦合矩阵 $G(t) = [g_{ij}(t)] \in R^{N \times N}$ 描述了节点间的连接关系, 其元素定义如图1所示. 具体而言, 对于网络中任意两节点 i 和 j , 记其在 t 时刻相距为 d , 不妨设 $P_e^i \geq P_e^j$, 若 $4\pi d^2 S_c > P_e^i$, 则 $g_{ij}(t) = 0, g_{ji}(t) = 0$; 若 $P_e^i \geq 4\pi d^2 S_c > P_e^j$, 则 $g_{ij}(t) = 0, g_{ji}(t) = -1$; 若 $P_e^j \geq 4\pi d^2 S_c$, 则 $g_{ij}(t) = -1, g_{ji}(t) = -1$, $G(t)$ 的对角元素满足 $g_{ii}(t) = -\sum_{j=1, j \neq i}^N g_{ij}(t)$.

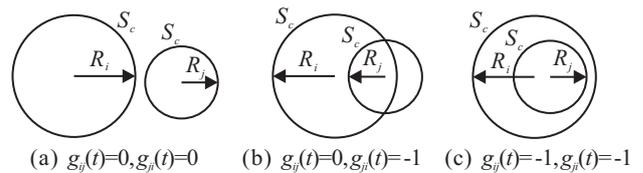


图1 发射功率互不相同的两个智能体间耦合情况

显然, 网络(4)不仅考虑了网络拓扑结构时变的特性, 而且通过引入功率驱动机制刻画了个体差异, 更合理地描述了如闪烁的萤火虫群、集体鸣叫的昆虫群、无线传感器网络等现实系统中的个体间耦合情况.

3 网络的牵制同步分析

对于网络(4), 引入控制的目的是强迫其每个节点的状态趋同于预先给定的参考轨迹, 即

$$|x_i(t) - s(t)| \rightarrow 0, t \rightarrow \infty. \quad (5)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N$; $s(t)$ 为同步轨迹, 满足孤立节点动态方程 $\dot{s}(t) = f(s(t))$. 整个受控网络可描述为

$$\dot{x}_i = f(x_i) - \sigma \sum_{j=1}^N g_{ij}(t)x_j + u_i(t), \quad (6)$$

其中 $u_i(t)$ 为设计的控制律.

牵制控制往往倾向于利用网络拓扑结构的某些典型特性来选择受控节点, 如根据节点的度分布来选择受控节点. 然而在网络(4)中, 考虑到各节点在平面

上作快速随机移动, 其典型特征难以提取, 故本文采用随机牵制策略. 为了讨论方便, 不妨设控制作用施加于网络的前 l 个节点, 则控制律 $u_i(t)$ 具有如下具体形式:

$$u_i(t) = \begin{cases} -\sigma k(x_i(t) - s(t)), & 1 \leq i \leq l; \\ 0, & l+1 \leq i \leq N. \end{cases}$$

其中正常数 k 为线性反馈增益.

下面分析网络(4)同步解 $s(t)$ 的局部稳定性问题. 令 $\delta x_i(t) = x_i(t) - s(t)$ 为第 i 个节点的状态与同步参考轨迹之间的误差, 并定义向量 $\delta X = [\delta x_1^T, \delta x_2^T, \dots, \delta x_N^T] \in R^{Nn}$, 将网络(6)在同步参考轨迹 $s(t)$ 处作线性化处理, 可得

$$\delta \dot{X} = [I_N \otimes J_f - \sigma M(t) \otimes I_n] \delta X. \quad (7)$$

其中: I_N 为 N 阶单位阵, \otimes 为 Kronecker 直积, J_f 为函数 $f(\cdot)$ 在 $s(t)$ 处的 Jacobian 矩阵, 时变矩阵 $M(t) \in R^{N \times N}$ 满足

$$M(t) = G(t) + \underbrace{\text{diag}\{k, \dots, k, 0, \dots, 0\}}_l \triangleq G(t) + K, \quad (8)$$

其中 K 为反馈增益矩阵.

首先讨论 $M(t)$ 的平均矩阵 $\bar{M} = [\bar{m}_{ij}] \in R^{N \times N}$, 其定义式为

$$\bar{M} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} M(\tau) d\tau, \quad (9)$$

由式(8)可得 $\bar{M} = \bar{G} + K$, 其中 $\bar{G} = [\bar{g}_{ij}] \in R^{N \times N}$ 为 $G(t)$ 的平均矩阵.

图1给出了网络(4)中任意两节点间可能出现的3种拓扑结构. 从概率角度分析可知, 两节点间连接关系的平均值为各拓扑结构出现的概率与该拓扑结构下两节点间耦合值之积的加和. 对于节点 i 和 j , 由式(9)可得 $\bar{g}_{ij} = -\pi R_j^2 / L^2$, 同理有 $\bar{g}_{ji} = -\pi R_i^2 / L^2$. 由此可得 \bar{M} 为常数矩阵, 其具体元素为

$$\bar{m}_{ij} = \begin{cases} -\pi R_j^2 / L^2, & \forall i, j, i \neq j; \\ -\sum_{a=1, a \neq i}^N \bar{m}_{ia} + k, & 1 \leq i = j \leq l; \\ -\sum_{a=1, a \neq i}^N \bar{m}_{ia}, & l+1 \leq i = j \leq N. \end{cases} \quad (10)$$

对于矩阵 \bar{M} 必存在一可逆矩阵 $P \in R^{N \times N}$ 使得 $P^{-1} \bar{M} P = \Lambda = \text{diag}\{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N\}$, 其中 $\mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_N$ 为 \bar{M} 的 N 个特征值, 有

$$\mu_i = \begin{cases} k + \frac{\pi}{L^2} \sum_{i=1}^N R_i^2 \\ \left(1 - \left(4k \frac{\pi}{L^2} \sum_{i=1}^l R_i^2\right) / \left(k + \frac{\pi}{L^2} \sum_{i=1}^N R_i^2\right)^2\right)^{1/2}, \end{cases}$$

$$\underbrace{\frac{\pi}{L^2} \sum_{i=1}^N R_i^2, \dots, \frac{\pi}{L^2} \sum_{i=1}^N R_i^2}_{N-l-1} \left\{ k + \underbrace{\frac{\pi}{L^2} \sum_{i=1}^N R_i^2, \dots, k + \frac{\pi}{L^2} \sum_{i=1}^N R_i^2}_{l-1} \right\}. \quad (11)$$

在快速切换条件的制约下, 时变网络(7)零解的稳定性可由如下静态网络零解的稳定性决定^[16]:

$$\delta \dot{X} = [I_N \otimes J_f - \sigma \bar{M} \otimes I_n] \delta X. \quad (12)$$

即网络(12)具有稳定的零解, 能保证网络(4)的同步参考轨迹 $s(t)$ 在快速切换条件制约下是稳定的.

令 $\delta X = (P \otimes I_n) \eta$, 并将其代入式(12), 可得 $\dot{\eta} = [I_N \otimes J_f - \sigma \Lambda \otimes I_n] \eta$. 考虑到 $\eta = [\eta_1^T, \eta_2^T, \dots, \eta_N^T] \in R^{Nn}$, 则可分解得到如下 N 个独立线性子系统:

$$\dot{\eta}_i = [J_f - \sigma \mu_i] \eta_i. \quad (13)$$

显然, 网络(4)关于同步解 $s(t)$ 的局部稳定性问题可转化为 N 个线性子系统(13)关于零解的稳定性问题. 现构造式(13)各子系统的 Lyapunov 函数为 $V_i = \eta_i^T \eta_i / 2$, 则导数 \dot{V}_i 满足

$$\dot{V}_i = \eta_i^T \left(\frac{J_f^T + J_f}{2} - \sigma \mu_i I_n \right) \eta_i, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

由于描述节点动力学特性的阵子是混沌的, 其 Jacobian 矩阵 J_f 一般满足有界条件, 即存在一非负常数 α 使得 $\|J_f\| \leq \alpha$ 成立. V_i 的导数可进一步写为

$$\dot{V}_i \leq (\alpha - \sigma \mu_i) \eta_i^T \eta_i \leq (\alpha - \sigma \mu_1) \eta_i^T \eta_i, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

由此可知, 当 $\mu_1 > \alpha / \sigma$ 时, $\dot{V}_i \leq 0$, 当且仅当 $\eta_i = 0$ 时, $\dot{V}_i = 0$. 根据 Lyapunov 稳定性理论可知, 若

$$\mu_1 > \alpha / \sigma, \quad (14)$$

则 N 个独立的线性子系统(13)是渐近稳定的. 从而可知, 在快速切换条件的制约下, 网络(4)关于同步解 $s(t)$ 渐近稳定.

将式(11)代入(14)可得

$$\frac{k + \frac{\pi}{L^2} \sum_{i=1}^N R_i^2}{2} \left(1 - \left(1 - \left(4k \frac{\pi}{L^2} \sum_{i=1}^l R_i^2\right) / \left(k + \frac{\pi}{L^2} \sum_{i=1}^N R_i^2\right)^2\right)^{1/2}\right) > \frac{\alpha}{\sigma}. \quad (15)$$

考虑到总发射功率密度 $\rho_{tp} = \sum_{i=1}^N P_e^i / L^2$ 较小, 故假设反馈增益 $k \gg \rho_{tp} / 4S_c$ 总成立. 则式(15)可化简为

$$\frac{\pi}{L^2} \sum_{i=1}^N R_i^2 > \frac{\alpha}{\sigma}. \quad (16)$$

将式(3)代入(15)可得

$$\rho_{pp} > 4S_c\alpha/\sigma, \quad (17)$$

其中 $\rho_{pp} = \left(\sum_{i=1}^l P_e^i\right)/L^2$ 为平面上的牵制功率密度。

式(17)表明牵制功率密度决定了牵制控制能力. 牵制功率密度越大, 网络的同步能力越强. 对于一组给定的移动智能体, 无论其网络规模(节点数量 N , 平面面积 L^2) 如何、牵制节点数目 l 多少、节点发射功率分布如何, 只要受牵制智能体的发射功率使平面上的牵制功率密度大于临界值 $4S_c\alpha/\sigma$, 该受控网络便能实现同步.

注意到牵制控制策略主要关注的是牵制节点的数目及选择问题. 而在对功率驱动移动智能体网络(4)引入控制时, 对牵制节点数目并无要求. 换句话说, 增大牵制节点数目并不能直接增强牵制控制能力. 当然在节点发射功率和平面面积给定的条件下, 增加牵制节点数目便增加了牵制功率密度, 从而也增强了牵制控制能力. 一个最简单的牵制策略是随机控制网络中的一个节点, 通过调节该节点的发射功率, 使整个网络的牵制功率密度大于临界值, 最终实现同步.

4 仿真算例

本节采用仿真实验来验证上述理论结果. 在仿真中, 移动智能体携带的混沌振子选取为 Rossler 振子, 其状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_{i1} = -(x_{i2} + x_{i3}), \\ \dot{x}_{i2} = x_{i1} + ax_{i2}, \\ \dot{x}_{i3} = b + x_{i3}(x_{i1} - c). \end{cases}$$

其中: $x_1 = [x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}]^T$, $a = b = 0.2$, $c = 0.7$. 为确保快速切换条件的满足, 取 $v_i = 10^3$, $\Delta t = 10^{-3}$. 另外, 定义同步误差 $\delta x(t) = \left(\left(\sum_{i=1}^N \delta x_i^T \delta x_i\right)/3N\right)^{\frac{1}{2}}$, 同步指标 $\langle \delta x \rangle = \langle \delta x(t) \rangle$. 其中 $\langle \delta x(t) \rangle$ 为系统经过充分长时间 T 演化后, 同步误差 $\delta x(t)$ 在 ΔT 内的平均值. 这里平均次数取 100, 参数 $T = 500$, $\Delta T = 100$. 为说明仿真中节点发射功率分布对仿真结果无影响, 各节点发射功率 P_e^i 均采取随机分配. 具体而言, 记 P_{pp} , P_{np} 分别为受牵制节点发射总功率和未牵制节点发射总功率. 对于受牵制的节点, 由牵制功率密度与平面面积可得 P_{pp} , 在 $(0, 1]$ 之间, 以等概率随机地选取 l 个数, 记为 $p_i (i = 1, 2, \dots, l)$, 则各牵制节点的发射功率为

$$P_e^i = P_{pp} p_i / \left(\sum_{i=1}^l p_i\right), \quad i = 1, 2, \dots, l.$$

同理分配未牵制节点的发射功率, 在各组仿真中, 均取 $P_{np} = 5$. 系统的其他参数为: 耦合强度 $\sigma = 10$, 临界载波强度 $S_c = 1/4$, 反馈增益 $k = 10$.

图2给出了网络节点数 $N = 50$, 平面面积 $L^2 = 60^2$ 的情况下, 同步指标随牵制功率密度演变的仿真图. 图2(a)中牵制节点数 $l = 1$, 图2(b)中牵制节点数 $l = 5$. 由图2可知, 在牵制功率密度较大时同步指标等于零, 这意味着网络实现了完全同步, 且尽管在图2(a)与图2(b)中牵制节点数各不相同, 但从不同步到同步的转折点几乎都发生在牵制功率密度 $\rho_{pp} \approx 0.019$ 处. 由此可见临界牵制功率密度与牵制节点数目无关.

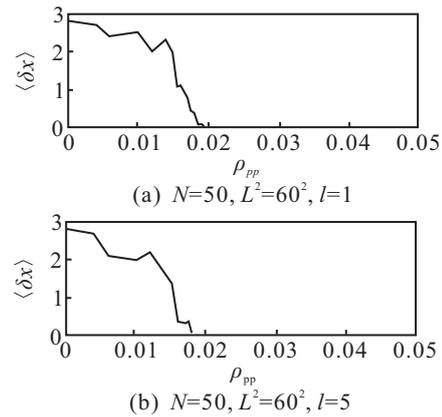


图2 牵制节点数不同的情况下, 同步指标 $\langle \delta x \rangle$ 的演变结果

图3给出了牵制节点数 $l = 5$, 平面面积 $L^2 = 60^2$ 的情况下, 同步指标随牵制功率密度演变的仿真图. 图3(a)中网络节点数 $N = 50$, 图3(b)中网络节点数 $N = 100$. 由图3可知, 网络在牵制功率密度较大时实现了完全同步. 尽管图3中的两条同步指标曲线是在不同网络节点数下取得的, 但其都在牵制功率密度 $\rho_{pp} \approx 0.019$ 处减小为零. 由此可见网络节点数目的不同对临界牵制功率密度并无影响.

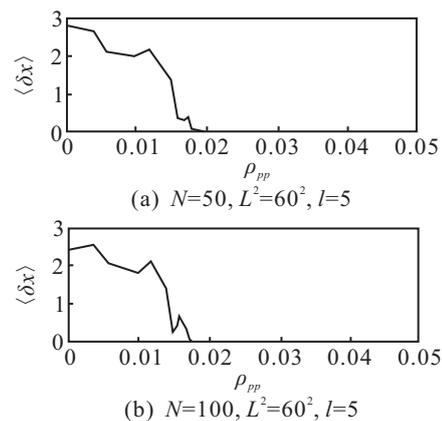


图3 网络节点数不同的情况下, 同步指标 $\langle \delta x \rangle$ 的演变结果

图4给出了牵制节点数 $l = 5$, 网络节点数 $N = 100$ 的情况下, 同步指标随牵制功率密度演变的仿真

图. 图4(a)中平面面积 $L^2 = 60^2$, 图4(b)中平面面积 $L^2 = 30^2$. 图4表明受控网络随着牵制功率密度的增大, 由不同步趋于同步. 不论平面面积大小如何, 网络都在牵制功率密度 $\rho_{pp} \approx 0.019$ 处由不同步转变为同步. 显然, 临界牵制功率密度与平面面积大小也无关.

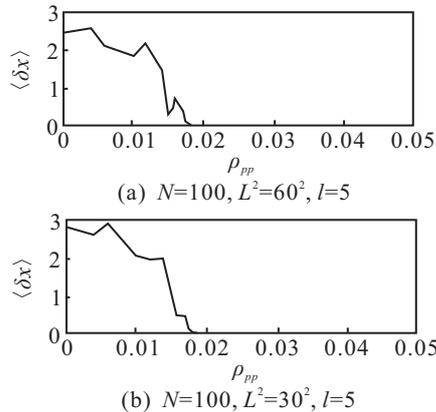


图4 平面面积不同的情况下,

同步指标 $\langle \delta x \rangle$ 的演变结果

综合以上实验可知, 通过引入牵制控制可使受控网络实现完全同步, 且存在一临界牵制功率密度, 其值与网络规模、牵制节点数以及节点发射功率分布无关, 为一固定常数. 同时, 仿真实验也说明, 在快速切换条件的制约下, 采用平均矩阵来刻画时变网络是一个有效的方法. 从控制的角度来讲, 通过增大网络的牵制功率密度可增强牵制的控制能力, 如: 在平面面积和牵制节点数一定的情况下可通过增强牵制节点的发射功率来达到增强网络牵制控制能力的目的.

5 结 论

移动智能体网络的研究对于设计、分析进而控制诸如无人飞行器系统、移动机器人系统等多智能体系统具有重要的理论意义和应用价值. 本文研究了功率驱动移动智能体网络的同步牵制控制问题. 该网络中, 各节点采用平面上随机移动的智能体及其携带的混沌振子描述, 智能体间以发射和接收载波的形式建立耦合, 考虑到智能体的移动以及发射载波功率的差异, 由此构建的网络具有时变有向的拓扑结构. 理论结果和数值仿真表明, 通过对该网络的小部分节点引入控制作用, 能使整个网络在快速切换耦合下实现完全同步. 特别地, 在对受控节点施加足够大的反馈增益时, 存在一临界牵制功率密度, 无论网络规模大小如何、牵制节点数量多少以及节点载波发射功率分布如何, 只要牵制功率密度大于该临界值, 网络即可实现同步. 该结论有望对仿真、设计诸如无线传感器网络等对功率消耗敏感的具体工程项目产生积极意义.

参考文献(References)

[1] Zhao M, Wang B H, Jiang P Q, et al. Recent advancement in research of synchronization of dynamical systems on

complex networks[J]. Progress in Physics, 2005, 25(3): 273-295

[2] Li Z, Feng G, Hill D. Controlling complex dynamical networks with coupling delays to a desired orbit[J]. Physics Letters A, 2006, 359(1): 42-46.

[3] Zhou J, Lu J A, Lü J H. Adaptive synchronization of an uncertain complex dynamical network[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(4): 652-656.

[4] Wang L, Dai H P, Kong X J, et al. Synchronization of uncertain complex dynamical networks via adaptive control[J]. Int J of Robust & Nonlinear Control, 2009, 19(5): 495-511.

[5] Albert R, Barabási A L. Statistical mechanics of complex networks[J]. Review of Modern Physics, 2002, 74(1): 47-97.

[6] Arenas A, Díaz-Guilera A, Kurths J, et al. Synchronization in complex networks[J]. Physics Reports, 2008, 469(3): 93-153.

[7] Wang X F, Chen G R. Synchronization in small-world dynamical networks[J]. Int J of Bifurcation and Chaos, 2002, 12(1): 187-192.

[8] Li X, Wang X F, Chen G R. Pinning a complex dynamical network to its equilibrium[J]. IEEE Trans on Circuits & Systems I, 2004, 51(10): 2074-2087.

[9] Liu Z X, Chen Z Q, Yuan Z Z. Pinning control of weighted general complex dynamical networks with timedelay[J]. Physica A, 2007, 375(1): 345-354.

[10] Sorrentino F, Bernardo M, Garofalo F, et al. Controllability of complex networks via pinning[J]. Physical Review E, 2007, 75(4): 046103.

[11] Zhou J, Lu J A, Lv J H. Pinning adaptive synchronization of a general complex dynamical network[J]. Automatica, 2008, 44(4): 996-1003.

[12] Wang L, Dai H P, Dong H, et al. Adaptive synchronization of weighted complex dynamical networks through pinning[J]. European Physical J B, 2008, 61(3): 335-342.

[13] Wang L, Kong X J, Shi H, et al. LMI-based criteria for synchronization of complex dynamical networks[J]. J of Physics A: Mathematical and Theoretical, 2008, 41(28): 285102.

[14] Wang L, Sun Y X. Pinning synchronization of a mobile agent network[J]. J of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2009, (11): 11005.

[15] Frasca M, Buscarino A, Rizzo A, et al. Synchronization of moving chaotic agents[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(4): 044102.

[16] Stilwell D J, Bollt E M, Roberson D G. Sufficient conditions for fast switching synchronization in time-varying network topologies[J]. SIAM J on Applied Dynamical Systems, 2006, 5(1): 140.