

文章编号: 1001-0920(2011)03-0413-05

高斯混合粒子PHD滤波被动测角多目标跟踪

张俊根, 姬红兵

(西安电子科技大学 电子工程学院, 西安 710071)

摘要: 为解决目标数未知或随时间变化的多目标跟踪问题, 通常将多目标状态和观测数据表示成随机集形式, 并通过递推计算目标状态联合分布的概率假设密度(PHD)来完成. 然而, 对于被动测角的非线性跟踪问题, PHD无法获得闭合解, 为此提出一种新的高斯混合粒子PHD算法. 该算法利用高斯混合近似PHD, 以避免用聚类确定目标状态, 并采用拟蒙特卡罗(QMC)积分方法计算目标状态的预测和更新分布. 仿真结果验证了所提出算法的有效性.

关键词: 多目标跟踪; 随机集; 概率假设密度; 被动测角; 拟蒙特卡罗积分

中图分类号: TN953

文献标识码: A

Gaussian mixture particle probability hypothesis density based passive bearings-only multi-target tracking

ZHANG Jun-gen, JI Hong-bing

(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China. Correspondent: ZHANG Jun-gen, E-mail: zhang_jungen@sina.com)

Abstract: When the number of targets is unknown or varies with time, multi-target state and measurements are represented as random sets and the multi-target tracking problem is addressed by calculating the probability hypothesis density(PHD) of the joint distribution, recursively. However, PHD can not provide a closed-form solution to the nonlinear problem occurred in the passive bearings-only multi-target tracking system. A new Gaussian mixture particle PHD(GMPPHD) filter is presented in the paper. The PHD is approximated by a mixture of Gaussians, which avoids clustering to determine target states. And Quasi-Monte Carlo integration method is used for approximating the prediction and update distributions of target states. Simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: multi-target tracking; random sets; probability hypothesis density; passive bearings-only; Quasi-Monte Carlo integration

1 引言

在多目标跟踪(MTT)问题中, 由于各个目标状态以及目标数随时间变化, 包括新目标出现、目标消失以及目标衍生等多种情况, 观测时会有杂波产生, 观测源存在不确定性, 而且不是所有目标在所有时刻都能给出相应的观测值. 如何实时、有效地跟踪多个目标, 一直是学术界和工程应用领域的研究热点和难点问题^[1].

传统的多目标跟踪算法包括: 联合概率数据关联滤波算法(JPDF)及其改进算法^[1,2], 多假设跟踪算法(MHT)及其改进算法^[3,4], 多目标粒子滤波算法^[5]等. 这些算法都需要对观测值与目标的对应关系

进行数据关联计算, 计算量相当庞大.

近年来, 许多学者利用随机集统计理论, 提出了概率假设密度(PHD)滤波及其实现算法, 以解决多目标跟踪问题^[6-10]. 该算法将复杂的多目标状态空间的运算转换为单目标状态空间内的运算, 有效地避免了多目标跟踪中复杂的数据关联组合问题. 文献[11]提出了粒子PHD滤波及其改进算法, 利用序贯蒙特卡罗方法近似目标后验强度函数, 可以解决非线性非高斯目标跟踪问题, 但需要通过聚类运算来获得目标状态估计, 这将导致估计结果不准确; 文献[12]提出的高斯混合PHD(GMPHD)滤波, 通过加权高斯混合来近似目标强度函数, 避免了聚类运算, 但只适用于线性高斯情况.

收稿日期: 2009-12-02; 修回日期: 2010-03-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60871074).

作者简介: 张俊根(1979-), 男, 博士生, 从事信号处理与检测、目标跟踪等研究; 姬红兵(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 从事光电信息处理、被动多传感器定位与跟踪等研究.

本文针对被动测角多目标跟踪问题,提出一种新的 PHD 滤波多目标跟踪算法. 在高斯混合的框架下,通过一组 GPFs^[13]近似目标概率分布,利用拟蒙特卡罗(QMC)^[14]方法进行积分近似计算,改善了目标跟踪性能. 将其应用于三站被动测角多目标跟踪的仿真实验验证了所提出算法的有效性.

2 问题描述

假设有 N_S 个被动观测站跟踪 N_k 个目标, 目标 i ($i = 1, 2, \dots, N_k$) 的运动方程为

$$X_{i,k+1} = F_{i,k}X_{i,k} + G_{i,k}w_{i,k}. \quad (1)$$

式中: $X_{i,k} = (x_{i,k}, \dot{x}_{i,k}, y_{i,k}, \dot{y}_{i,k})$ 表示目标 i 在 k 时刻的运动状态, $F_{i,k}$ 为状态转移矩阵, $w_{i,k}$ 为相互独立的均值为零、方差为 $Q_{i,k}$ 的高斯噪声. 目标观测模型为

$$z_{i,k} = \begin{cases} h_k(x_{i,k}, S) + v_k, & r_{j,k} = i; \\ \text{Clutter}, & r_{j,k} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

式中: $z_{i,k}$ 表示 k 时刻的观测值, $j = 1, 2, \dots, M_k$; $r_{j,k}$ 表示与观测 j 关联的目标指示数; S 为观测站的位置 (x_o, y_o) , $o = 1, 2, \dots, N_S$, 对各站测得的目标方位角进行集中式融合处理^[1], 并假定各站的测量数据已完成配准及关联; $h_k(x_{i,k}, S) = \left[\tan^{-1} \left(\frac{y_{i,k} - y_o}{x_{i,k} - x_o} \right) \right]_{o=1}^{N_S}$; v_k 为相互独立的均值为零、协方差为 R_k 的高斯噪声, 且 v_k 与 $w_{i,k}$ 相互独立.

3 多目标滤波

3.1 PHD 滤波

对于多目标跟踪, 由于目标数和观测数都是一个离散的随机变量, 目标状态空间和观测空间的维数也将相应变化. 可将多目标的状态和观测建模为随机集, 利用概率假设密度函数 (PHD, 也称强度函数) 对多目标随机集的概率密度进行近似描述^[8], 通过贝叶斯公式进行迭代.

$$D_{k|k-1}(X) = \int P_s p_{k|k-1}(X|\xi) D_{k-1}(\xi) d\xi + \int B_{k|k-1}(X|\xi) D_{k-1}(\xi) d\xi + \Gamma_k(X), \quad (3)$$

$$D_k(X) = (1 - P_d) D_{k|k-1}(X) + \sum_{z \in Z_k} \frac{P_d g_k(z|X) D_{k|k-1}(X)}{\kappa_k(z) + \int P_d g_k(z|\xi) D_{k|k-1}(\xi) d\xi}. \quad (4)$$

其中: $D_k(\cdot)$ 表示多目标随机集的 PHD, $D_{k|k-1}(\cdot)$ 为预测 PHD, P_s 表示目标存活概率, $\Gamma_k(\cdot)$ 表示新生目标随机集的 PHD, $B_{k|k-1}(\cdot)$ 表示目标在下一时刻衍生出来的目标随机集的 PHD, P_d 表示目标检测概率, $\kappa_k(\cdot)$ 表示虚警随机集的 PHD, Z_k 表示 k 时刻的观测集. $p_{k|k-1}(\cdot)$ 和 $g_k(\cdot)$ 分别为目标的状态转移密度和观

测密度, 满足

$$p_{k|k-1}(X|\xi) = N(X; F_k \xi, Q_{k-1}), \quad (5)$$

$$g_k(z|X) = N(z; h_k(X), R_k), \quad (6)$$

其中 $N(\cdot; m, P)$ 表示均值为 m , 方差为 P 的高斯函数.

3.2 QMC 采样

在线性高斯情况下, GMPHD^[12]可提供 PHD 滤波的一个闭合解, 通过高斯混合形式近似计算目标 PHD. 对于被动目标跟踪问题, 由于存在非线性, GMPHD 不再具有闭合解, 可通过重要性采样的办法近似求解积分问题. 传统蒙特卡罗 (MC) 方法利用随机采样的个点近似积分计算, 容易形成样本“团簇”、“间隙”, 近似误差较高.

QMC 方法利用精选的确定性点取代 MC 中的随机点, 能提供较好的可能性分布, 这些确定性的点称为“低偏差点”. 理论分析和实验结果均表明, 采用低偏差点比完全随机点得到的积分误差小很多, 在最优低偏差序列情况下, QMC 采样积分的误差阶能渐近达到 $O(N^{-1})$, 优于 MC 采样方法^[14].

本文采用以 p 为基的随机化 Halton 序列构造低偏差点集, 并将这些低偏差点集转换为拟高斯序列, 以得到拟蒙特卡罗随机样本^[15].

3.3 QMC-GMPHD 滤波

在高斯混合框架下, 利用一组 GPFs^[13]近似目标的概率分布, 通过预测和更新两步进行迭代.

Step 1 目标 PHD 预测

$$D_{k|k-1}(X) = \Gamma_k(X) + D_{s,k|k-1}(X) = \sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}} \omega_{\gamma,k}^{(i)} N(X; m_{\gamma,k}^{(i)}, P_{\gamma,k}^{(i)}) + P_s \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} N(X; m_{s,k|k-1}^{(i)}, P_{s,k|k-1}^{(i)}) = \sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}} \omega_{\gamma,k}^{(i)} N(X; m_{\gamma,k}^{(i)}, P_{\gamma,k}^{(i)}) + P_s \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \left[\omega_{k-1}^{(i)} \times \int N(X; F_{k-1} \xi, Q_{k-1}) N(\xi; m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)}) d\xi \right]. \quad (7)$$

其中: $\{J_{\gamma,k}, \omega_{\gamma,k}^{(i)}, m_{\gamma,k}^{(i)}, P_{\gamma,k}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{\gamma,k}}$ 用来描述新生目标集的 PHD, $\{J_{k-1}, \omega_{k-1}^{(i)}, m_{s,k|k-1}^{(i)}, P_{s,k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{k-1}}$ 描述存活目标集的 PHD.

利用 QMC 方法近似计算 PHD 的各高斯项的分布函数 $N(\cdot; m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)})$ ($i = 1, 2, \dots, J_{k-1}$), 采样 N_p 粒子 $X_{k-1}^{(i)(j)}$ 和预测粒子 $X_{s,k|k-1}^{(i)(j)}$ ($j = 1, 2, \dots, N_p$), 预测存活目标集的 PHD, 即 $N(\cdot; m_{s,k|k-1}^{(i)}, P_{s,k|k-1}^{(i)})$.

$$m_{s,k|k-1}^{(i)} = \frac{1}{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} X_{s,k|k-1}^{(i)(j)}, \quad (8)$$

$$P_{s,k|k-1}^{(i)} = \frac{1}{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} [(m_{s,k|k-1}^{(i)} - X_{s,k|k-1}^{(i)(j)}) \times (m_{s,k|k-1}^{(i)} - X_{s,k|k-1}^{(i)(j)})^T]. \quad (9)$$

Step 2 目标PHD更新

$$D_k(X) = \frac{(1 - P_d)D_{k|k-1}(X) + \sum_{z \in Z_k} \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \left[\omega_{k|k-1}^{(i)} \times P_d N(z; h_k(X), R_k) N(X; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)}) \right]}{\kappa_k(z) + P_d \sum_{l=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(l)} W_k^{(l)}(z)}. \quad (10)$$

其中

$$W_k^{(l)}(z) = \int N(z; h_k(\xi), R_k) N(\xi; m_{k|k-1}^{(l)}, P_{k|k-1}^{(l)}) d\xi. \quad (11)$$

构造合适的重要性密度函数 $\pi_k^{(l)}(\cdot | Z_{1:k-1}, z)$, $l = 1, 2, \dots, J_{k|k-1}$, $z \in Z_k$; 通过QMC方法采样得到粒子 $X_k^{(i)(j)}$, $j = 1, 2, \dots, N_p$; 利用重要性采样定理对式(11)进行近似计算, 即

$$W_k^{(l)}(z) \approx \frac{1}{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} \bar{\omega}_k^{(l)(j)}(z). \quad (12)$$

其中

$$\bar{\omega}_k^{(l)(j)}(z) = \frac{N(z; h_k(X_k^{(l)(j)}), R_k) \times N(X_k^{(l)(j)}; m_{k|k-1}^{(l)}, P_{k|k-1}^{(l)})}{\pi_k^{(l)}(X_k^{(l)(j)} | Z_{1:k-1}, z)}. \quad (13)$$

将式(11)代入(10), 计算目标PHD, 即

$$D_k(X) = (1 - P_d)D_{k|k-1}(X) + \sum_{z \in Z_k} \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_k^{(i)}(z) N(X; m_k^{(i)}(z), P_k^{(i)}(z)). \quad (14)$$

其中

$$m_k^{(i)}(z) = \frac{\sum_{j=1}^{N_p} \bar{\omega}_k^{(i)(j)}(z) X_k^{(i)(j)}}{\sum_{j=1}^{N_p} \bar{\omega}_k^{(i)(j)}(z)}, \quad (15)$$

$$P_k^{(i)}(z) = \frac{1}{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} [\bar{\omega}_k^{(i)(j)}(z) \times \sum_{j=1}^{N_p} \bar{\omega}_k^{(i)(j)}(z) (m_k^{(i)}(z) - X_k^{(i)(j)})(m_k^{(i)}(z) - X_k^{(i)(j)})^T], \quad (16)$$

$$\omega_k^{(i)}(z) =$$

$$P_d \omega_{k|k-1}^{(i)} \frac{1}{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} \bar{\omega}_k^{(i)(j)}(z) \times \frac{1}{\kappa_k(z) + P_d \sum_{l=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(l)} \frac{1}{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} \bar{\omega}_k^{(i)(j)}(z)}. \quad (17)$$

在该算法中, 由于高斯分量会随时间的增加而增大, 需要对权值较低的高斯分量进行修剪剔除, 并对相近的高斯分量进行合并处理. 目标状态可通过选取权值较大的高斯分量获得^[12].

3.4 QMC-GMPPHD滤波算法

假定已知 $k-1$ 时刻目标集的PHD参数 $\{\omega_{k-1}^{(i)}, m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)}\}$ 以及 k 时刻的观测 Z_k , 则 k 时刻目标集PHD更新如下:

Step 1: 预测

Step 1.1: 新生目标预测

For $i = 1, 2, \dots, J_{\gamma,k}$,

$$\omega_{k|k-1}^{(i)} = \omega_{\gamma,k}^{(i)}, m_{k|k-1}^{(i)} = m_{\gamma,k}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)} = P_{\gamma,k}^{(i)}.$$

Step 1.2: 存活目标预测: For $j = 1, 2, \dots, J_{k-1}$,

利用QMC方法从 $N(\cdot; m_{k-1}^{(j)}, P_{k-1}^{(j)})$ 采样粒子 $\{X_{k-1}^{(j)(l)}\}_{l=1}^{N_p}$, 粒子预测 $X_{s,k|k-1}^{(j+J_{\gamma,k})(l)} = F_{k-1} X_{k-1}^{(j)(l)}$, 估计参数 $\omega_{k|k-1}^{(j+J_{\gamma,k})} = P_s \omega_{k-1}^{(j)}$, 利用式(8)和(9)计算 $m_{k|k-1}^{(j+J_{\gamma,k})}$ 和 $P_{k|k-1}^{(j+J_{\gamma,k})}$.

Step 2: 更新

Step 2.1: 漏检目标集PHD更新

For $j = 1, 2, \dots, J_{k|k-1}$,

$$\omega_k^{(j)} = (1 - P_d) \omega_{k|k-1}^{(j)},$$

$$m_k^{(j)} = m_{k|k-1}^{(j)}, P_k^{(j)} = P_{k|k-1}^{(j)}.$$

Step 2.2: 检测到的目标集PHD更新: 对每一个观测 $z \in Z_k$, For $j = 1, 2, \dots, J_{k|k-1}$,

利用QMC方法从 $N(\cdot; m_{k|k-1}^{(j)}, P_{k|k-1}^{(j)})$ 采样粒子 $\{X_k^{(j)(l)}\}_{l=1}^{N_p}$, 利用式(13)计算粒子权值 $\bar{\omega}_k^{(j)(l)}(z)$, 利用式(17), (15)和(16)估计参数 $\omega_k^{(nJ_{k|k-1}+j)}$, $m_k^{(nJ_{k|k-1}+j)}$ 和 $P_k^{(nJ_{k|k-1}+j)}$, $n = 1, 2, \dots, M_k$.

Step 2.3: 对高斯分量进行修剪与合并, 选取权值较大的高斯分量组合估计出目标状态.

4 仿真实验与分析

多目标跟踪不仅要估计目标数, 而且要估计各目标的状态, 单目标背景下的均方根误差已经不能满足要求. 本文利用OSPA距离^[16]的均方根对EK-PHD^[12], GMPPHD^[9]及QMC-GMPPHD滤波算法进行性能评价, 定义为

$$d_{\text{RMS}}^O(k) = \left[\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\bar{d}_p^{(c)}(i, k))^2 \right]^{1/2}. \quad (18)$$

式中: M 为仿真次数, $\bar{d}_p^{(c)}(i, k)$ 为第 i 次仿真的 OSPA 脱靶距离.

$$\bar{d}_p^{(c)}(X, Z) = \left[\frac{1}{n} \left(\min_{\pi \in \Pi_k} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(x_i, z_{\pi(i)})^p + c_p(n-m) \right) \right]^{1/p}. \quad (19)$$

其中: X 和 Z 为任意子集, 维数分别为 $m, n, m \leq n, 1 \leq p < \infty; d^{(c)}(x, z) = \min(c, d(x, z)), c > 0; \Pi_k$ 表示 $\{1, 2, \dots, k\}$ 的所有排列组成集合. 若 $m > n$, 则可令 $\bar{d}_p^{(c)}(X, Z) = \bar{d}_p^{(c)}(Z, X)$.

实验 1 采用 3 个被动传感器对多个目标进行跟踪, 各目标在二维平面内运动.

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

w_k 服从

$$N\left(\cdot; 0, \begin{bmatrix} \sigma_w^2 & 0 \\ 0 & \sigma_w^2 \end{bmatrix}\right), \sigma_w = 0.1.$$

3 个被动传感器位置分别设定为 $S_1(0, 0), S_2(0, 600), S_3(0, 1000)$. 观测噪声 v_k 服从 $N(\cdot; 0, \sigma_v^2), \sigma_v = 0.0175$, 目标存活概率 $P_s = 0.99$, 检测概率 $P_d = 0.98$. 不考虑目标衍生的情况, 新生目标随机集的 PHD 为

$$\Gamma_k(X) = 0.2 \times [N(\xi; m_\gamma^{(1)}, P_\gamma) + N(\xi; m_\gamma^{(2)}, P_\gamma) + N(\xi; m_\gamma^{(3)}, P_\gamma)]. \quad (20)$$

式中

$$m_\gamma^{(1)} = (100, 0, 300, 0)^T,$$

$$m_\gamma^{(2)} = (400, 0, 800, 0)^T,$$

$$m_\gamma^{(3)} = (300, 0, 500, 0)^T,$$

$$P_\gamma = \text{diag}([100, 10, 100, 10]).$$

杂波均匀分布于观测空间, 数目服从均值为 10 的泊松分布, OSPA 脱靶距离参数 $p=2, c=50$, 仿真时间步数为 60, 粒子数 $N_p=50, M=300$. 仿真实验在一台 Pentium(R)D CPU1.86 GHz 计算机上用 Matlab 完成.

图 1 和图 2 分别为目标在 x 和 y 方向上的运动轨迹, 图 3 为目标跟踪 OSPA 脱靶距离的均方根, 表 1 给出了目标跟踪 OSPA 脱靶距离均方根均值和方差.

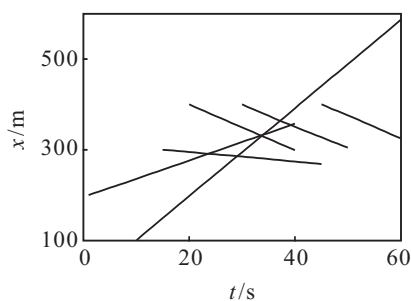


图 1 目标在 x 方向运动轨迹

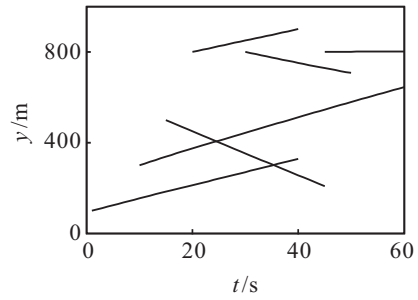


图 2 目标在 y 方向运动轨迹

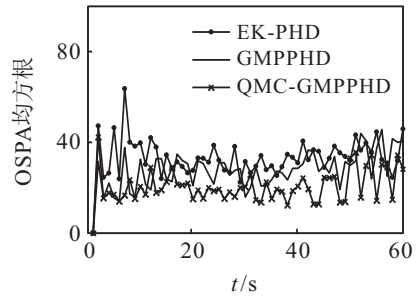


图 3 目标跟踪 OSPA 距离的均方根

表 1 目标跟踪 OSPA 脱靶距离均方根对比

滤波算法	OSPA 均方根	
	均值	方差
EK-PHD	29.829 8	56.698 4
GMPPHD	24.901 4	50.363 0
QMC-GMPPHD	18.425 6	35.192 4

从图 3 可以看出, 在目标跟踪过程中, 本文提出的 QMC-GMPPHD 滤波算法的目标跟踪 OSPA 脱靶距离的均方根较小, EK-PHD 滤波算法脱靶距离最大, GMPPHD 滤波比 EK-PHD 稍好.

表 1 给出的结果更明显, QMC-GMPPHD 滤波算法的 OSPA 脱靶距离均方根均值最小, GMPPHD 算法稍大, EK-PHD 算法最大; QMC-GMPPHD 滤波算法的 OSPA 脱靶距离均方根方差也是最小的, GMPPHD 算法比 EK-PHD 稍小. 在被动测角的非线性跟踪问题中, QMC-GMPPHD 和 GMPPHD 滤波算法采用 GPFs 近似目标概率分布, 能提供更精确的均值和协方差估计, 使得目标跟踪性能优于 EK-PHD 算法; QMC-GMPPHD 算法利用了更优的 QMC 积分近似方法, 跟踪精度高于 GMPPHD 算法.

实验 2 为考察不同粒子数对算法的影响, 本文针对粒子数分别为 100, 200 和 400 的情况进行实验, 仿真场景同实验 1. 目标跟踪 OSPA 脱靶距离均方根均值对比如图 4 所示. 由图 4 可以看出, 在粒子数较少的情况下, QMC-GMPPHD 与 GMPPHD 算法相比, 跟踪性能优势更明显; 随着采用粒子数的增多, QMC-GMPPHD 和 GMPPHD 算法跟踪精度都有所提高, 而且两种算法目标跟踪性能差别会减小; 当粒子数大于 200 之后, 两种算法的目标跟踪性能改善不大.

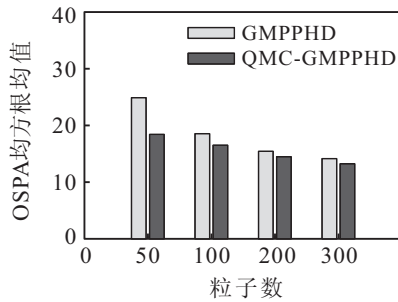


图 4 目标跟踪 OSPA 距离均方根均值对比

表 2 给出了算法运行时间对比. 从表 2 可以看出, EK-PHD 算法耗时最少, QMC-GMPPHD 算法由于增加了样本点采样运算, 计算量比 GMPPHD 算法稍大; 随着采用粒子数的增大, QMC-GMPPHD 和 GMPPHD 算法运算量增大, 利用 GPF 的可并行处理性质, 能使算法的运行时间大大降低.

表 2 算法平均运行时间比较

滤波算法	运行时间/s			
	50 个粒子	100 个粒子	200 个粒子	400 个粒子
GMPPHD	22.769 2	45.658 5	96.273 6	198.487 3
QMC-GMPPHD	27.388 4	51.652 4	103.186 2	208.678 5
EK-PHD	1.863 4			

5 结 论

针对被动测角多目标跟踪问题, 提出了一种新的 GMPPHD 滤波算法. 在高斯混合框架下, 通过一组 GPFs 来近似目标的概率分布; 利用 QMC 方法替换传统的 MC 方法进行积分计算, 可使得采用较小的粒子数达到较高的目标跟踪精度; 利用 GPF 的可并行处理性减小了算法的运行时间.

参考文献(References)

[1] Bar-Shalom Y, Li X R. Multitarget-multisensor tracking: Principles and techniques[M]. Storrs: YBS Publishing, 1995: 1-277.
 [2] Musicki D, Evans R. Joint integrated probabilistic data association: JIPDA[J]. IEEE Trans on AES, 2004, 40(3): 1093-1099.
 [3] Blackman S S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking[J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2004, 19(1): 5-18.
 [4] Ruan Y, Willett P. Multiple model PMHT and its application to the second benchmark radar tracking problem[J]. IEEE Trans on AES, 2004, 40(4): 1337-1350.

[5] Hue C, le Cadre J P, Perez P. Sequential Monte Carlo methods for multiple target tracking and data fusion[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(2): 309-325.
 [6] 庄泽森, 张建秋, 尹建君. Rao-Blackwellized 粒子概率假设密度滤波算法[J]. 航空学报, 2009, 30(4): 698-705. (Zhuang Z S, Zhang J Q, Yin J J. Rao-Blackwellized particle probability hypothesis density filter[J]. Acta Aeronautica et Astronautica, Sinica, 2009, 30(4): 698-705.)
 [7] Yin J J, Zhang J Q, Zhuang Z S. Gaussian-sum PHD filtering algorithms for nonlinear non-Gaussian models[J]. Chinese J of Aeronautics, 2008, 21(4): 341-351.
 [8] Mahler R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. IEEE Trans on AES, 2003, 39(4): 1152-1178.
 [9] Clark D, Vo B T, Vo B N. Gaussian particle implementations of probability hypothesis density filters[C]. IEEE Aerospace Conf. Big Sky, MT, 2007: 1-11.
 [10] 赵欣. 基于随机集理论的被动多传感器多目标跟踪技术[D]. 西安: 西安电子科技大学研究生院, 2009. (Zhao X. Techniques of multiple passive sensors multiple targets tracking based on random finite sets theory[D]. Xi'an: Graduate School, Xidian University, 2009.)
 [11] Vihola M. Rao-blackwellised particle filtering in random set multitarget tracking[J]. IEEE Trans on AES, 2007, 43(2): 689-705.
 [12] Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(11): 4091-4104.
 [13] Kotecha J H, Djuric P M. Gaussian particle filtering[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2003, 51(10): 2592-2601.
 [14] Xavier L, Alain X, Gerard F, et al. A Quasi-Monte Carlo integration method applied to the computation of the pollaczek integral[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 2008, 23(3): 1527-1534.
 [15] Guo D, Wang X. Quasi-Monte Carlo filtering in nonlinear dynamic systems[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(6): 2087-2098.
 [16] Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447-3457.