第 26 卷 第 8 期
Vol. 26 No. 8

控 制 与 决 策
Control and Decision

2011 年 8 月
Aug. 2011

文章编号: 1001-0920 (2011) 08-1243-05

多学科混合变量协同设计优化方法研究

王 威, 范文慧, 肖田元, 陈 新, 夏志方

(清华大学 国家CIMS 工程技术研究中心，北京 100084)

摘 要: 为解决同时含有离散和连续两种变量形式的混合变量复杂产品设计优化问题, 利用 "分而治之" 的混合参数处理思想, 在协同设计优化算法的基础上, 提出一种多学科混合变量协同设计优化方法. 该方法先将优化问题解耦分解成相对简单的多个子系统进行优化计算, 然后利用协同设计优化算法的协同机制求得全系统最优解. 算例验证结果表明了所提出方法的可行性和有效性.

关键词: 多学科设计优化；协同优化；混合变量

中图分类号: TP399 **文献标识码:** A

Study of mix-variable collaborative design optimization

WANG Wei, *FAN Wen-hui*, *XIAO Tian-yuan*, *CHEN Xin*, *XIA Zhi-fang*

(National CIMS Engineering Research Center，Tsinghua University，Beijing 100084，China. Correspondent：WANG Wei，E-mail：wang_wei@tsinghua.edu.cn)

Abstract: In order to solve complex product design optimization problems which contain both discrete and continuous variables, a mix-variable collaborative design optimization method is proposed based on collaborative optimization(CO) which is an efficient way to solve mix-variable design optimization(MDO) problems. With the thought of “divide and rule”, the method decouples the problem into some relatively simple subsystems, Then by using CO’s collaborative mechanism, the optimal solution is obtained. Finally, the result of a case study shows the feasibility and effectiveness of this method.

Key words: mix-variable design optimization；collaborative optimization；mix-variable

1 引 言

随着社会的不断发展, 以飞机、车辆、武器系统等重大装备为代表的各种产品正日趋复杂化, 往往涉及机械、控制、电子、液压等多个不同的学科领域. 复杂产品不仅客户需求复杂、产品组成复杂、产品技术复杂, 而且制造过程复杂、项目管理复杂. 一般在复杂产品中存在着大量互相交叉耦合的物理系统. 在它的总体设计中, 既要体现各学科的综合, 又要体现产品的整体性、系统性和稳定性. 这些复杂产品的设计初期应综合考虑多学科的协同问题, 进行系统层面的优化设计, 以达到整体性能和质量的提高[1].

另一方面, 随着产品材料和零部件标准化的不断发展, 在许多工程设计中, 存在着大量的连续-离散混合变量问题. 例如在许多复杂产品的设计中, 外形尺寸可能为连续设计变量, 而其中的材料型号、齿轮模数等均为离散设计变量. 对于此类问题, 许多传统的研究方法在工程实例中的所得解与实际最优解有较大差距[2]. 因此需要对含有离散-连续混合变量的多学科协同设计优化问题进行研究.

2 混合变量优化

在20世纪60年代末期和70年代初期, 人们已开始对含有离散变量的混合变量优化问题进行研究. 最初的含离散-连续混合变量的优化问题常见于结构优化之中, 因此在结构优化领域中对该类方法研究较多. 由于混合变量优化本身具有不连续、不可微和非凸等特性, 使其发展远不如连续变量优化完善, 从而阻碍了混合变量优化在工程实际中的应用[3-5].

目前对于工程设计中含有混合变量的优化问题, 一般都采用圆整法处理. 该方法先按连续变量进行优化设计, 再将所得的最优点向最近的离散点进行圆整. 该方法简单易用, 但却要求目标函数和约束函数连续且为凸函数. 在如图 1 所示的情形中, 该方法则不能

收稿日期: 2010-03-09；**修回日期:** 2010-12-31.

基金项目: 中国博士后科学基金项目(20090450401)；国家自然科学基金项目(60874066)；国家863 计划项目(2009AA110302).

作者简介: 王威(1979−), 男, 讲师, 博士, 从事多学科设计优化的研究；范文慧(1963−), 男, 副教授, 博士, 从事协同仿真、设计及优化等研究.

有效得到离散变量的最优解. 图 1 中, 曲线代表函数等值线, * 代表可能取值的离散点. 如果将此问题视为连续优化问题, 则最优点在 C 点. 利用圆整法将此结果圆整到可行域中的离散点, 便会得到距离 C 点最近的 B 点. 而在本例中的离散最优点显然是 A 点, 可见两者存在较大的差距.

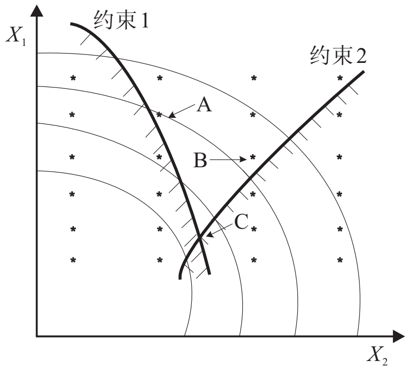

图 1 圆整法

近年来, 混合变量的优化算法得到了一定的发展. 其中, 较为多见的混合变量优化方法有分支定界法、扩展割平面法、禁忌搜索法、广义模式搜索法、神经网络方法、蚁群算法、遗传算法以及模拟退火算法等[6-7]. 从优化策略上分类, 目前对离散-连续混合变量的优化处理通常有以下两种策略[8]:

1) 分而治之策略. 将所有的设计变量放在同一表达式进行优化计算. 在混合变量子空间中, 先固定连续变量 (或离散变量), 对离散变量 (或连续变量) 进行优化, 得到离散变量 (或连续变量) 的最优值; 然后再固定离散变量(或连续变量), 对连续变量 (或离散变量) 进行优化, 得到连续变量 (或离散变量) 的最优值. 如此反复, 直至收敛. 这种算法计算消耗巨大.

2) 单一变量策略. 包括离散变量连续化策略[9]和连续变量离散化策略[10]. 这种策略虽然可以利用较为成熟的离散变量优化算法和连续变量优化算法进行计算, 但在变量转化过程中难免会损失一定的精度, 且不具有普遍意义.

一般而言, 混合变量设计优化问题大都存在于复杂产品的设计过程中. 目前, 国内外关于复杂产品的多学科协同设计优化方法已相对成熟, 并在许多工程实际中取得了令人满意的结果. 然而, 在已有文献中却较少见到在此类问题中考虑含混合变量的情况, 且大多是利用圆整法来近似, 从而降低了设计优化的精确性.

另外, 混合变量的单学科优化算法也得到了一定的发展, 特别是近年来引入的一些智能优化算法, 对解决此类问题提供了新的思路和方法[11-13], 但总体而言尚不完善, 还处于探索和发展阶段. 目前, 这类算法大都将连续问题和离散问题纳入同一表达式进行优化计算, 大大增加了算法的复杂性. 当产品的设计规模复杂到一定程度时, 这些算法的消耗将会十分巨大, 甚至无法进行.

3 多学科混合变量协同优化方法

协同优化算法 (CO) 是由 Kroo 等人[14]在一致性约束优化方法基础上提出的一种多级多学科设计优化 (MDO) 算法. 其基本思想是每个子空间在设计优化时暂不考虑其他子空间的影响, 只需满足本子系统的约束; 其优化目标是使该子系统设计优化方案与系统级优化提供的目标方案之差最小. 各子系统设计优化结果的不一致性可通过系统级优化来协调, 通过系统级优化和子系统优化之间的多次迭代, 最终得到一致性的最优设计. 其特点是消除了复杂的系统分析, 各子系统能并行地进行分析和优化, 其算法结构与现有的设计分工和专业分工的组织形式相吻合, 在 MDO 各种算法中被普遍使用.

协同优化算法提供了解决大规模复杂产品设计优化的良好途径. 协同优化算法中的分层协同思想和混合变量优化算法中的“分而治之”的思想不谋而合. 该方法将问题分解为一系列子问题进行研究, 有效避免了传统“分而治之”思想的算法复杂问题. 利用这种思想, 既能解决混合参数优化问题, 又可有效降低系统优化的复杂度. 因此, 两种方法的结合能够得到较好的算法结构, 有效解决复杂产品多学科混合变量协同设计优化问题.

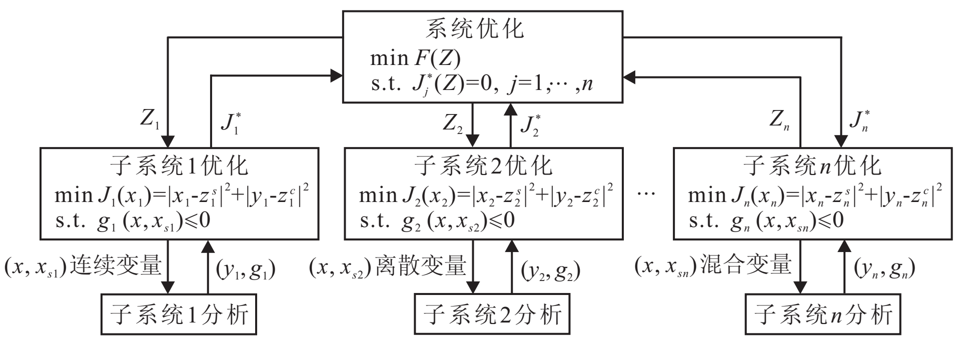

图 2 混合变量 CO 算法计算框架

在多学科协同设计优化方法的基础上, 综合其他单学科优化算法, 构建多学科混合变量协同设计优化方法, 其主体框架如图 2 所示.

在系统解耦后, 利用子系统优化模块减少子系统间耦合变量与共享变量之间的差异, 同时最小化子系统辅助变量. 系统级优化应根据设计目标对系统级目标函数进行优化计算, 使得子系统间耦合变量与共享变量一致. 如此反复迭代, 直到整个系统实现优化.

算法可描述如下 (如图 2 所示):

系统层

$$\begin{aligned}&\min\ F(Z);\\&\text{s.t. } J_j^*(Z)=0,\ j=1,\cdots,n.\end{aligned}\tag{1}$$

其中: Z 为多学科变量, J^* 为兼容多学科的约束, F 为系统目标.

子系统层

$$\min\begin{cases}J_C(X_{Cj})=\left|X_{Cj}^s-Z_j^s\right|^2+\left|Y_j-Z_j^c\right|^2,\\J_D(X_{Dj})=\left|X_{Dj}^s-Z_j^s\right|^2+\left|Y_j-Z_j^c\right|^2,\\J_M(X_{Mj})=\left|X_{Mj}^s-Z_j^s\right|^2+\left|Y_j-Z_j^c\right|^2;\end{cases}$$

$$\text{s.t. } g\leqslant 0.\tag{2}$$

其中: Z_j^s 为系统设计变量, Z_j^c 为系统耦合变量; X_C 为连续变量, X_D 为离散变量, X_M 为混合变量 (离散或连续变量, 即无法通过分系统将离散和连续变量分开的情况).

子系统可分为 3 种计算模式: 当为连续变量时, 采用连续变量优化方法求解; 当为离散变量时, 采用离散优化方法求解; 当子系统难以被分解为纯连续/离散变量时, 可采用分枝定界法将其转化为变量问题进行求解.

4 算例实现

采用一个数学算例来验证本文算法的可行性和有效性.

4.1 算例描述

学科 1 的模型为

$$\begin{aligned}&X_1=(x_{11},x_{12}),\\&Y_1=(y_{11},y_{12},y_{13},y_{14}),\\&y_{11}=x_{11},\ y_{12}=x_{12},\ y_{13}=1-x_{11},\\&y_{14}=(x_{11}y_{24}+x_{12}(1-x_{11})-y_{22}y_{23}-1)\frac{1}{y_{21}}.\end{aligned}\tag{3}$$

学科 2 的模型为

$$\begin{aligned}&X_2=(x_{21},x_{22}),\\&Y_2=(y_{21},y_{22},y_{23},y_{24}),\\&y_{21}=x_{21},\ y_{22}=x_{22},\ y_{23}=1-x_{21},\\&y_{14}=-(y_{11}x_{22}+y_{13}y_{14}+y_{12}x_{21}-1)\frac{1}{1-x_{21}}.\end{aligned}\tag{4}$$

系统级模型为

$$\begin{aligned}&\text{obj}=-(g_1+g_2+g_3+g_4);\\&g_1=y_{11}(y_{24}^2-y_{22}^2)-2y_{22}y_{23}y_{24}+\\&\qquad y_{13}(y_{12}^2-y_{14}^2)+2y_{12}y_{14}y_{21}-1\leqslant 0;\\&g_2=y_{23}(y_{24}^2-y_{22}^2)-2y_{11}y_{22}y_{24}+\\&\qquad y_{21}(y_{12}^2-y_{14}^2)+2y_{12}y_{13}y_{14}-1\leqslant 0;\\&g_3=y_{11}y_{24}(y_{24}^2-3y_{22}^2)+y_{22}y_{23}(y_{22}^2-3y_{24}^2)+\\&\qquad y_{12}y_{13}(y_{12}^2-3y_{14}^2)+y_{14}y_{21}(y_{14}^2-3y_{12}^2)-1\leqslant 0;\\&g_4=y_{23}y_{24}(y_{24}^2-3y_{22}^2)+y_{22}y_{11}(y_{22}^2-3y_{24}^2)+\\&\qquad y_{12}y_{21}(y_{12}^2-3y_{14}^2)-y_{14}y_{13}(y_{14}^2-3y_{12}^2)-1\leqslant 0;\\&x_{11}=0.25n,\ n=1,2,\cdots;\\&x_{12}\in R,\ X_2\in R^2.\end{aligned}\tag{5}$$

4.2 优化模型

在上述模型的基础上, 建立 CO 模型.

系统级优化模型为

$$\begin{aligned}&\min\ f=-(g_1+g_2+g_3+g_4);\\&\text{s.t.}\begin{cases}J_1^*=(x_1-x_9)^2+(x_2-x_{10})^2=0,\\J_2^*=(x_5-x_{11})^2+(x_6-x_{12})^2=0.\end{cases}\end{aligned}\tag{6}$$

学科 1 的优化模型为

$$\begin{aligned}&\min\ J_1^*=(x_1-x_9)^2+(x_2-x_{10})^2;\\&\text{s.t.}\begin{cases}x_1(x_8^2-x_6^2)-2x_6x_7x_8+x_3(x_2^2-x_4^2)-\\2x_2x_4x_5-1\leqslant 0,\\x_7(x_8^2-x_6^2)+2x_1x_6x_8+x_5(x_2^2-x_4^2)-\\2x_2x_3x_4-1\leqslant 0,\\1-x_3-x_1=0,\\\dfrac{x_1x_8+x_2x_3-x_6x_7-1}{x_5}-x_4=0.\end{cases}\end{aligned}\tag{7}$$

学科 2 的优化模型为

$$\begin{aligned}&\min\ J_2^*=(x_2-x_{11})^2+(x_3-x_{12})^2;\\&\text{s.t.}\begin{cases}x_1x_8(x_8^2-3x_6^2)+2x_6x_7(x_6^2-3x_8^2)+\\x_2x_3(x_2^2-3x_4^2)+x_4x_5(x_4^2-3x_2^2)-1\leqslant 0,\\x_7x_8(x_8^2-3x_6^2)-2x_6x_1(x_6^2-3x_8^2)+\\x_2x_5(x_2^2-3x_4^2)-x_4x_3(x_4^2-3x_2^2)-1\leqslant 0,\\1-x_5-x_7=0,\\\dfrac{x_8+x_1x_6+x_3x_4+x_2x_5-1}{1-x_5}=0.\end{cases}\end{aligned}\tag{8}$$

4.3 优化计算

针对模型 (6) ∼ (8), 用 Matlab 程序编写求解, 程序求解流程如图 3 所示.

在此流程图的基础上, 编写 Matlab 程序, 然后根据 CO 模型图得到程序的框架图, 如图 4 所示.

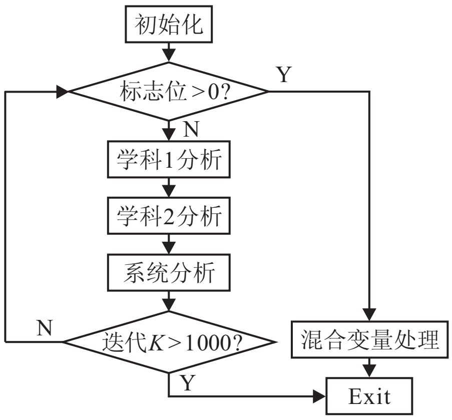

图 3 计算流程图

在连续变量CO方法的基础上, 用分支定界法寻找混合变量最优解. 与一般分支定界法不同, 通过CO方法计算得到的结果, 应先确定离散值; 然后将离散值代入CO模型, 并判断是否满足CO模型的约束; 最后经计算得到一个可行解.

由于CO方法需要反复迭代, 其计算量较大; 而混合变量CO方法需要不断将离散值代入CO模型, 如果直接将所有离散值都代入CO模型, 会使计算量增长很多. 为了提高效率, 这里设定一个阈值K以限制迭代次数.

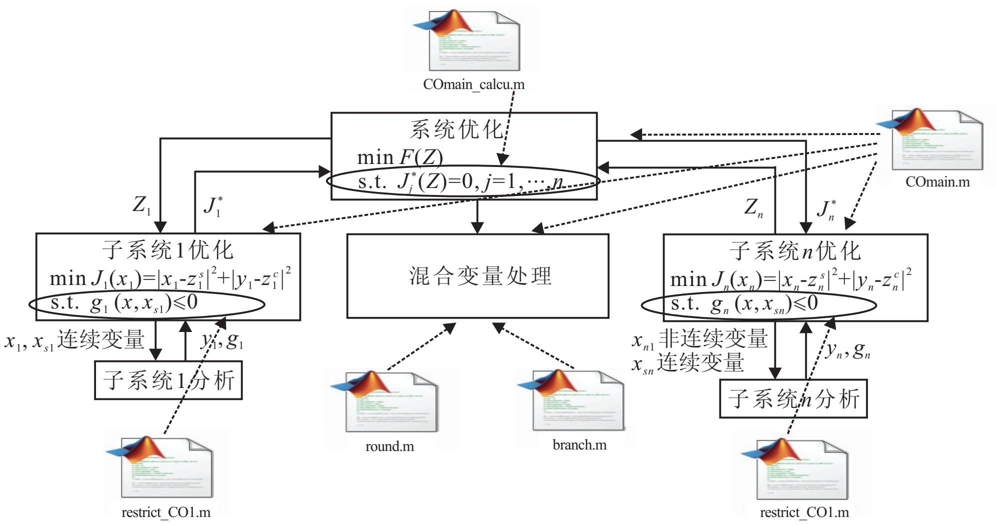

图 4 CO程序框架图

程序运行结果见图5, 所得解收敛于(1.000 0, 0.882 3, 1.512 8, 3.070 7), 目标函数值为33.58. 由图5可见, 目标函数值是一个单调收敛的过程, 最终的约束值符合要求, 是一个可行解.

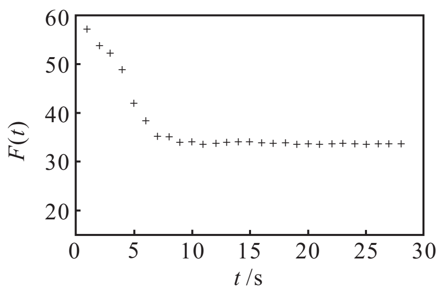

图 5 运行结果

5 结 论

本文通过对混合变量的设计方法进行详细分析, 充分利用CO算法的协同机制, 提出了多学科混合变量协同设计优化方法, 将原有的复杂问题转化为若干个相对简单的子问题进行研究. 具体算例计算结果表明, 本文算法能够有效解决含有离散和连续两种参数的混合变量设计优化问题, 适用于复杂产品设计优化计算.

参考文献(References)

[1] 王威, 范文慧, 常天庆, 等. 复杂产品多学科鲁棒协同设计优化方法研究[J]. 高技术通讯, 2008, 18(3): 282-287.
(Wang W, Fan W H, Chang T Q, et al. A multidisciplinary robust collaborative optimization method for complex product design[J]. Chinese High Technology Letters, 2008, 18(3): 282-287.)

[2] 张安宁, 童小燕. 混合变量优化设计的整形化方法[J]. 西北工业大学学报, 2003, 21(5): 548-551.
(Zhang A N, Tong X Y. On better optimization through turning mixed variables into completely integer ones[J]. J of Northwestern Polytechnical University, 2003, 21(5): 548-551.)

[3] 陈立周, 路鹏, 孙成宪, 等. 工程离散变量优化设计方法——原理与应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 1989.
(Chen L Z, Lu P, Sun C X, et al. Engineering optimization design method of discrete variable — Theory and application[M]. Beijing: China Machine Press, 1989.)

[4] 孙焕纯, 柴山, 王跃方. 离散变量结构优化设计[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1995.
(Sun H C, Chai S, Wang Y F. Discrete optimum design

of structures[M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 1995.)
[5] Huan Min-wei. Algorithms for mixed continuous-discrete variable problems in structural optimization[D]. Iowa City: Department of Civil and Environmental Engineering, The University of Iowa, 1995.
[6] 徐朝胜. 离散变量优化方法的研究及其在管棒类型材下料中的应用[D]. 合肥: 合肥工业大学机械与汽车工程学院, 2004.
(Xu C S. The research of optimization for discrete variable and its application on the linear material cutting problem[D]. Hefei: School of Mechanicaland Automotive Engineerin, Hefei University of Technology, 2004.)
[7] Abramson M A. Pattern search algorithms for mixed variable general constrained optimization problems[D]. TX: Department of Computational and Applied Mathematics, Rice University, 2002.
[8] 颜力. 飞行器多学科设计优化若干关键技术的研究与应用[D]. 长沙: 国防科技大学航天与材料工程学院, 2006.
(Yan L. Research on the theory and application of some key technologies in the multidisciplinary design optimization of flight vehicles[D]. Changsha: College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, 2006.)
[9] 谭涛. 离散变量优化设计的连续化方法研究[D]. 大连: 大连理工大学工程力学系, 2006.
(Tan T. Continuous approach to discrete optimum design[D]. Dalian: Department of Mechanic Engineering, Dalian University of Technology, 2006.)
[10] Stelmack M A, Batill S M. Concurrent subspace optimization of mixed continuous/discrete systems[R]. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1997.
[11] Ren Pishun, Han Huixian, Guo Huixin. Robust design optimization with mixed-discrete variables based on ant algorithm and support vector machine[C]. The 2nd Int Conf on Intelligent Computation Technology and Automation. Changsha, 2009: 472-475.
[12] Salam Nema, John Goulermas, Graham Sparrow, et al. A hybrid particle swarm branch-and-bound(HPB) optimizer for mixed discrete nonlinear programming[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, 2008, 38(6): 1411-1424.
[13] Zhong Liu, Lei Huang. A mixed discrete particle swarm optimization for TSP[C]. The 3rd Int Conf on Advanced Computer Theory and Engineering. Chengdu, 2010: 208-211.
[14] Kroo I, Altus S, Braun R, et al. Multidisciplinary optimization methods for aircraft preliminary design[R]. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1994.

(上接第1242页)

[2] Yu M, Wang L, Chu T G, et al. An LMI approach to networked control systems with data packet dropout and transmission delays[C]. Proc of the 43rd Conf on Decision and Control. Atlantis: IEEE, 2004: 3545-3550.
[3] Montestruque L A, Antsaklis P J. State and output feedback control in model-based networked control systems[C]. Proc of the 41st Conf on Decision and Control. Las Vegas: IEEE, 2002: 1620-1625.
[4] Kim D S, Lee Y S, Kwon W H, et al. Maximum allowable delay bounds of networked control systems[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(2): 1301-1313.
[5] 张喜民, 周利华, 车向泉. 基于时滞系统模型的控制系统稳定条件[J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2006, 33(3): 404-407.
(Zhang X M, Zhou L H, Che X Q. Stability criterion for networked control systems based on the model of the time-delay system[J]. J of Xidian University: Natural Science, 2006, 33(3): 404-407.)
[6] Boyd S, Ghaoui L E I, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory[M]. Philadelphia: SIAM, 1994.
[7] Nilsson J. Real-time control systems with delays[D]. Lund: Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 1998.
[8] 刘鲁源, 吕伟杰, 陈玉柱. MIMO 网络控制系统的稳定性分析[J]. 信息与控制, 2006, 35(3): 393-396.
(Liu L Y, Lv W J, Chen Y Z. Stability analysis of MIMO networked control system[J]. Information and Control, 2006, 35(3): 393-396.)
[9] 秦元勋, 刘永清, 王联, 等. 带有时滞的动力系统的稳定稳定性[M]. 北京: 科学出版社, 1989.
(Qin Y X, Liu Y Q, Wang L, et al. Motional stability of dynamic systems with time-delay[M]. Beijing: Science Press, 1989.)
[10] Qu Zhi-hua. Cooperative control of dynamical systems[M]. London: Springer-Verlag, 2009.
[11] Hale J K. Theory of functional differential equation[M]. New York: Springer-Verlag, 1977.