文章编号: 1001-0920 (2011) 03-0376-05

一类带有变时滞的广义切换系统的滑模控制

肖会敏[1], 赵 林[2], 王春花[2]

(1. 河南财经学院 信息与系统工程研究所，郑州 450002；2. 中国海洋大学 数学科学学院，山东 青岛 266071)

摘 要: 研究一类具有非匹配不确定性和变时滞的广义切换系统的滑模控制问题. 首先, 基于 Lyapunov 稳定性理论和线性矩阵不等式 (LMI) 技术, 针对每个子系统设计对应的积分型滑模面, 给出了每个滑动模态方程鲁棒渐近稳定的充分条件; 然后, 设计了滑模控制器及切换规则, 使得闭环系统的状态能够到达滑模面上, 产生滑动模态; 最后以仿真实例说明了所提出方法的有效性.

关键词: 切换系统；广义系统；变时滞；积分型滑模；不确定；线性矩阵不等式

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Sliding mode control for a class of singular switched systems with time-varying delay

XIAO Hui-min[1], *ZHAO Lin*[2], *WANG Chun-hua*[2]

(1. Institute of Information and Systems Engineering，He'nan University of Finance，Zhengzhou 450002，China; 2. School of Mathematical Sciences，Ocean University of China，Qingdao 266071，China. Correspondent：XIAO Hui-min，E-mail：xiaohm@hnufe.edu.cn)

Abstract: The sliding mode control problem for a class of singular switched systems with mismatched uncertainty and time-varying delay is studied. Firstly, based on Lyapunov stability theory and linear matrix inequality techniques, integral-type sliding surface is designed for each subsystem, and the sufficient condition of robust asymptotic stability is deduced for each sliding mode dynamic equation. Then sliding mode controller and a set of switching laws are devised to insure the reachability of sliding mode for the closed-loop system, and thus the sliding mode dynamics is resulted. Finally, a numerical example shows the effectiveness of the proposed approaches.

Key words: switched system；singular system；time-varying delay；integral-type sliding mode；uncertain；LMI

1 引 言

切换系统是一类重要的混杂系统, 它在电力系统、受限机器人系统以及智能高速公路等系统都有着广泛的应用. 文献 [1-3] 对简单切换系统的各种稳定的充分条件进行了综述, 总结了切换系统早期的控制方法. 另外, 广义系统是比状态空间系统更具有广泛形式的动力学系统, 也称为奇异系统、描述系统、隐式系统及半状态系统, 已广泛应用于电力网络、神经网络、受限机器人、石油催化裂化等科学技术及大型工程的众多领域. 几十年来, 广义系统吸引了众多学者的研究兴趣, 许多研究成果都是由状态空间系统推广而来[4-7].

滑模控制作为消除不确定性影响的有效方法, 具有响应速度快、鲁棒性能好等优点[8-13]. 近年来, 对于具有非匹配不确定性线性系统的滑模控制研究, 已经取得了一些成果[6,14-16]. 文献 [15] 和 [16] 分别研究了含有非匹配不确定性和匹配干扰的时滞线性系统和时滞随机系统的滑模控制问题; [6] 通过设计积分型滑模面并引入松弛矩阵方法研究了基于无源性的时滞广义系统的滑模控制问题. 然而, 对于切换系统滑模控制问题的研究成果却十分有限. [17] 研究了不确定离散切换系统的滑模控制问题, 提出一种采用带调整参数递归式滑模函数的离散滑模控制策略; [18] 研究了二阶自治切换系统的滑模面的存在问题, 但未给出切换律设计方法; [19] 讨论了一类布尔输入切换系统的滑模控制问题, 建立了切换系统滑动模态可达的几种不同滑模控制策略; [20] 研究了不确定切换系统的 H_∞ 滑模控制问题, 设计了 H_∞ 单滑模面,

收稿日期: 2010-01-03；**修回日期:** 2010-03-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60774041)；河南省基础与前沿技术研究项目(072300410110).

作者简介: 肖会敏(1963−), 男, 教授, 从事复杂系统建模与分析、管理信息系统与计算机网络等研究；赵林(1985−), 男, 硕士生, 从事广义系统的稳定镇定与控制等研究.

使切换系统的闭环系统为鲁棒稳定且具有 H_∞ 扰动衰减度 γ. 但是, 对于含有非匹配不确定项和变时滞的广义切换系统的滑模控制设计方法的研究成果至今尚未见到报道.

本文针对一类同时含有变时滞和非匹配不确定性的广义切换系统, 给出了一种新的滑模控制策略. 首先, 针对每个切换子系统设计积分型的滑模面, 通过构造多Lyapunov函数方法, 以LMIs的方式给出了每个滑动模态方程鲁棒渐近稳定的充分条件, 并设计了滑模面函数系数矩阵; 然后, 设计滑模控制器及切换规则, 使得闭环系统的状态能够在有限时间到达滑模面上, 产生滑动模态; 最后以仿真实例说明了所提出方法的有效性.

2　系统描述及主要引理

考虑如下一类切换不确定广义时滞控制系统的滑模控制问题:

$$\begin{aligned}&E\dot{x}(t)=\\&(A_\sigma+\Delta A_\sigma)x(t)+(A_{d\sigma}+\Delta A_{d\sigma}(t))x(t-\tau(t))+\\&B_\sigma[u_\sigma(t)+f_\sigma(x,t)],\\&x(t)=\varphi(t),t\in[-\tau,0].\end{aligned}\tag{1}$$

其中: $x(t)\in\boldsymbol{R}^n$ 为系统的状态; $u(t)\in\boldsymbol{R}^m$ 为系统的输入; 切换律 $\sigma(t):\boldsymbol{R}^+\to\psi=\{1,2,\cdots,N\}$ 为分段常值函数; $E,A_i,A_{di},B_i\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$ 为定常矩阵. 一般地, E 为满足 $\mathrm{rank}E<n$ 的奇异矩阵; $\Delta A_i(t),\Delta A_{di}(t)$ 为系统的不确定项, 并假设它们具有如下结构:

$$[\Delta A_i(t)\quad \Delta A_{di}(t)]=D_iF_i(t)[E_i\quad E_{di}].\tag{2}$$

其中: D_i,E_i,E_{di} 为适当维数的已知常数矩阵; $F_i(t)$ 为具有Lebesgue可测元的未知函数矩阵, 且满足 $F_i^{\mathrm{T}}(t)F_i(t)\leqslant I$. 系统的状态变时滞 $\tau(t)$ 为时变且有上界的连续函数, $0<\tau(t)\leqslant\tau,\tau$ 为已知常数, $\dot{\tau}(t)\leqslant\alpha<1;\varphi(t)\in[-\tau,0]$ 为已知相容的初始函数.

假设 1　矩阵对 $(A_i\quad B_i)$ 完全可控, 且 $\mathrm{rank}B_i=m$.

假设 2　$\Delta A_i(t),\Delta A_{di}(t)$ 为关于 t 的分段连续函数; $\forall i\in\varphi, f_i(x,t)$ 是连续且存在已知的正函数 $\phi_i(t)$, 使得 $\|f_i(x,t)\|\leqslant\phi_i(t)$.

考虑如下连续广义时滞系统:

$$\begin{cases}E\dot{x}(t)=Ax(t)+A_dx(t-\tau(t)),\\x(t)=\varphi(t),\ t\in[-\tau,0].\end{cases}\tag{3}$$

引理 1 [5]　广义时滞系统(3)的解是可容许的, 若矩阵对 $(E\quad A)$ 和 $(E\quad A+A_d)$ 是正则、无脉冲的.

注 1　注意到 $\tau(t)$ 是时变的. 如果 $\tau(t)>0$, 则由于矩阵对 $(E\quad A)$ 是正则、无脉冲的, 式(3)的解存在且唯一, 并且无脉冲; 如果 $\tau(t)=0$, 则由于矩阵对 $(E\quad A+A_d)$ 是正则、无脉冲的, 该系统有唯一的无脉冲解[5].

定义 1 [4]　广义时滞系统(3)是稳定的, 如果给定标量 $\varepsilon>0$, 存在标量 $\delta(\varepsilon)>0$ 使得对于任意相容的初始函数 $\varphi(t)$ 满足 $\sup\limits_{-\tau\leqslant t\leqslant 0}\|\varphi(t)\|<\delta(\varepsilon)$, 系统(3)的轨迹 $x(t)$ 满足 $\|x(t)\|\leqslant\varepsilon,\forall t\geqslant 0$, 并且 $\lim\limits_{t\to+\infty}x(t)=0$. 广义时滞系统(3)是渐近稳定的, 如果系统(3)是稳定且存在 $\kappa>0$ 使得对于任意相容的初始函数 $x(t)$ 满足 $\sup\limits_{-\tau\leqslant t\leqslant 0}\|\varphi(t)\|<\kappa$, 系统的轨迹 $\lim\limits_{t\to+\infty}x(t)=0$.

引理 2 [21]　对于具有相应维数的实数矩阵 D, E,F, 如果 $F^{\mathrm{T}}F\leqslant I$, 则对于 $\forall\varepsilon>0$, 有

$$DFE+E^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}D^{\mathrm{T}}\leqslant\varepsilon DD^{\mathrm{T}}+\varepsilon^{-1}E^{\mathrm{T}}E.\tag{4}$$

引理 3 [22]　给定适当维数矩阵 $\varOmega$ 是对称的, 则 $\varOmega+\varGamma F\varXi+\varXi^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}\varGamma^{\mathrm{T}}<0$, 对于所有满足 $F^{\mathrm{T}}F\leqslant I$ 的矩阵 F 成立, 当且仅当存在一个常数 $\varepsilon>0$,使得

$$\varOmega+\varepsilon^{-1}\varGamma\varGamma^{\mathrm{T}}+\varepsilon\varXi^{\mathrm{T}}\varXi.\tag{5}$$

3　主要结果

如同文献[6], 设计如下积分型多切换面函数:

$$\begin{aligned}&S_i(t)=\\&G_iEx(t)-\int_0^tG_i(A_i+B_iK_i)x(\theta)\mathrm{d}\theta,\ i\in\psi.\end{aligned}\tag{6}$$

其中: $G_i\in\boldsymbol{R}^{m\times n},K_i\in\boldsymbol{R}^{m\times n}$ 为待设计矩阵; A_i,B_i 为系统(1)定义的状态矩阵. 特别地, G_i 满足 G_iB_i 非奇异.

当切换到第 i 个子系统轨道到达切换面时, 有 $S_i(t)=0,\dot{S}(t)=0$. 因此, 当 $\dot{S}(t)=0$ 时, 可得到第 i 个子系统的等效控制[8]为

$$\begin{aligned}&u_{i\mathrm{eq}}(t)=\\&-(G_iB_i)^{-1}G_i[(\Delta A_i(t)-B_iK_i)x(t)+\\&(A_{di}+\Delta A_{di}(t))x(t-\tau(t))]-f_i(x,t).\end{aligned}\tag{7}$$

将式(7)代入(1), 得到第 i 个系统的滑模运动方程为

$$\begin{aligned}&E\dot{x}(t)=\\&[A_i+B_iK_i+(I-B_i(G_iB_i)^{-1}G_i)\Delta A_i]x(t)+\\&[I-B_i(G_iB_i)^{-1}G_i](A_{di}+\Delta A_{di}(t))x(t-\tau(t)).\end{aligned}\tag{8}$$

为讨论方便, 定义

$$\begin{aligned}&\bar{G}_i=I-B_i(G_iB_i)^{-1}G_i,\ \bar{A}_i=A_i+B_iK_i,\\&\bar{A}_{di}=\bar{G}_iA_{di},\ \Delta\bar{A_{di}}(t)=\bar{G}_i\Delta A_{di}(t),\end{aligned}$$

则式(8)可改写为

$$\begin{aligned}&E\dot{x}(t)=(\bar{A}_i+\Delta\bar{A}_i(t))x(t)+(\bar{A}_{di}+\\&\Delta\bar{A}_{di}(t))x(t-\tau(t)),\\&x(t)=\varphi(t),\ t\in[-\tau,0].\end{aligned}\tag{9}$$

定理 1　若存在对称正定矩阵 W_i, 以及

$$X_i := \begin{bmatrix} X_{i11} & X_{i12} \\ 0 & X_{i22} \end{bmatrix},\ 0 < X_{i11} \in \boldsymbol{R}^{r\times r},$$

Y_i 和正常数 ε 满足如下线性矩阵不等式:

$$\varOmega_i = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \bar{G}_i A_{\mathrm{d}i} & \bar{G}_i D_i & \varepsilon X_i E_i^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & -\bar{\alpha} W_i & 0 & 0 & \varepsilon X_i E_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\varepsilon I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon I & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0,$$

$$i \in \psi. \tag{10}$$

其中: $\gamma_{11} = A_i X_i^{\mathrm{T}} + X_i A_i^{\mathrm{T}} + B_i Y_i + Y_i^{\mathrm{T}} B_i^{\mathrm{T}} + W_i, \bar{\alpha} = 1-\alpha$. 则第 i 个切换子系统的滑模运动方程 (9) 是鲁棒渐近稳定的.

证明 考虑标称系统 (9), 即 $\Delta A_i(t) = \Delta A_{di}(t) = 0$. 不失一般性, 假设矩阵 E 具有如下形式:

$$E = \begin{bmatrix} I_r & 0_{r\times(n-r)} \\ 0_{(n-r)\times r} & 0_{(n-r)\times(n-r)} \end{bmatrix},\ x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}.$$

其中: $x_1(t) \in \boldsymbol{R}^r, x_2(t) \in \boldsymbol{R}^{n-r}$.

选取 Lyapunov 函数

$$V_i(x_t) = x^{\mathrm{T}}(t) P_i E x(t) + \int_{t-\tau(t)}^{t} x^{\mathrm{T}}(\theta) Q_i x(\theta) \mathrm{d}\theta, \tag{11}$$

其中

$$P_i = \begin{bmatrix} P_{i11} & P_{i12} \\ 0 & P_{i22} \end{bmatrix},\ P_{i11} \in \boldsymbol{R}^{r\times r} > 0.$$

因而, 沿滑模运动方程 (9) 的解, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(x_t) = {} & 2x^{\mathrm{T}}(t) P_i E \dot{x}(t) + x^{\mathrm{T}}(t) Q_i x(t) - \\ & (1-\dot{\tau}(t)) x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) Q_i x(t-\tau(t)) \leqslant \\ & x^{\mathrm{T}}(t)(P_i \bar{A}_i + \bar{A}_i^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}}) x(t) + \\ & 2x^{\mathrm{T}}(t) P_i \bar{A}_{di} x(t-\tau(t)) + x^{\mathrm{T}}(t) Q_i x(t) - \\ & (1-\alpha) x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) Q_i x(t-\tau(t)). \end{aligned} \tag{12}$$

由引理 2, 可得

$$\begin{aligned} & 2x^{\mathrm{T}}(t) P_i \bar{A}_{\mathrm{d}i} x(t-\tau(t)) \leqslant \\ & \frac{1}{1-\alpha} x^{\mathrm{T}}(t) P_i \bar{A}_{\mathrm{d}i} Q_i^{-1} \bar{A}_{di}^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}} x(t) + \\ & (1-\alpha) x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) Q_i x(t-\tau(t)). \end{aligned} \tag{13}$$

因此, 由式 (12), (13) 及 Schur 补, 可得

$$\begin{aligned} & \dot{V}_i(x_t) \leqslant \\ & x^{\mathrm{T}}(t)\Big(P_i \bar{A}_i + \bar{A}_i^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}} + \\ & \frac{1}{1-\alpha} P_i \bar{A}_{di} Q_i^{-1} \bar{A}_{di}^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}} + Q_i\Big) x(t) = \\ & x^{\mathrm{T}}(t) \varPhi_i x(t) = \\ & x^{\mathrm{T}}(t) \begin{bmatrix} P_i \bar{A}_i + \bar{A}_i^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}} + Q_i & P_i \bar{A}_{\mathrm{d}i} \\ * & -\bar{\alpha} Q_i \end{bmatrix} x(t). \end{aligned} \tag{14}$$

分块

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} \bar{A}_{i11} & \bar{A}_{i12} \\ \bar{A}_{i21} & \bar{A}_{i22} \end{bmatrix},\ \bar{Q}_i = \begin{bmatrix} Q_{i11} & Q_{i12} \\ Q_{i21} & Q_{i22} \end{bmatrix} > 0,$$

代入式 (14), 可得

$$P_{i22} \bar{A}_{i22} + \bar{A}_{i22}^{\mathrm{T}} P_{i22}^{\mathrm{T}} + Q_{i22} < 0, \tag{15}$$

则 $\bar{A}_{i22}$ 非奇异. 另由

$$0 > P_i \bar{A}_i + \bar{A}_i^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}} + \frac{1}{\bar{\alpha}} P_i \bar{A}_{\mathrm{d}i} Q_i^{-1} \bar{A}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}} + Q_i,$$

可得

$$\begin{aligned} 0 > {} & P_i \bar{A}_i + \bar{A}_i^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}} + P_i \bar{A}_{di} Q_i^{-1} \bar{A}_{di}^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}} + Q_i \geqslant \\ & P_i \bar{A}_i + \bar{A}_i^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}} + P_i \bar{A}_{di} + \bar{A}_{di}^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}} = \\ & P_i(\bar{A}_i + \bar{A}_{di}) + (\bar{A}_i + \bar{A}_{di})^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}}, \end{aligned} \tag{16}$$

则

$$P_{i22}(\bar{A}_{i22} + \bar{A}_{di22}) + (\bar{A}_{i22} + \bar{A}_{di22})^{\mathrm{T}} P_{i22}^{\mathrm{T}} < 0, \tag{17}$$

从而 $\bar{A}_{i22} + \bar{A}_{di22}$ 非奇异. 因此, 由引理 1 可得标称系统 (9) 的解是可允许的.

由式 (14) 可得 $\dot{V}_i(x_t) \leqslant x^{\mathrm{T}}(t) \varPhi_i x(t)$, 从而 $\varPhi_i < 0$, 则 $\dot{V}_i(x_t) \leqslant -\lambda_{\min}(-\varPhi_i) \|x(t)\|^2 \leqslant 0$. 因此标称系统 (9) 的解是渐近稳定的.

将 $\varPhi_i$ 中的 $\bar{A}_i$ 替换为 $\bar{A}_i + \Delta\bar{A}_i(t)$, $\bar{A}_{di}$ 替换为 $\bar{A}_{di} + \Delta\bar{A}_{di}(t)$, 有

$$\begin{bmatrix} P_i(A_i + B_i K_i) + (A_i + B_i K_i)^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}} + Q_i & P_i \bar{G}_i A_{di} \\ * & -\bar{\alpha} Q_i \end{bmatrix} + \mathrm{sym}\left\{ \begin{bmatrix} P_i \bar{G}_i D_i \\ 0 \end{bmatrix} F_i(t) \begin{bmatrix} E_i^{\mathrm{T}} \\ E_{di}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \right\} < 0. \tag{18}$$

由引理 3, 可得

$$\varPhi_i = \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_{i11} & P_i \bar{G}_i A_{di} \\ * & -\bar{\alpha} Q_i \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} E_i^{\mathrm{T}} \\ E_{di}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} E_i^{\mathrm{T}} \\ E_{di}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} < 0. \tag{19}$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_{i11} = {} & P_i(A_i + B_i K_i) + (A_i + B_i K_i)^{\mathrm{T}} P_i^{\mathrm{T}} + \\ & Q_i + \varepsilon^{-1} P_i \bar{G}_i D_i (P_i \bar{G}_i D_i)^{\mathrm{T}}. \end{aligned}$$

令 $P_i = X_i^{-1}, K_i = Y_i X_i^{-\mathrm{T}}, W_i = X_i Q_i X_i^{\mathrm{T}}$, 可得

$$\varPhi_i < 0 \Leftrightarrow \varOmega_i < 0, \tag{20}$$

则第 i 个切换子系统的滑模运动方程是鲁棒渐近稳定的. □

现在设计滑模控制器, 以确保系统到达滑动模态区并作滑模运动. 系统 (1) 滑动模态到达条件为

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{N} S_i^{\mathrm{T}} (B_i^{\mathrm{T}} Z_i B_i)^{-1} S_i < 0. \tag{21}$$

其中: S_i 为各子系统的切换面函数

$$S_i = G_i E x(t) - \int_0^t G_i (A_i + Y_i X_i^{-1}) x(\theta) \mathrm{d}\theta,$$

$$G_i = B_i^{\mathrm{T}} Z_i,\ Z_i > 0.$$

定理 2　考虑切换广义时滞系统 (1), 对于任意 $i\in\psi$, 定义滑模控制器为

$$
\begin{aligned}
&u_i(t)=\\
&Y_iX_i^{-1}x_i(t)-(G_iB_i)^{-1}G_iA_{di}x(t-\tau(t))-\\
&[\|(G_iB_i)^{-1}G_iD_i\|(\|E_ix(t)\|+\\
&\|E_{di}x(t-\tau(t))\|)+\phi_i(t)+\mu_i]\mathrm{sign}(S_i),
\end{aligned}\tag{22}
$$

其中 $\mu_i>0$ 为常数. 定义区间

$$
\begin{aligned}
&\Theta_i^*=\\
&\left\{x\in\boldsymbol{R}^n: V_i(x)=\frac{1}{2}S_i^{\mathrm{T}}(B_i^{\mathrm{T}}Z_iB_i)^{-1}S_i<\zeta_{x,i}\right\},
\end{aligned}\tag{23}
$$

其中 $\zeta_{x,i}$ 为常数. 假设 $x(0)\in\Theta_i^*$, 设 t 是当前子系统的切入时间, 如果存在时刻 t^* 使得 $x(t^*)\in\Theta_j^*, j\in\varphi, j\neq i$, 且同时满足 $V_i(x(t^*))\leqslant V_i(x(t_i^*))$, 这里 $t_i^*<t^*$, 则 t^* 是第 i 个子系统的切出时间. 可设 $\sigma(t^{*+})=j$, 即由第 i 个子系统切换到第 j 个子系统. 因此, 在此切换律和控制器 (22) 的作用下, 可使得系统 (1) 进入滑动模态区并作滑模运动.

证明　$S_i(t)=0$ 时系统已进入滑动模态区作滑模运动. 当 $S_i(t)\neq 0$ 时, 定义如下 Lyapunov 函数:

$$
V=\sum_{i=1}^{N}S_i^{\mathrm{T}}(B_i^{\mathrm{T}}Z_iB_i)^{-1}S_i,\tag{24}
$$

则

$$
\begin{aligned}
&\dot V=\sum_{i=1}^{N}S_i^{\mathrm{T}}(B_i^{\mathrm{T}}Z_iB_i)^{-1}\dot S_i=\\
&\sum_{i=1}^{N}\{S_i^{\mathrm{T}}(t)(B_i^{\mathrm{T}}Z_iB_i)^{-1}B_i^{\mathrm{T}}Z_i[\Delta A_i(t)x(t)+\\
&\Delta A_{di}(t)x(t-\tau(t))]-S_i^{\mathrm{T}}(t)Y_iX_i^{-\mathrm{T}}x(t)+\\
&S_i^{\mathrm{T}}(B_i^{\mathrm{T}}Z_iB_i)^{-1}B_i^{\mathrm{T}}Z_iA_{di}x(t-\tau(t))+\\
&S_i^{\mathrm{T}}(u_i(t)+f_i(x,t))\}\leqslant\\
&\sum_{i=1}^{N}\{\|S_i(t)\|\|(B_i^{\mathrm{T}}Z_iB_i)^{-1}B_i^{\mathrm{T}}Z_iD_i\|(\|E_ix(t)\|+\\
&\|E_{di}x(t-\tau(t))\|)-S_i^{\mathrm{T}}(t)Y_iX_i^{-\mathrm{T}}x(t)+\\
&S_i^{\mathrm{T}}(B_i^{\mathrm{T}}Z_iB_i)^{-1}B_i^{\mathrm{T}}Z_iA_{di}x(t-\tau(t))+\\
&S_i^{\mathrm{T}}(u_i(t)+f_i(x,t))\}.
\end{aligned}\tag{25}
$$

将式 (22) 代入 (25), 可得 $\dot V<0$. 因此滑模到达条件满足, 在控制 (30) 和给定的切换律作用下, 系统 (1) 能够进入滑动模态区并作滑模运动. □

注 2　文献 [21] 通过 $\lim\limits_{q\to\infty}\tanh(x/q)=\mathrm{sign}(x)$, 利用 $\tanh(x/q)$ 设计光滑切换律来逼近 $\mathrm{sign}(x)$ 函数, 减弱了高频抖振.

4　仿真算例

考虑切换系统 (1), 其中 $i=1,2$.

$$
E=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix},\ A_1=\begin{bmatrix}-2&0.27\\1&1\end{bmatrix},
$$

$$
A_{d1}=\begin{bmatrix}1.5&-1\\0&-0.9\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}-2.5&0.12\\1.3&1\end{bmatrix},
$$

$$
A_{d2}=\begin{bmatrix}1.4&-1.1\\0&-0.8\end{bmatrix},\ B_1=B_2=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix},
$$

$$
D_1=D_2=\begin{bmatrix}0.2\\0.2\end{bmatrix},\ E_1=E_2=[1\quad 2],
$$

$$
E_{d1}=E_{d2}=[1\quad 2],\ F_1(t)=F_2(t)=\sin t.
$$

为讨论方便, 取 $\tau(t)=0.05$, $f_1=f_2=0$, $x(0)=[-1\quad 1]^{\mathrm{T}}$, 常数 $\mu_1=\mu_2=0.5$, 选取正常数 $\varepsilon=1$. 通过求解线性矩阵不等式 (10), 可得

$$
X_1=\begin{bmatrix}2.456\,5&-1.239\,5\\0&0.005\,6\end{bmatrix},\ Y_1=[0.636\,4\quad -2.198],
$$

$$
W_1=\begin{bmatrix}4.513\,7&-0.097\,6\\-0.097\,6&4.367\,3\end{bmatrix},
$$

$$
X_2=\begin{bmatrix}1.934\,7&-0.985\,7\\0&0.009\,1\end{bmatrix},\ Y_2=[0.452\,8\quad -2.145\,7],
$$

$$
W_2=\begin{bmatrix}4.406\,1&-0.096\,2\\-0.096\,2&4.261\,8\end{bmatrix},
$$

得到切换系统的切换面函数为

$$
\begin{aligned}
&S_1(t)=\\
&[1\quad 0]x(t)-\int_0^t[-987.215\,8\quad -1.956\,9\times10^{-3}]x(\theta)\mathrm{d}\theta,\\
&S_2(t)=\\
&[1\quad 0]x(t)-\int_0^t[-597.052\,4\quad -1.172\,3\times10^{-3}]x(\theta)\mathrm{d}\theta.
\end{aligned}
$$

由定理 2, 可求得滑模控制器

$$
\begin{aligned}
&u_1(t)=\\
&[-197.443\,2\quad -391.824\,4]x(t)-\\
&[0.3\quad -0.56]x(t-0.05)-[0.5+0.128(\|x_1(t)+\\
&2x_2(t)\|+\|x_1(t-0.05)+2x_2(t-0.05)\|)]\tanh(S_1(t)),\\
&u_2(t)=\\
&[-119.430\,5\quad -234.889\,2]x(t)-\\
&[0.28\quad -0.564]x(t-0.05)-[0.5+0.128(\|x_1(t)+\\
&2x_2(t)\|+\|x_1(t-0.05)+2x_2(t-0.05)\|)]\tanh(S_2(t)).
\end{aligned}
$$

图 1 为切换系统存在参数摄动时的闭环系统状态响应曲线. 由图 1 可以看出, 在本文所设计控制器

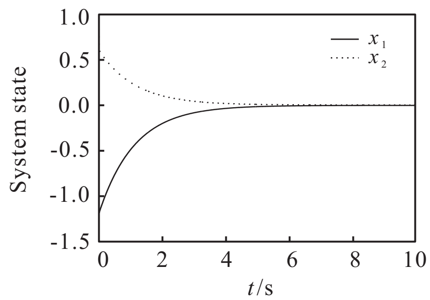

图 1　切换系统 (1) 的状态响应

的作用下, 系统能保持较好的状态性能.

5 结 论

本文针对一类带有变时滞和非匹配不确定性的广义切换系统, 给出了一种新的滑模控制策略. 首先针对每个切换子系统设计了积分型滑模面, 通过构造多Lyapunov函数, 以LMIs的方式给出了每个滑动模态方程鲁棒渐近稳定的充分条件; 然后设计了滑模控制器以及切换规则, 使得闭环系统的状态能够到达滑模面上并产生滑动模态; 最后通过仿真实例说明了所提出方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Antsaklis P J, Stiver J A, Lemmon. Modelling and analysis of hybrid control systems[C]. Proc of Conf on Decision and Control. Tucson, 1992: 3748-3751.

[2] Skafidas E, Evans R, Savkin A. Stability results for switched controller systems[J]. Automatica, 1999, 35(4): 553-564.

[3] Liberzon D. Switching in systems and control[M]. Boston: Birkhäuser, 2003: 17-124.

[4] Xu S Y, Dooren P V, Stefan R, et al. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(7): 1122-1128.

[5] Lu R Q, Su H Y, Chu J. Robust controller design for time-varying uncertain linear singular systems with time-delays[J]. Int J of Systems Science, 2005, 37(8): 973-981.

[6] Wu L G, Zheng W X. Passivity-based sliding mode control of uncertain singular time-delay systems[J]. Automatica, 2009, 45(9): 2120-2127.

[7] 王天成, 高在瑞. 一类带有时滞的不确定广义系统的切换渐近稳定性[J]. 自动化学报, 2008, 34(8): 1013-1016.
(Wang T C, Gao Z R. Asymptotic stability sriterion for a class of switched uncertain descriptor systems with time delay[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(8): 1013-1016.)

[8] Utkin V. Sliding modes in control optimization[M]. Belin: Springer-Verlag, 1992: 1-300.

[9] Kwantny H G, Teolis C, Mattice M. Variable structure control of systems with uncertain nonlinear friction[J]. Automatica, 2002, 38(7): 1251-1256.

[10] Akar M, Ozguner U. Sliding mode control using state output feedback in hybrid systems[C]. Proc of 37th IEEE Conf on Decision and Control. Tampa: IEEE Press, 1998: 2421-2422.

[11] 胡跃明, 晁红敏, 李志权, 等. 非线性仿射控制系统的高阶滑模控制[J]. 自动化学报, 2002, 28(2): 284-289.
(Hu Y M, Chao H M, Li Z Q, et al. High-order sliding mode control of nonlinear affine control systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2002, 28(2): 284-289.)

[12] 张新政, 邓则名, 高存臣. 滞后离散定常线性系统的的准滑模变结构控制[J]. 自动化学报, 2002, 28(4): 625-630.
(Zhang X Z, Deng Z M, Gao C C. Quasi-sliding mode VSC for discrete linear constant system with time delay[J]. Acta Automatica Sinica, 2002, 28(4): 625-630.)

[13] 高存臣, 刘云龙, 李云艳. 不确定离散变结构控制系统的趋近律方法[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(7): 781-785.
(Gao C C, Liu Y L, Li Y Y. Reaching law method for uncertain discrete variable structure control system[J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(7): 781-785.)

[14] Kim K S, Park Y, Oh S H. Designing robust sliding hyperplanes for parametric uncertain systems: A Riccati approach[J]. Automatica, 2000, 36(7): 1041-1048.

[15] Xia Y Q, Jia Y M. Robust sliding mode control for uncertain time-delay systems: An LMI approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(6): 1086-1091.

[16] Niu Y, Ho D W C, Lam J. Robust integral sliding mode cotrol for uncertain stochatic systems with time-varying delay[J]. Automatica, 2005, 41(5): 873-880.

[17] 何召兰, 王茂, 黄昆, 等. 不确定离散切换系统的滑模控制[J]. 控制与决策, 2008, 24(5): 789-793.
(He Z L, Wang M, Huang K, et al. Sliding mode control for uncertain discrete time switched system[J]. Control and Decision, 2008, 24(5): 789-793.)

[18] Song Y, Xiang Z R, Chen Q W, et al. Analysis of sliding mode in planar switched systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(5): 743-749.

[19] Richard P Y, Cormerais H, Buisson J. Ageneric design methodology for sliding mode control of switched systems[J]. Nonlinear Analysis, 2006, 65(9): 1751-1772.

[20] Lian J, Zhao J. Robust H_∞ control of uncertain switched systems: A sliding mode control design[J]. Auto Automatica Sincia, 2009, 35(7): 965-970.

[21] Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in systems and control theory[M]. Philadelphia: SIAM, 1994: 7-152.

[22] Petersen I R. A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems[J]. Systems & Control Letters, 1987, 8(4): 351-357.