文章编号: 1001-0920 (2011) 05-0732-05

主观证据交互式提取及融合方法

杜元伟, 孙永河, 段万春

(昆明理工大学 管理与经济学院，昆明 650093)

摘 要: 为解决现有研究并未考虑客观证据源因受外界干扰而无法获取有效证据信息的问题, 基于动态知识矩阵构建了能够从决策专家知识、经验、直觉中逐步获得主观证据信息的提取方法, 并给出了由动态知识矩阵向基本概率分配函数转化的推断定理, 在此基础上, 通过设置冲突因子阈值构造了能够平衡推断成本与推断效果之间矛盾关系的主观证据交互式融合方法. 数值模拟结果表明了所提出方法的有效性和可行性.

关键词: 证据理论；主观证据提取方法；主观证据融合方法；动态知识矩阵

中图分类号: TP212.9 **文献标识码:** A

Interactive method for deriving and fusing subjective evidences

DU Yuan-wei, *SUN Yong-he*, *DUAN Wan-chun*

(Faculty of Management and Economics，Kunming University of Science and Technology，Kunming 650093，China. Correspondent：DU Yuan-wei，E-mail：duyuanwei@gmail.com)

Abstract: It is rarely considered that the objective evidence source is disturbed by outside world and the evidence information is derived inefficiently in current research. To solve above problems, a method is established to gradually derive subjective evidence information from decision experts' knowledge, experience and intuition based on dynamic knowledge matrices. After that, an inference theorem for transforming dynamic knowledge matrices to basic probability assignment functions is presented, and an interactive method for fusing subjective evidences is proposed to balance the contradictory relationships between inference costs and inference efficiencies by introducing a conflict weight threshold value. Simulation results show the effectiveness and feasibility of the proposed method.

Key words: Dempster-Shafer theory；subjective evidence deriving method；subjective evidence fusing method；dynamic knowledge matrix

1 引 言

证据理论是由Dempster与Shafer共同创立的一种用于信息融合与不确定推理的理论, 它能够通过Dempster组合规则集成基本概率分配 (BPA) 函数, 实现两组或多组不同来源证据信息的有效合成, 因而受到国内外专家学者的广为关注[1-2]. 从研究对象上看, 现有成果可以划分为证据信度研究与冲突分配研究两种类型, 其中前者是在承认Dempster组合规则正确的前提下从客观证据源 (有学者亦称之为传感器) 可靠性视角对证据理论进行的改进研究[3-5], 而后者则是从证据信息冲突因子再分配视角对Dempster组合规则开展的修正研究[6-8]. 虽然上述两类研究已经取得了较为丰富的研究成果, 但这些工作都是在证据信息 (BPA函数) 已知的假设前提下开展的, 并没有考虑客观证据源因受外界干扰而无法获取有效证据信息问题.

为解决上述问题, 本文构建了能够从决策专家 (主观证据源) 知识、经验、直觉中逐步提取主观证据信息, 并能够平衡推断成本与推断效果之间矛盾关系的主观证据交互式融合方法.

2 Dempster 组合规则及缺陷分析

证据理论基于同一识别框架通过Dempster组合规则实现对异源BPA函数的合成. 下面在界定有关概念的基础上对其组合规则中存在的缺陷予以分析.

收稿日期: 2010-05-04；**修回日期:** 2010-07-14.

基金项目: 教育部人文社科基金项目(10YJC630218, 10XJA630002)；云南省科技计划项目(2010ZC060)；云南现代化管理与新型工业化研究基地前期研究课题(YNXXJD201101)；昆明理工大学组织行为与复杂行为决策创新团队支持计划项目.

作者简介: 杜元伟(1981−), 男, 博士, 从事信息融合、管理决策的研究；段万春(1956−), 男, 教授, 博士生导师, 从事组织行为学的研究.

定义 1　设决策问题 Q 的所有可能答案为互斥且可穷举的命题 $\theta_l(l=1,2,\cdots,L)$, 其中有且仅有一个命题 θ_* 是 Q 的正确答案, 则称由所有命题构成的样本空间 $\Theta=\{\theta_l|l=1,2,\cdots,L\}$ 为 Q 的识别框架.

定义 2　设由 Θ 的所有子集构成的集合为 2^Θ, Θ 的任意非空子集为 A, A 的可信度为 $m(A)$, 若映射函数 $m:2^\Theta\to[0,1]$ 满足

$$m(\varnothing)=0,\ \sum_{A\subseteq\Theta}m(A)=1, \tag{1}$$

则称其为 Θ 上的 BPA 函数. 特别地, 若 $m(A)>0$, 则称 A 为 Θ 的焦元.

定义 3　设决策专家 E_n 针对决策问题 Q 从识别框架 Θ 上推断出的 BPA 函数为 m_n, E_n 对应的焦元为 $A_{u_n}^{(n)}$, $n=1,2,\cdots,N$, $u_n=1,2,\cdots,U_n$, 则用于融合 $m_1,\cdots,m_N$ 的 Dempster 组合规则可表示为

$$\begin{cases} m(\varnothing)=0, \\ m(A)=\dfrac{1}{1-K}\displaystyle\sum_{\bigcap_{n=1}^{N}A_{u_n}^{(n)}=A}\Big[\prod_{n=1}^{N}m_n(A_{u_n}^{(n)})\Big], \end{cases} \tag{2}$$

其中 $K=\displaystyle\sum_{\bigcap_{n=1}^{N}A_{u_n}^{(n)}=\varnothing}\Big[\prod_{n=1}^{N}m_n(A_{u_n}^{(n)})\Big]$.

由上述定义可知, $m(A)$ 反映了 $m_1,\cdots,m_N$ 对命题 A 的联合支持程度; 系数 $1/(1-K)$ 为归一化因子, 其作用是为避免将非零概率赋给空集. 显然, 当 $K=1$ 时 Dempster 组合规则对 $m_1,\cdots,m_N$ 将无法合成, 而当 $K\to1$ 时常会引发合成悖论.

命题 1　设识别框架为 $\Theta=\{A_1,A_2,A_3\}$, 对应于决策专家 E_1 和 E_2 的 BPA 函数如下:

$$\begin{cases} m_1(A_1)=x,\ m_1(A_2)=1-x,\ m_1(A_3)=0; \\ m_2(A_1)=0,\ m_2(A_2)=1-y,\ m_2(A_3)=y. \end{cases} \tag{3}$$

则当 $x\to1, y\to1$ 时必然产生直觉悖论.

证明　将式 (3) 中 m_1 和 m_2 按照 Dempster 组合规则合成得 $m(A_1)=m(A_3)=0$, $m(A_2)=1$, 其结果与实际情况 ($m_1(A_2)\to0$, $m_2(A_2)\to0$) 明显不符, 故产生直觉悖论. □

3　主观证据提取方法

决策专家是长期从事于某一专业领域相关工作的人员, 他们有能力凭借自己的知识、经验、直觉对决策问题做出推测与判断. 但是, 由于主观认知能力具有局限性, 过度地期望决策专家能够给出完全的、精确的推断信息并不现实. 考虑到人们在进行不确定性推断时往往会问自己类似于这样的问题, 即: "在所有可能的事件 (识别框架) 中哪个 (命题) 或哪几个事件 (命题集合) 最容易发生". 当对事件具有明确认知时, 人们会精确地推断出哪一个才是最易发生 (最可能) 事件, 而当对个别事件或者对所有事件无法明确认知时, 人们往往只能粗略地推断出哪几个事件 (命题集合) 可能发生[9-10]. 为此, 在改进 Beynon 定义的知识矩阵基础上构建主观证据提取方法.

定义 4　设决策专家 E_n 针对决策问题 Q 从识别框架 Θ 中推断出可能发生的命题或命题集合为 $A_{u_n}^{(n)}(u_n=1,2,\cdots,U_n)$, $v_{u_n}^{(n)}$ 为 $A_{u_n}^{(n)}$ 参照于 Θ 的发生可能性估计值, $A_{u_n}^{(n)}\bigcap A_{u'_n}^{(n)}=\varnothing$, $v_{u_n}^{(n)}\neq v_{u'_n}^{(n)}$, 则称

$$V_n=\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & v_1^{(n)} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & v_2^{(n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & v_{U_n}^{(n)} \\ 1/v_1^{(n)} & 1/v_2^{(n)} & \cdots & 1/v_{U_n}^{(n)} & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

为 E_n 对 Q 构造的知识矩阵[2]. 特别地, Beynon 从不确定程度最小的视角推荐采用 9 级标度估计 $v_{u_n}^{(n)}$, 即当 $A_{u_n}^{(n)}$ 相对于 Θ"稍可能"或"极可能"发生时分别令 $v_{u_n}^{(n)}=1$ 和 $v_{u_n}^{(n)}=9$; 当发生可能性位于二者之间时, 则对 $v_{u_n}^{(n)}$ 赋予 $(1,9)$ 区间内的整数. 知识矩阵 V_n 的最大特征值所对应的归一化特征向量即为命题或命题集合 $A_{u_n}^{(n)}(u_n=1,2,\cdots,U_n)$ 的 BPA 函数.

知识矩阵的最大贡献是开启了由主观推断向 BPA 函数转化的思想, 但因其要求决策专家能够一次性明确地识别并评价出互斥命题集合及其发生可能性, 而并不适用于现实中普遍存在的复杂决策问题或者决策专家推断能力有限的情形. 由于决策专家之间相互交流和学习能够促进知识的传递和转移, 有利于逐步深化对决策问题的认识和理解, 因此有理由认为, 随着交互的逐步深入, 决策专家的推测判断信息将会越来越明确 (即信息模糊性将会逐渐降低). 具体地, 设决策专家 E_n 在第 $r-1$ 轮与第 r 轮交互后推断出可能发生的命题集合分别为 $A_{r-1}^{(n)}$ 和 $A_r^{(n)}$, 则二者之间必然存在关系 $A_r^{(n)}\subseteq A_{r-1}^{(n)}$. 更进一步, 第 1 轮识别判断出的命题集合 $A_1^{(n)}$ 及其可能性估计值 $v_1^{(n)}$ 是参照于 Θ (不妨设 $A_0^{(n)}=\Theta$) 推断的, 而第 r 轮识别判断出的 $A_r^{(n)}$ 和 $v_r^{(n)}$ 则是参照 $A_{r-1}^{(n)}$ 推断的, 具体可表示为 $m_n(A_r^{(n)})/m_n(A_{r-1}^{(n)})=v_r^{(n)}$. 为使上述主观判断更符合人们直觉思维推理模式, 推荐对 $v_r^{(n)}$ 的估计采用主观概率标度[11], 即当 $A_r^{(n)}$ 相对于 $A_{r-1}^{(n)}$"不可能"发生或者"一定"发生时分别令 $v_r^{(n)}=0$ 和 $v_r^{(n)}=1$; 当发生可能性位于二者之间时, 则对 $v_r^{(n)}$ 赋予 $(0,1)$ 区间内的数.

定理 1　任意一轮推断出的 $A_r^{(n)}$ 与 Θ 之间、任意两轮推断出的 $A_r^{(n)}$ 与 $A_{r'}^{(n)}$ 之间的可能性估计值必然存在如下关系:

$$\begin{cases} m_n(A_r^{(n)})/m_n(\Theta)=\prod\limits_{r} v_r^{(n)},\ \forall r; \\ m_n(A_r^{(n)})/m_n(A_{r'}^{(n)})=\prod\limits_{r} v_r^{(n)}\Big/\prod\limits_{r'} v_{r'}^{(n)},\ \forall r,r'. \end{cases} \tag{5}$$

证明 由 $\dfrac{m_n(A_r^{(n)})}{m_n(\Theta)}=\prod\limits_{r=1}^{n}\dfrac{m_n(A_r^{(n)})}{m_n(A_{r-1}^{(n)})}$ 即可证得. □

与 Beynon 静态地参照于 Θ 构造知识矩阵不同, 基于式 (5) 的关系提出了能够有效反映交互推断过程的动态知识矩阵定义. 另外, 虽然 Beynon 提出的知识矩阵无法描述动态交互过程, 但本文所构建的动态知识矩阵在重新进行交互之前亦可视为是静态的 (特别是最后一轮交互后动态知识矩阵将不再改变), 因此可以遵循 Beynon 的转化思想实现动态知识矩阵向 BPA 函数的转化, 即 $V_r^{(n)}$ 的归一化特征向量为命题集合 $A_1^{(n)},\cdots,A_r^{(n)}$ 的 BPA 函数, 并在此基础上给出 BPA 函数的推断定理.

定义 5 设经过 r 轮交互后决策专家 E_n 针对决策问题 Q 推断出可能发生的命题集合及其可能性估计值依次为 $A_{r'}^{(n)}$ 和 $v_{r'}^{(n)}$, $r'=1,2,\cdots,r$, 则称

$$V_r^{(n)}=\begin{bmatrix} 1 & \boxed{\prod\limits_{r'=r}^{r} v_{r'}^{(n)}} & \cdots & \prod\limits_{r'=2}^{r} v_{r'}^{(n)} & \prod\limits_{r'=1}^{r} v_{r'}^{(n)} \\ \prod\limits_{r'=r}^{r}\dfrac{1}{v_{r'}^{(n)}} & 1 & \cdots & \prod\limits_{r'=2}^{r-1} v_{r'}^{(n)} & \prod\limits_{r'=1}^{r-1} v_{r'}^{(n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \prod\limits_{r'=2}^{r}\dfrac{1}{v_{r'}^{(n)}} & \prod\limits_{r'=2}^{r-1}\dfrac{1}{v_{r'}^{(n)}} & \cdots & 1 & \boxed{\prod\limits_{r'=1}^{1} v_{r'}^{(n)}} \\ \prod\limits_{r'=1}^{r}\dfrac{1}{v_{r'}^{(n)}} & \prod\limits_{r'=1}^{r-1}\dfrac{1}{v_{r'}^{(n)}} & \cdots & \prod\limits_{r'=1}^{1}\dfrac{1}{v_{r'}^{(n)}} & 1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

为 E_n 对 Q 构造的动态知识矩阵. 显然, 矩阵中各项元素可由次对角线上 $A_1^{(n)},\cdots,A_r^{(n)}$ 的可能性估计值 (半方框标记部分) 按照定理 1 计算生成.

定理 2 设 $V_r^{(n)}$ 为决策专家 E_n 对命题集合 $A_1^{(n)},\cdots,A_r^{(n)}$ 所构造的动态知识矩阵, 则与 E_n 对应的 BPA 函数必为

$$\begin{cases} m_n(A_{r'}^{(n)})=\prod\limits_{r''=1}^{r'} v_{r''}^{(n)}\Big/\Big(1+\sum\limits_{r'=1}^{r}\prod\limits_{r''=1}^{r'} v_{r''}^{(n)}\Big),\ \forall r'; \\ m_n(\varnothing)=0;\ m_n(\Theta)=1\Big/\Big(1+\sum\limits_{r'=1}^{r}\prod\limits_{r''=1}^{r'} v_{r''}^{(n)}\Big). \end{cases} \tag{7}$$

证明 BPA 函数的推断实际上是对 $V_r^{(n)}$ 归一化特征向量的求解[2]. 设 $V_r^{(n)}$ 的特征值与所对应的归一化特征向量分别为 λ 和 $X=(x_1,\cdots,x_{r+1})$, X^{T} 为 X 的转置, 则由特征向量性质可知 $V_r^{(n)}X^{\mathrm{T}}=\lambda X^{\mathrm{T}}$. 构造如下所示的 $r+1$ 维方阵:

$$O=\begin{bmatrix} 1 & \prod\limits_{r'=r}^{r} v_{r'}^{(n)} & \cdots & \prod\limits_{r'=2}^{r} v_{r'}^{(n)} & \prod\limits_{r'=1}^{r} v_{r'}^{(n)} \\ 1 & \prod\limits_{r'=r}^{r} v_{r'}^{(n)} & \cdots & \prod\limits_{r'=2}^{r} v_{r'}^{(n)} & \prod\limits_{r'=1}^{r} v_{r'}^{(n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \prod\limits_{r'=r}^{r} v_{r'}^{(n)} & \cdots & \prod\limits_{r'=2}^{r} v_{r'}^{(n)} & \prod\limits_{r'=1}^{r} v_{r'}^{(n)} \end{bmatrix}, \tag{8}$$

则必有 $OV_r^{(n)}X^{\mathrm{T}}=O\lambda X^{\mathrm{T}}$. 对其整理后得

$$\begin{cases} r\Big(x_1+x_2\prod\limits_{r'=r}^{r} v_{r'}^{(n)}+\cdots+x_{r+1}\prod\limits_{r'=1}^{r} v_{r'}^{(n)}\Big)=\lambda x_1, \\ r\Big(x_1+x_2\prod\limits_{r'=r}^{r} v_{r'}^{(n)}+\cdots+x_{r+1}\prod\limits_{r'=1}^{r} v_{r'}^{(n)}\Big)= \\ \lambda x_2\prod\limits_{r'=r}^{r} v_{r'}^{(n)}, \\ \quad\vdots \\ r\Big(x_1+x_2\prod\limits_{r'=r}^{r} v_{r'}^{(n)}+\cdots+x_{r+1}\prod\limits_{r'=1}^{r} v_{r'}^{(n)}\Big)= \\ \lambda x_{r+1}\prod\limits_{r'=1}^{r} v_{r'}^{(n)}. \end{cases} \tag{9}$$

由于式 (9) 中各方程式相互等价, 可以推知 $x_1=x_2\prod\limits_{r'=r}^{r} v_{r'}^{(n)}=\cdots=x_{r+1}\prod\limits_{r'=1}^{r} v_{r'}^{(n)}$, 再结合归一化约束 $\sum\limits_{r'=1}^{r+1} x_{r'}=1$, 即可推得式(7)的关系. □

4 主观证据交互式融合方法

决策专家之间的交互不但有利于深化对决策问题的理解, 而且有利于克服个体认知偏差, 逐步得到趋于一致的推测判断信息. 然而, 受现实中诸如时间、费用、精力等推断成本的限制, 往往不允许决策专家通过无限次地交互获取绝对一致 (无冲突) 的推断信息, 而常用的方式是要求他们在对几个研讨问题进行交互后即开展推理判断[12]. 当证据之间存在高度冲突时 Dempster 组合规则经常会引发合成悖论 (如命题 1), 因此在交互冲突不可避免的情况下如何平衡推断成本与推断效果之间的矛盾关系尤为重要. 考虑到冲突因子 K 可以刻画决策专家推断信息之间的冲突程度, 为此通过对 K 设置阈值的方法构造能够平衡上述矛盾关系的交互融合过程, 见图 1. 具体步骤如下:

Step 1: 设置研讨问题与冲突阈值. 根据决策专家的知识结构和推断问题的具体类型设置研讨问题集合为 $\{H_r|r=1,2,\cdots,R\}$, 并结合对推断结果的精度要求或对推断过程的成本限制设置冲突阈值 K_0.

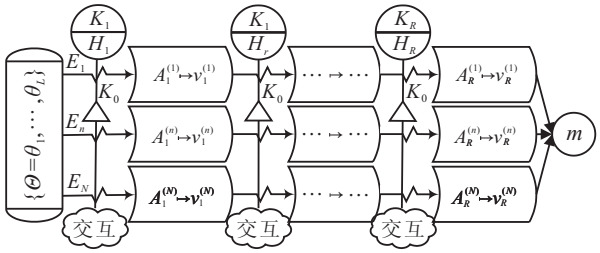

图 1　交互融合过程示意图

Step 2: 令$r=1$.

Step 3: 研讨问题交互. 首先决策专家以 H_r 为研讨主题进行交互式讨论学习; 然后独立地、慎重地推断并评价可能发生的命题集合 $A_r^{(n)}$ 及其可能性程度 $v_r^{(n)}$; 最后按照定义 5 构造该轮的动态知识矩阵 $V_r^{(n)}$ $(n=1,2,\cdots,N)$. 特别地, $A_r^{(n)}$ 是在 $A_{r-1}^{(n)}$ 的基础上推断的, 必有 $A_r^{(n)}\subseteq A_{r-1}^{(n)}$.

Step 4: 冲突检验与修正. 按照定理 2 计算与 $V_r^{(n)}$ 对应的 BPA 函数 m_n $(\forall r)$, 并由式 (2) 计算该轮所有决策专家推断信息之间的冲突因子 K_r. 若 $K_r\leqslant K_0$, 则推断信息有效, 此时若 $r<R$, 则令 $r=r+1$ 并转 Step 3; 若 $r=R$, 则转 Step 5; 若 $K_r>K_0$, 则推断信息无效, 需对其调整修正, 直至 $K_r\leqslant K_0$ 为止.

Step 5: 主观证据融合. 基于所有决策专家的 BPA 函数信息 $(m_1,\cdots,m_N)$, 利用 Dempster 组合规则 (式 (2)) 进行主观证据融合. 需要说明的是, 由于证据高度冲突的问题已通过交互和修正予以消除, 融合结果 m 将不会引发合成悖论问题.

5　数值模拟分析

为验证本文方法的有效性与可行性, 引入以下两个数值模拟例子.

例 1　设 $\Theta=\{\Theta_l|l=1,2,\cdots,6\}$ 为决策问题 Q 的识别框架, m_n $(n=1,2,3)$ 为对应于决策专家 E_n 的 BPA 函数, 研讨问题为 $\{H_r|r=1,2\}$, 冲突阈值 $K_0=0.1$. 决策专家首先分别针对研讨问题 H_1 和 H_2 进行交互后独立地推断可能发生的命题集合及可能性程度; 然后将上述推断信息按照定义 5 构造动态知识矩阵, 在此基础上按照定理 2 计算相应的 BPA 函数; 最后由式 (2) 计算各轮所有主观证据信息的冲突因子, 见表 1. 其中: ●和○分别表示行对应的命题集合中包括或不包括列对应的命题.

如表 1 所示, 首次针对研讨问题 H_1 推断的命题集合及可能性程度信息 (表 1 中第 3～第 5 行), 因其对应的冲突因子 $K_1=0.183>K_0$, 所以推断信息无效, 故将其修正后得到表 1 中第 6～第 8 行信息, 并计算其冲突因子 $K_1=0<K_0$, 此时推断信息有效. 针对研讨问题 H_2 所推断的信息 (表中第 9～第 11 行), 因其对应的冲突因子 $K_2=0<K_0$, 所以推断信息有效. 基于表 1 中信息构建的对应于各决策专家的动态知识矩阵如表 2 所示, 融合后的 BPA 函数信息如下所示:

表 1　决策专家推断信息

命题集合	命题 θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	$v_r^{(n)}$	K
$A_1^{(1)}$	●	●	●	○	○	○	0.7	
$A_1^{(2)}$	○	○	○	●	●	●	0.8	0.18
$A_1^{(3)}$	○	●	●	●	●	○	0.9	
$A_1^{(1)}$	●	●	●	●	●	○	0.8	
$A_1^{(2)}$	○	○	●	●	●	●	0.9	0.00
$A_1^{(3)}$	○	●	●	●	●	○	0.9	
$A_2^{(1)}$	○	○	●	●	●	○	0.9	
$A_2^{(2)}$	○	○	●	●	○	○	0.6	0.00
$A_2^{(3)}$	○	○	○	●	●	○	0.8	

表 2　决策专家动态知识矩阵

$V_2^{(1)}$	$V_2^{(2)}$	$V_2^{(3)}$
$\begin{bmatrix}1.00,0.90,0.72\\1.11,1.00,0.80\\1.39,1.25,1.00\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1.00,0.60,0.54\\1.67,1.00,0.90\\1.85,1.11,1.00\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1.00,0.80,0.72\\1.25,1.00,0.90\\1.39,1.11,1.00\end{bmatrix}$

$$\begin{cases}m\{\Theta_4\}=0.127,\ m\{\theta_4,\ \theta_5\}=0.217,\\ m\{\theta_3,\theta_4\}=0.242,\ m\{\theta_3-\theta_5\}=0.197,\\ m\{\theta_2-\theta_5\}=0.077,\ m\{\theta_3-\theta_6\}=0.034,\\ m\{\theta_1-\theta_5\}=0.045,\ m\{\Theta\}=0.061.\end{cases}\tag{10}$$

例 2　设决策问题 Q 的识别框架为 $\Theta=\{\Theta_l|l=1,2,\cdots,1\,000\}$, 且 θ_l 依次均匀地分布于圆平面内; 决策专家为 E_1 和 E_2, 研讨问题为 $\{H_r|r=1,2,3\}$, 冲突阈值 $K_0=0.1$. 不妨设决策专家针对各个研讨问题进行交互后推断出的可能发生命题集合及可能性程度如图 2 所示 (显然 $K_r=0\leqslant K_0$, $\forall r$; 两种阴影覆盖部分分别表示 E_1 和 E_2 推断的可能发生的命题集合), 则由定义 5 和定理 2 得到的动态知识矩阵如表 3 所示, 融合后的 BPA 函数如下所示:

$$\begin{cases}m\{\theta_{251}-\theta_{750}\}=0.13,\ m\{\theta_{500}-\theta_{750}\}=0.10,\\ m\{\theta_{626}-\theta_{750}\}=0.38,\ m\{\theta_1-\theta_{750}\}=0.06,\\ m\{\theta_{251}-\theta_{1000}\}=0.05,\ m\{\theta_{501}-\theta_{1000}\}=0.08,\\ m\{\theta_{626}-\theta_{1000}\}=0.09,\ m\{\Theta\}=0.11.\end{cases}\tag{11}$$

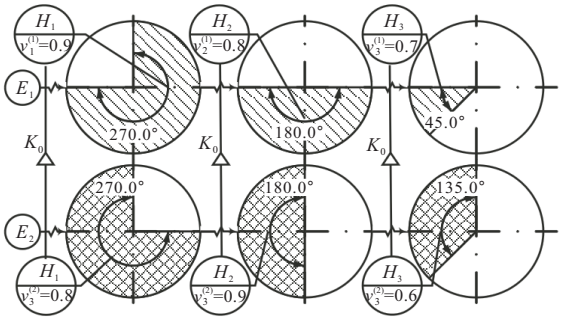

图 2　交互融合过程信息示意图

表 3 决策专家动态知识矩阵

$V_3^{(1)}$	$V_3^{(2)}$
$\begin{bmatrix} 1.00, 0.70, 0.56, 0.50 \\ 1.43, 1.00, 0.80, 0.72 \\ 1.79, 1.25, 1.00, 0.90 \\ 1.98, 1.39, 1.11, 1.00 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.00, 0.60, 0.54, 0.43 \\ 1.67, 1.00, 0.90, 0.72 \\ 1.85, 1.11, 1.00, 0.80 \\ 2.31, 1.39, 1.25, 1.00 \end{bmatrix}$

从上述推理过程可以看出, 只要决策专家针对研讨问题逐步推断出可能发生的命题集合及可能性程度, 本文方法就能够将其转化为主观证据 BPA 函数, 从而可以借助冲突因子实现推断信息有效性判断, 并利用 Dempster 组合规则开展主观证据融合. 需要强调的是: 1) 虽然 Beynon 方法可获取主观证据 BPA 函数信息, 但它并不能对推断评价信息进行有效性检验, 更无法反映推断评价信息的逐步完善过程; 倘若将 Beynon 方法应用于本文模拟数值例子, 则其至多仅能基于无效的推断信息 (如表 1 中第 3～第 5行) 开展证据融合, 无法保证其融合结果的有效性和精确性. 2) 本文仅简单地以分布具有一定规律性的数值例子对识别框架中含有 1 000 个命题的证据融合问题进行粗略 (粗精度) 模拟. 在实际应用中, 外界环境的复杂性和决策问题的重要性可能导致不仅识别框架中命题数量庞大而且对融合结果精度要求也较高. 在这种情况下, 本文方法因含有交互机制可以逐步获取有效的 BPA 函数信息而表现出更大的优越性. 由此可见, 本文提出的主观证据交互式提取及融合方法不仅是有效的, 而且是可行的.

6 结 论

针对现有研究并未考虑客观证据源因受外界干扰而无法获取有效证据信息的问题, 本文首先基于动态知识矩阵构建了能够从决策专家知识、经验、直觉中逐步获得主观证据信息的提取方法; 然后遵循 Beynon 提出的转化思想给出了由主观推断动态知识矩阵向 BPA 函数转化的推断定理, 并通过设置冲突因子阈值构造了能够平衡推断成本与推断效果之间矛盾关系的主观证据交互式融合方法; 最后通过两个数值模拟例子验证了本文方法的有效性和可行性. 值得指出的是, 本文方法不仅能够对所提取的主观证据信息进行有效性检验和修正, 而且还适用于解决识别框架中命题数量众多且对融合结果精度要求较高的主观证据推断问题, 因此本文方法相对于同类方法具有明显的优势.

参考文献(References)

[1] Limbourg P, De Rocquigny E. Uncertainty analysis using evidence theory - confronting level-1 and level-2 approaches with data availability and computational constraints[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2010, 95(5): 550-564.

[2] Beynon M J. Understanding local ignorance and non-specificity within the DS/AHP method of multi-criteria decision making[J]. European J of Operational Research, 2005, 163(2): 403-417.

[3] Jousselme A, Grenier D Bossé. A new distance between two bodies of evidence[J]. Information Fusion, 2001, 2(2): 91-101.

[4] Yong D, Wenkang S, Zhenfu Z, et al. Combining belief functions based on distance of evidence[J]. Decision Support Systems, 2004, 38(3): 489-493.

[5] 白剑林, 王煜. 一种解决D-S理论证据冲突的有效方法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(9): 2106-2109.
(Bai J L, Wang Y. Efficient combination approach to conflict evidence for D-S theory[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(9): 2106-2109.)

[6] 蒋雯, 彭进业, 邓勇. 一种新的证据冲突表示方法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(3): 562-565.
(Jiang W, Peng J Y, Deng Y. New representation method of evidential conflict[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(3): 562-565.)

[7] 孙钦清, 廉飞宇, 张元. 一种新的处理冲突证据的方法[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(35): 101-103.
(Sun Q Q, Lian F Y, Zhang Y. New approach for solving conflict evidence[J]. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(35): 101-103.)

[8] 刘海燕, 赵宗贵, 刘熹. D-S证据理论中冲突证据的合成方法[J]. 电子科技大学学报, 2008, 37(5): 701-704.
(Liu H Y, Zhao Z G, Liu X. Combination of conflict evidences in D-S theory[J]. J of University of Electronic Science and Technology of China, 2008, 37(5): 701-704.)

[9] Gensch D H, Soofi E S. Information-theoretic estimation of individual consideration set[J]. Int J of Research in Marketing, 1995, 12(1): 25-38.

[10] Saaty T L. Time dependent decision-making; dynamic priorities in the AHP/ANP: Generalizing from points to functions and from real to complex variables[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2007, 46(7/8): 860-891.

[11] Karni E. Unknowable states and choice-based definitions of subjective probabilities[J]. Economics Letters, 2008, 99(3): 534-536.

[12] Li D F. An approach to fuzzy multiattribute decision making under uncertainty[J]. Information Sciences, 2005, 169(1/2): 97-112.