

文章编号: 1001-0920(2011)06-0916-05

基于LS-SVM的一类非线性系统直接自适应 H_∞ 输出反馈控制

谢春利^{1,2a}, 邵 诚¹, 赵丹丹^{2b}

(1. 大连理工大学 电信学院, 辽宁 大连 116024; 2. 大连民族学院
a. 机电信息工程学院, b. 计算机科学与工程学院, 辽宁 大连 116600)

摘 要: 针对一类状态不可测的单输入单输出非线性不确定系统, 提出了一种基于最小二乘支持向量机 (LS-SVM) 的直接自适应 H_∞ 输出反馈控制方法. 该方法首先设计一种误差观测器, 间接地估计出系统的状态; 然后利用 LS-SVM 构造自适应控制器, 并给出了 LS-SVM 权向量和偏移值的在线学习规则. 通过引入 H_∞ 控制器减弱外部干扰及 LS-SVM 近似误差对输出误差的影响, 利用李亚普诺夫理论证明了整个闭环系统的稳定性. 仿真研究表明了该控制方案的可行性和有效性.

关键词: 最小二乘支持向量机; 非线性系统; 自适应控制; H_∞ 控制; 反馈控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Direct adaptive H_∞ output feedback control for a class of nonlinear systems based on LS-SVM

XIE Chun-li^{1,2a}, SHAO Cheng¹, ZHAO Dan-dan^{2b}

(1. School of Electronic and Information Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2a. College of Electromechanical and Information Engineering, 2b. School of Computer Science and Engineering, Dalian Nationalities University, Dalian 116600, China. Correspondent: XIE Chun-li, E-mail: chunlix@dlnu.edu.cn)

Abstract: This paper presents a design scheme of least squares support vector machines (LS-SVM) based direct adaptive H_∞ output feedback control for a class of nonlinear uncertain systems whose state variables are not available. Firstly, a class of error observer is designed to estimate the system states indirectly. Then the adaptive output feedback controller is constructed by using LS-SVM, and an on-line learning rule for the weigh vector and bias is derived. H_∞ control is used to attenuate the effect on the tracking error caused by LS-SVM approximation errors and external disturbance. Lyapunov theory is used to prove the stability of the close-loop system. Finally, numerical simulations show the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: least squares support vector machines; nonlinear systems; adaptive control; H_∞ control; feedback control

1 引 言

最小二乘支持向量机 (LS-SVM) 是近年来机器学习领域的重要成果之一, 其训练过程遵循结构风险最小化原则, 结构参数在训练过程中根据样本数据自动确定, 不易发生过拟合现象. 它将支持向量机 (SVM) 的学习问题转化为求解线性方程组问题, 不存在局部极小值问题. 因此, LS-SVM 在非线性的建模和控制中得到了较多成功的应用^[1-7]. 在许多实际系统中, 状态变量往往不能或难以全部测量, 因此, 基于观测器的控制十分重要^[8-9]. 外部干扰会导致

控制系统性能下降, 甚至出现不稳定, H_∞ 控制是解决这一问题的有力工具^[9-12]. 文献 [9-10] 研究了基于模糊系统的非线性系统自适应 H_∞ 控制, 文献 [11-12] 研究了基于神经网络的非线性系统自适应 H_∞ 控制. 但是, 模糊系统和神经网络应用中一个有待解决的重要问题是算法复杂、学习速度过慢. 此外, 基于经验风险最小化准则的神经网络学习方法存在泛化能力较差、局部最小值、过学习等问题. 而基于结构风险最小化准则基本思想的 LS-SVM 解决了模糊系统和神经网络存在的上述问题.

收稿日期: 2010-04-29; 修回日期: 2010-11-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074020); 国家 973 计划项目(2007CB714006); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(DC10040101).

作者简介: 谢春利(1972—), 男, 讲师, 博士生, 从事非线性系统、鲁棒自适应控制理论与方法的研究; 邵诚(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业过程建模与集成优化控制等研究.

本文针对一类状态不可测的非线性系统, 利用LS-SVM非线性函数逼近方法和 H_∞ 控制理论, 提出一种基于观测器的直接自适应输出反馈控制方法. 该方法首先设计一个误差观测器, 间接地估计出系统的状态; 然后利用LS-SVM构建自适应控制器, 将LS-SVM逼近误差和外界干扰作为复合干扰来处理. 所设计的控制器不仅能够保证闭环系统渐近稳定, 而且通过引入 H_∞ 控制使跟踪误差满足给定的性能指标. 对非线性不确定系统的仿真研究表明了该方法的有效性和可行性.

2 问题描述

考虑如下非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + bu + d, \\ y &= x. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: f 为未知的连续函数, $b > 0$ 为未知常数, d 为外界干扰, $u \in R$ 和 $y \in R$ 分别为系统的输入和输出. 设 $\mathbf{x} = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in R^n$ 为系统的状态向量, 并假设它不是完全可测的. 系统(1)等价于

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(f(\mathbf{x}) + bu + d), \\ y &= \mathbf{C}^T \mathbf{x}. \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

假设 y_m 是有界的参考信号, 具有 $1 \sim n-1$ 阶导数, 定义跟踪误差 $e = y_m - y$, $\hat{\mathbf{x}}$ 是 \mathbf{x} 的估计. 引入记号

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_m &= [y_m, \dot{y}_m, \dots, y_m^{(n-1)}]^T, \\ \mathbf{e} &= \mathbf{y}_m - \mathbf{x} = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T, \\ \hat{\mathbf{e}} &= \mathbf{y}_m - \hat{\mathbf{x}} = [\hat{e}, \dot{\hat{e}}, \dots, \hat{e}^{(n-1)}]^T, \\ \tilde{\mathbf{e}} &= \mathbf{e} - \hat{\mathbf{e}}. \end{aligned}$$

控制目标是在系统状态不可测的条件下, 利用 $e = y_m - y$ 和状态的估计 $\hat{\mathbf{x}}$ 设计基于LS-SVM的直接自适应 H_∞ 输出反馈控制, 使得满足下列条件:

- 1) 闭环系统中所涉及的变量有界.
- 2) 对于给定的抑制水平 $\rho > 0$, 存在

$$\int_0^T \mathbf{E}^T \mathbf{Q} \mathbf{E} \leq \mathbf{E}^T(0) \mathbf{P} \mathbf{E}(0) + \frac{1}{\eta} \tilde{\mathbf{W}}^T(0) \tilde{\mathbf{W}}(0) + \rho^2 \int_0^T \omega^2 dt. \quad (3)$$

其中: $T \in [0, \infty)$, $\omega \in L_2[0, T]$ 是外界干扰及LS-SVM近似误差组成的复合干扰; $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T \geq 0$, $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T \geq 0$; \mathbf{W} 是LS-SVM的参数向量, $\tilde{\mathbf{W}}$ 是参数的误差向量, $\mathbf{E}^T = [\hat{\mathbf{e}}^T, \tilde{\mathbf{e}}^T]$.

3 基于LS-SVM的自适应 H_∞ 输出反馈控制器设计与稳定性分析

3.1 LS-SVM简介

Suykens^[1]提出的LS-SVM是通过将最小二乘线性系统引入支持向量机, 代替传统的支持向量采用二次规划方法解决分类和函数估计问题. 用于函数估计的LS-SVM算法推导如下:

设样本为 n 维向量, 则 N 个样本组成的样本集表示为 $D = \{(\mathbf{x}_k, y_k) | k = 1, 2, \dots, N\}$. 其中: $\mathbf{x}_k \in R^n$ 为输入数据, $y_k \in R$ 为输出数据. 在权 \mathbf{w} 空间中的函数估计问题描述如下:

$$\begin{aligned} \min J(\mathbf{w}, \mathbf{e}) &= \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \frac{1}{2} \gamma \sum_{k=1}^N e_k^2; \\ \text{s.t. } y_k &= \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_k) + b + e_k, \quad k = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (4)$$

其中: J 为优化目标函数, $\phi(\cdot) : R^n \rightarrow R^{n_h}$ 为核空间映射函数, $\mathbf{w} \in R^{n_h}$ 为权矢量, $e_k \in R$ 为不敏感损失函数的松弛因子, $b \in R$ 为偏移量, $\gamma \in R$ 为正则化参数. 根据式(4), 可定义拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(\mathbf{w}, b, \mathbf{e}; \alpha) &= \\ J(\mathbf{w}, \mathbf{e}) - \sum_{k=1}^N \alpha_k \{ \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_k) + b + e_k - y_k \}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中拉格朗日乘子 $\alpha_k \in R$. 通过 L 对 \mathbf{w} , b , e_k 和 α_k 求偏导数等于零, 可得

$$\mathbf{w} = \sum_{k=1}^N \alpha_k \phi(\mathbf{x}_k), \quad (6)$$

$$\alpha_k = \gamma e_k, \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k = 0, \quad (8)$$

$$\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_k) + b + e_k - y_k = 0. \quad (9)$$

消除变量 \mathbf{w} 和 e_k , 可得此优化问题的解析解为

$$\begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}^T \\ \mathbf{1} & \Omega + \gamma^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

其中: $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T \in R^N$; $\mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T \in R^N$; $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T \in R^N$; $\mathbf{I} \in R^{N \times N}$ 为单位矩阵; $\Omega \in R^{N \times N}$ 为方阵, 其第 k 行第 l 列的元素为

$$\Omega_{kl} = K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) = \phi(\mathbf{x}_k)^T \phi(\mathbf{x}_l), \quad \forall k, l = 1, 2, \dots, N;$$

$K(\cdot, \cdot)$ 为核函数, 是满足Mercer^[13]条件的任意对称函数. 常用的核函数有: 线性核函数 $K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) = \mathbf{x}_k \mathbf{x}_l$; 多项式核函数 $K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) = (\mathbf{x}_k \mathbf{x}_l + 1)^d$; 高斯径向基核函数(RBF) $K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) = \exp(-\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_l\|^2 / 2\sigma^2)$. 其中: d 为多项式的阶次, σ 为核宽度. 本文综合考虑逼近精度和计算效率, 选取高斯RBF核函数.

通过式(9)求解 α 和 b , 进一步求出 \mathbf{w} . LS-SVM的函数估计为

$$y(x) = \sum_{k=1}^N \alpha_k K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) + b. \quad (11)$$

为了提高函数的逼近性能,可以采用交叉验证方法调整正则化参数 γ 和核参数 σ .

3.2 基于 LS-SVM 的自适应 H_∞ 输出反馈控制

如果系统的状态变量 \mathbf{x} 不可测,则设计基于 LS-SVM 的直接自适应控制器为

$$u = \hat{u}(\hat{\mathbf{x}}|\mathbf{W}) - u_a - u_s. \quad (12)$$

其中: u_a 为 H_∞ 鲁棒控制项; u_s 为跟踪误差估计反馈控制; $\hat{u}(\hat{\mathbf{x}}|\mathbf{W}) = \mathbf{W}^T \beta(\hat{\mathbf{x}})$ 是 LS-SVM 系统,用来近似如下基于观测器的控制器:

$$u^*(\mathbf{x}) = \frac{1}{b} [-f(\mathbf{x}) + y_m^{(n)} + \mathbf{K}_c^T \hat{\mathbf{e}}], \quad (13)$$

$\mathbf{K}_c^T = [k_n^c, k_{n-1}^c, \dots, k_1^c]$ 是反馈增益. 因为 (\mathbf{A}, \mathbf{B}) 是可控的,可以选择 \mathbf{K}_c 使得 $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_c^T$ 是稳定的矩阵.

将式 (12) 代入 (1), 得到

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}^{(n)} = & f(\mathbf{x}) + b[\hat{u}(\hat{\mathbf{x}}|\mathbf{W}) - u_a - u_s] - bu^* + bu^* + d = \\ & y_m^{(n)} + \mathbf{K}_c^T \hat{\mathbf{e}} - bu_a - bu_s + b[\hat{u}(\hat{\mathbf{x}}|\mathbf{W}) - u^*(\mathbf{x})] + d. \end{aligned} \quad (14)$$

将式 (14) 写成状态空间形式为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}\mathbf{e} - \mathbf{B}\mathbf{K}_c^T \hat{\mathbf{e}} + \mathbf{B}b[u_a + u_s + u^*(\mathbf{x}) - \hat{u}(\hat{\mathbf{x}}|\mathbf{W})] - \mathbf{B}d, \\ \mathbf{e} = \mathbf{C}^T \hat{\mathbf{e}}. \end{aligned} \quad (15)$$

设计跟踪误差的观测器为

$$\dot{\hat{\mathbf{e}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{e}} - \mathbf{B}\mathbf{K}_c^T \hat{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_0(\mathbf{e} - \hat{\mathbf{e}}), \quad \hat{\mathbf{e}} = \mathbf{C}^T \hat{\mathbf{e}}, \quad (16)$$

其中 $\mathbf{K}_0^T = [k_1^0, k_2^0, \dots, k_n^0]$ 是观测器增益矩阵. 由于 (\mathbf{C}, \mathbf{A}) 是可观测的,可以选择 \mathbf{K}_0 使得 $\mathbf{A} - \mathbf{K}_0\mathbf{C}^T$ 是稳定的矩阵.

由式 (15) 和 (16), 得到

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{e}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}_0\mathbf{C}^T)\tilde{\mathbf{e}} + \mathbf{B}b[u_a + u_s + u^*(\mathbf{x}) - \\ \hat{u}(\hat{\mathbf{x}}|\mathbf{W})] - \mathbf{B}d, \\ \tilde{\mathbf{e}} = \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{e}}. \end{aligned} \quad (17)$$

用于近似未知非线性函数的自适应 LS-SVM 的结构如图 1 所示. 图 1 中, $\mathbf{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ 为输入向量. 隐含层的节点数为 $N+1$, 其中第 1 个节点定义为隐含层的偏差, 由式 (10) 可知其值为 1. $\mathbf{x}_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 为支持向量, $w_j (j = 1, 2, \dots, N, N+1)$ 为隐含层至输出层的权值, $w_1 = b, w_j = \alpha_{j-1} (j = 2, 3, \dots, N, N+1)$. LS-SVM 的输入输出关系为

$$y(\mathbf{x}|\mathbf{W}) = \mathbf{W}^T \beta(\mathbf{x}). \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{W} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{N+1}]^T, \\ \beta(\mathbf{x}) = [1, K(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}), \dots, K(\mathbf{x}_N, \mathbf{x})]^T. \end{aligned}$$

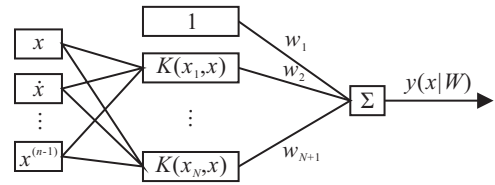


图 1 最小二乘支持向量机结构

设计任务是寻找控制器 $\hat{u}(\hat{\mathbf{x}}|\mathbf{W})$, u_a , u_s 和自适应律 \mathbf{W} , 以实现控制目标 (3). 首先定义参数向量 \mathbf{W} 的最优参数为

$$\mathbf{W}^* = \arg \min_{\mathbf{W} \in \Omega} \left\{ \sup_{\mathbf{x} \in U_1, \hat{\mathbf{x}} \in U_2} |u^*(\mathbf{x}) - u(\hat{\mathbf{x}}|\mathbf{W})| \right\}, \quad (19)$$

其中 U_1, U_2 和 Ω 是有界闭集, 具体定义为

$$U_1 = \{\mathbf{x} \in R^n : \|\mathbf{x}\| \leq M_1\},$$

$$U_2 = \{\hat{\mathbf{x}} \in R^n : \|\hat{\mathbf{x}}\| \leq M_2\},$$

$$\Omega = \{\mathbf{W} \in R^{N+1} : \|\mathbf{W}\| \leq M\},$$

M_1, M_2 和 M 是给定的设计参数.

定义最小近似误差

$$\omega_1 = u^*(\mathbf{x}) - \hat{u}(\hat{\mathbf{x}}|\mathbf{W}^*). \quad (20)$$

将 $\hat{u}(\hat{\mathbf{x}}|\mathbf{W}) = \mathbf{W}^T \beta(\hat{\mathbf{x}})$ 代入式 (17) 得到

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{e}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}_0\mathbf{C}^T)\tilde{\mathbf{e}} + \mathbf{B}b[\tilde{\mathbf{W}}^T \beta(\hat{\mathbf{x}}) + u_a + u_s + \omega], \\ \tilde{\mathbf{e}} = \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{e}}. \end{aligned} \quad (21)$$

其中: $\omega = \omega_1 - d/b, \tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W}^* - \mathbf{W}$.

假设 \mathbf{P}_1 和 \mathbf{P}_2 是满足如下矩阵方程的正定解:

$$(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_c^T)^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_c^T) = -\mathbf{Q}_1, \quad (22)$$

$$(\mathbf{A} - \mathbf{K}_0\mathbf{C}^T)^T \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_2 (\mathbf{A} - \mathbf{K}_0\mathbf{C}^T) -$$

$$\mathbf{P}_2 \mathbf{B} \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{\rho^2} \right) \mathbf{B}^T \mathbf{P}_2 = -b\mathbf{Q}_2,$$

$$\mathbf{P}_2 \mathbf{B} = \mathbf{C}. \quad (23)$$

其中: \mathbf{Q}_1 和 \mathbf{Q}_2 是预先给定的半正定矩阵, $r \leq 2\rho^2$. 由于 (\mathbf{A}, \mathbf{B}) 是可控的, (\mathbf{C}, \mathbf{A}) 是可观测的, 可以选择反馈增益向量 \mathbf{K}_c 和观测器增益向量 \mathbf{K}_0 满足 $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_c^T, \mathbf{A} - \mathbf{K}_0\mathbf{C}^T$ 的特征多项式的根在左半平面, 根据 Lyapunov 稳定性定理, 可以确定一定存在正定矩阵 $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2$ 满足式 (22) 和 (23).

注意到 $\tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{B} = \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{e}} = \tilde{e}, \tilde{e} = y_m - y - \hat{e}$ 是可以利用的, 所以, 设计 u_a, u_s 和参数向量 \mathbf{W} 的自适应律分别为

$$u_a = -\frac{1}{r} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_2 \tilde{\mathbf{e}} = -\frac{1}{r} \tilde{e}, \quad (24)$$

$$u_s = -\mathbf{K}_0^T \mathbf{P}_1 \tilde{\mathbf{e}}, \quad (25)$$

$$\dot{\mathbf{W}} = \eta \tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{B} \beta(\hat{\mathbf{x}}) = \eta \tilde{e} \beta(\hat{\mathbf{x}}), \quad (26)$$

其中 $\eta > 0$ 为学习律.

定理 1 对于非线性系统 (1), 假设 $\int_0^\infty |\omega|^2 dt < \infty$, 如果采用基于 LS-SVM 的自适应控制器 (12), u_a 取为式 (24), u_s 取为式 (25), 参数向量 \mathbf{W} 自适应律取

为式(26), 则整个自适应 H_∞ 输出反馈控制方案具有下列性质:

1) $\hat{x}, \mathbf{x}, \hat{e}, \mathbf{e}, \mathbf{u} \in L_\infty, \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e} = 0$.

2) 对于预先给定的抑制水平 ρ , 能够取得 H_∞ 跟踪性能(3).

证明 选取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} \hat{e}^T \mathbf{P}_1 \hat{e} + \frac{1}{2b} \tilde{e}^T \mathbf{P}_2 \tilde{e} + \frac{1}{2\eta} \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}}. \quad (27)$$

求 V 对时间的导数, 并由式(16), (21) 和 $\dot{\tilde{\mathbf{W}}} = -\dot{\tilde{\mathbf{W}}}$ 得到

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \hat{e}^T [(A - \mathbf{BK}_c^T)^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 (A - \mathbf{BK}_c^T)] + \\ & \hat{e}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{K}_0 \mathbf{C}^T \tilde{e} + \frac{1}{2b} \tilde{e}^T [(A - \mathbf{K}_0 \mathbf{C}^T)^T \mathbf{P}_2 + \\ & \mathbf{P}_2 (A - \mathbf{K}_0 \mathbf{C}^T)] \tilde{e} + \tilde{e}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{B} u_a + \tilde{e}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{B} \omega + \\ & \tilde{e}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{B} \tilde{\mathbf{W}}^T \beta(\hat{x}) + \tilde{e}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{B} u_s - \frac{1}{\eta} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}^T \tilde{\mathbf{W}}. \quad (28) \end{aligned}$$

将 u_a, u_s 和式(26)代入(28)得到

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \frac{1}{2} \hat{e}^T [(A - \mathbf{BK}_c^T)^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 (A - \mathbf{BK}_c^T)] \hat{e} + \\ & \frac{1}{2b} \tilde{e}^T [(A - \mathbf{K}_0 \mathbf{C}^T)^T \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_2 (A - \mathbf{K}_0 \mathbf{C}^T) - \\ & \frac{2}{r} \mathbf{P}_2 \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_2] \tilde{e} + \tilde{e}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{B} \omega. \quad (29) \end{aligned}$$

根据式(22)和(23)得到

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \frac{1}{2} \hat{e}^T [(A - \mathbf{BK}_c^T)^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 (A - \mathbf{BK}_c^T)] \hat{e} + \\ & \frac{1}{2} \tilde{e}^T \left[\mathbf{A} \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_2 \mathbf{A}^T - \frac{2}{r} \mathbf{P}_2 \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_2 \right] \tilde{e} + \tilde{e}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{B} \omega \leq \\ & -\frac{1}{2} \hat{e}^T \mathbf{Q}_1 \hat{e} - \frac{1}{2} \tilde{e}^T \mathbf{Q}_2 \tilde{e} - \frac{1}{2\rho^2} \tilde{e}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_2 \tilde{e} + \\ & \frac{1}{2} (\omega^T \mathbf{B}^T \mathbf{P}_2 \tilde{e} + \tilde{e}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{B} \omega) \leq \\ & -\frac{1}{2} \hat{e}^T \mathbf{Q}_1 \hat{e} - \frac{1}{2} \tilde{e}^T \mathbf{Q}_2 \tilde{e} + \frac{1}{2} \rho^2 \omega^2 - \\ & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_2 \tilde{e} - \rho \omega \right)^T \left(\frac{1}{\rho} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_2 \tilde{e} - \rho \omega \right) \leq \\ & -\frac{1}{2} \hat{e}^T \mathbf{Q}_1 \hat{e} - \frac{1}{2b} \tilde{e}^T \mathbf{Q}_2 \tilde{e} + \frac{1}{2} \rho^2 \omega^2. \quad (30) \end{aligned}$$

记 $\mathbf{Q} = \text{diag}[\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2]$, $\mathbf{E}^T = [\hat{e}^T, \tilde{e}^T]$, 则式(29)变为

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \mathbf{E}^T \mathbf{Q} \mathbf{E} + \frac{1}{2} \rho^2 \omega^2. \quad (31)$$

因为 $\omega \in L_2$, 与文献[14]证明类似, 能够推出 $\hat{x}, \mathbf{x}, \hat{e}, \mathbf{e}, \mathbf{u} \in L_\infty$, 且有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e} = 0$.

对式(31)从 $t=0$ 到 $t=T$ 积分得到

$$V(T) - V(0) \leq -\frac{1}{2} \int_0^T \mathbf{E}^T \mathbf{Q} \mathbf{E} dt + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^T \omega^2 dt. \quad (32)$$

记 $\mathbf{P} = \text{diag}(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2)$, 由于 $V(T) > 0$, 式(32)意味着

$$\begin{aligned} \int_0^T \mathbf{E}^T \mathbf{Q} \mathbf{E} dt \leq \\ \mathbf{E}^T(0) \mathbf{P} \mathbf{E}(0) + \frac{1}{\eta} \tilde{\mathbf{W}}^T(0) \tilde{\mathbf{W}}(0) + \rho^2 \int_0^T \omega^2 dt. \quad (33) \end{aligned}$$

因此, 跟踪误差取得 H_∞ 跟踪性能(3). \square

4 仿真研究

本文分别采用 LS-SVM 和神经网络来构造自适应控制器, 研究非线性对象的控制效果.

算例1 考虑如下非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -0.1x_2 - x_1^3 + 12 \cos t + u + d, \\ y &= x_1. \quad (34) \end{aligned}$$

其中: $f = -0.1x_2 - x_1^3 + 12 \cos t, b = 1, d$ 是振幅为 ± 1 周期为 π 的方波. 给定参考信号为 $y_m(t) = \sin t$. 设初始条件为 $x_1(0) = x_2(0) = 2, \hat{x}_1(0) = \hat{x}_2(0) = 0$. 给定正定矩阵 $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_2 = \text{diag}(10, 10)$. 选择反馈和观测器增益矩阵为 $\mathbf{K}_c^T = [100 \ 10], \mathbf{K}_0^T = [40 \ 700]$. 解矩阵方程(22)和(23), 得到正定矩阵 \mathbf{P}_1 和 \mathbf{P}_2 .

采用 LS-SVM 和神经网络分别构造自适应控制器. 神经网络采用 3-5-1 结构. 两种方法的仿真结果如图2和图3所示.

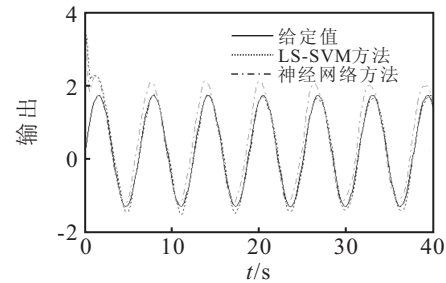


图2 系统输出曲线(算例1)

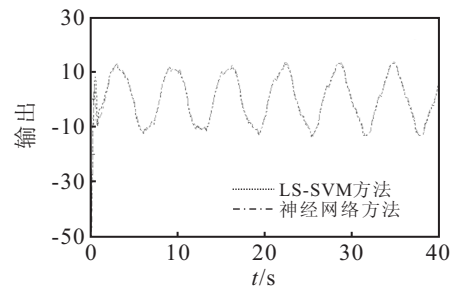


图3 控制量曲线(算例1)

算例2 考虑如下非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -10 \sin x_1 - x_2 + 12 \cos t + u + d, \\ y &= x_1. \quad (35) \end{aligned}$$

其中: $f = -10 \sin x_1 - x_2 + 12 \cos t, d$ 是振幅为 ± 1 周期为 π 的方波. 给定参考信号为 $y_m(t) = \sin t$.

系统的初始条件和所有参数选择同算例1. 仿真结果如图4和图5所示. 从仿真结果可知, 本文采用的输出反馈自适应控制方法控制效果良好. 同时, 对比 LS-SVM 方法和神经网络方法的仿真结果可知, 前者的控制精度更高.

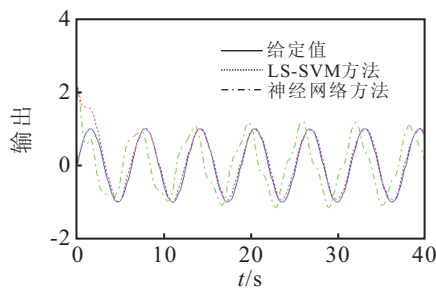


图 4 系统输出曲线(算例 2)

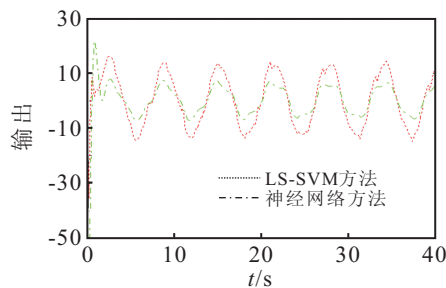


图 5 控制量曲线(算例 2)

5 结 论

本文针对一类状态不可测的单输入单输出非线性不确定系统,提出了一种基于 LS-SVM 和观测器的直接自适应 H_∞ 输出反馈控制方法.该算法通过设计误差观测器来间接地估计系统的状态,利用观测的状态和 LS-SVM 来构造自适应输出反馈控制器.通过引入 H_∞ 控制使跟踪误差满足给定的性能指标,并证明了所提出的自适应控制方法可以保证闭环控制系统稳定.仿真结果表明了该方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Suykens J A K. Nonlinear modeling and support vector machines[C]. Proc of the 18th IEEE on Instrumentation and Measurement Technology Conf. Budapest: IEEE Press, 2001: 287-294.
- [2] Suykens J A K. Support vector machines: A nonlinear modeling and control perspective[J]. European J of Control, 2001, 7(2/3): 311-327.
- [3] 柳晓菁, 易建强, 赵东斌, 等. 基于最小二乘支持向量机的自适应逆扰动消除控制系统[J]. 控制与决策, 2005, 20(8): 947-950.
(Liu X J, Yi J Q, Zhao D B, et al. Adaptive inverse disturbance canceling control systems based on least squares support vector machine[J]. Control and Decision, 2005, 20(8): 947-950.)
- [4] Yuan X F, Wang Y N, Wu L H. Adaptive inverse control of excitation system with actuator uncertainty[J]. WSEAS Trans on Systems and Control, 2007, 8(2): 419-427.
- [5] Li L J, Su H Y, Chu J. Generalized predictive control with online least squares support vector machines[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(11): 1182-1188.
- [6] 郭振凯, 宋召青, 毛剑琴. 基于最小二乘支持向量机的非线性广义预测控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(4): 520-525.
(Guo Z K, Song Z Q, Mao J Q. Nonlinear generalized predictive control based on least square support vector machine[J]. Control and Decision, 2009, 24(4): 520-525.)
- [7] 穆朝聚, 张瑞民, 孙长银. 基于粒子群优化的非线性系统最小二乘支持向量机预测控制方法[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(2): 164-168.
(Mu C X, Zhang R M, Sun C Y. LS-SVM predictive control based on PSO for nonlinear systems [J]. Control Theory & Applications, 2010, 27(2): 164-168.)
- [8] 刘艳军, 王伟, 王向东. 基于观测器的不确定非线性系统的自适应鲁棒模糊控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(4): 625-633.
(Liu Y J, Wang W, Wang X D. Observer-based adaptive robust fuzzy control for uncertain nonlinear systems[J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(4): 625-633.)
- [9] 蔡俊伟, 胡寿松. 基于观测器的非线性系统 H_∞ 模糊可靠控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(4): 621-627.
(Cai J W, Hu S S. H_∞ fuzzy reliable control based on observer for nonlinear systems[J]. Control and Decision, 2009, 24(4): 621-627.)
- [10] 王永富, 柴天佑, 佟绍成. 一类非线性不确定系统的鲁棒自适应模糊跟踪控制[J]. 模糊系统与数学, 2004, 18(4): 92-98.
(Wang Y F, Chai T Y, Tong S C. Robust adaptive fuzzy tracking control of uncertain nonlinear systems[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2004, 18(4): 92-98.)
- [11] 唐润涛, 佟绍成. 基于神经网络的一类非线性系统自适应 H_∞ 控制[J]. 控制与决策, 1999, 14(4): 297-302.
(Tang J T, Tong S C. Adaptive H_∞ control of nonlinear systems based on neural networks[J]. Control and Decision, 1999, 14(4): 297-302.)
- [12] 陈谋, 姜长生, 吴庆宪, 等. 基于 RBF 神经网络的一类不确定非线性系统自适应 H_∞ 控制[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(1): 27-32.
(Chen M, Jiang C S, Wu Q X, et al. Adaptive H_∞ control of a class of uncertain nonlinear systems based on RBF neural networks[J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(1): 27-32.)
- [13] Narendra, K S, Annaswamy A M. Stable adaptive systems[M]. Prentice Hall: Englewood, 1989.
- [14] Wang L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1993, 1(2): 146-155.