

文章编号: 1001-0920(2011)10-0000-00

## 基于混合 PSO-SQP 算法同时实现多变量的结构和参数辨识

靳其兵, 张 建, 权 玲, 曹丽婷

(北京化工大学 自动化研究所, 北京 100029)

**摘 要:** 研究了一种基于混合粒子群优化算法和序列二次规划算法对系统进行辨识的新方法. 该方法将典型数学模型相互组合构成系统模型. 首先将系统结构辨识问题转化为组合优化问题; 然后利用混合 PSO-SQP 同时实现系统的结构辨识和参数辨识. 为了进一步说明该混合算法的有效性, 与标准 PSO 算法和惯性权值逐减 PSO 算法进行对比. 仿真结果表明, 给出的混合算法是有效的, 辨识精度高, 并具有良好的实用性.

**关键词:** 结构辨识; 参数辨识; 组合优化; 混合粒子群优化; 序列二次规划

中图分类号: TP273

文献标识码: A

## Hybrid PSO-SQP for simultaneous identification of structure and parameters in a multivariate system

JIN Qi-bing, ZHANG Jian, QUAN Ling, CAO Li-ting

(Institute of Automation, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China. Correspondent: ZHANG Jian, E-mail: zh20181@163.com)

**Abstract:** This paper presents a novel and efficient method to realize both structure and parameter identification in a multivariable system with hybrid particle swarm optimization(PSO) algorithm and the sequential quadratic programming(SQP) algorithm. The combination of classic mathematical models constitute a system model, so the problem of system structure identification is transformed into a problem of combinatorial optimization. Then by using hybrid PSO algorithm and the SQP algorithm, both structure and parameter identification of the system are realized at the same time. In order to further illustrate the effectiveness of the algorithm, the proposed method is compared with the standard PSO algorithm and the dynamical inertia weight of PSO algorithm. The simulation results show that the proposed hybrid algorithm is reasonable, effective, and has high precision and practicability.

**Key words:** structural identification; parameter identification; combination optimization; hybrid particle swarm optimization; sequential quadratic programming

### 1 引 言

系统辨识是研究建立生产过程数学模型的一种理论和方法. 辨识是指在输入输出数据中提取被研究对象的数学模型, 其理论正日趋完善<sup>[1]</sup>, 且实际应用遍及许多领域<sup>[2]</sup>. 传统的系统辨识方法虽然发展得比较成熟和完善, 但仍存在许多问题<sup>[3]</sup>. 而一些现代的系统辨识方法(如基于神经网络的系统辨识、基于遗传算法的系统辨识、基于模糊逻辑的系统辨识、基于小波网络的系统辨识等辨识方法)<sup>[4]</sup>, 虽然在某种程度上解决了传统系统辨识方法的某些缺点, 但一般是针对特定的问题结构, 不能同时解决系统结构和参数完全未知情况下的辨识问题. 文献[5]提出了一种新兴

的全局随机优化算法——PSO 算法, 同其他算法相比, 具有思想简单、易于实现等优点, 在短时间内得到了较快发展<sup>[6-10]</sup>. Powell 等人将无约束最优化问题的拟牛顿法推广至约束最优化问题, 发展了著名的序列二次规划算法(SQP). 由于序列二次规划算法在具有整体收敛性的同时保持了局部超 1 次收敛性, 被认为是求解光滑的非线性规划问题的最优秀算法之一.

本文提出将典型数学模型相互组合构成系统模型, 再利用混合 PSO-SQP 算法同时实现系统的结构辨识与参数辨识, 较大地提高了辨识的精度. 仿真实验验证了本文方法的合理性和有效性.

收稿日期: 2010-05-17; 修回日期: 2010-07-11.

基金项目: 国家 863 计划项目(2008AA042131); 国家 973 计划项目(2007CB714300).

作者简介: 靳其兵(1971—), 男, 教授, 博士生导师, 从事先进控制及其在工业中的应用等研究; 张建(1985—), 男, 硕士生, 从事系统辨识理论及应用的研究.

## 2 系统辨识问题描述

影响系统输出的因素较多,特别是在研究未知系统时,无法事先获知哪些因素对系统产生影响.本文所讨论的系统辨识,是在众多子模型中选取能最佳拟合样本数据的子模型组合,且确定该模型参数.

考虑一类多输入单输出静态系统,  $y$  是可观测的系统输出变量,有  $m$  个输入变量  $x_1, x_2, \dots, x_m$  可能对其产生影响,从系统获得的  $n$  组样本数据可描述如下:

$$(y_i, x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ji}, \dots, x_{mi}). \quad (1)$$

其中:  $x_{ji}$  为样本中第  $i$  组第  $j$  个样本数据;  $y_i$  为样本中第  $i$  组的输出值;  $j = 1, 2, \dots, m, i = 1, 2, \dots, n$ .

假定由样本数据所获得的模型为样本数据模型,该模型由各种可能的子模型相互叠加而成,且子模型是以元模型构成的.

**定义 1** 设单变量  $x_i$  以  $f(x_i)$  的形式对系统输出产生影响,称  $f(x_i)$  为单变量元模型.如  $f(x_1) = bx_1$  表示的元模型为线性函数,输出变量  $y$  和  $x_1$  间具有线性的关系,其中  $b$  为元模型的参数.

假设单变量元模型的个数为  $N_1$ ,考虑到各输入变量可能会以各种模型的形式对输出变量产生影响,将样本数据模型描述为

$$y = P_0 + \sum_{k=1}^{N_1} \sum_{i=1}^m f_k(x_i), \quad (2)$$

其中  $P_0$  为常数项.

**定义 2** 设变量  $x_i$  和  $x_j$  以  $f(x_i, x_j)$ ,  $x_i \neq x_j$  的形式对系统输出产生影响,且  $f(x_i, x_j)$  不可以分解为  $f(x_i) + f(x_j)$  的形式,则称  $f(x_i, x_j)$  为双变量元模型.如  $f(x_1, x_2) = ax_1^b x_2^c$  表示的元模型为生产函数,输出变量  $y$ ,  $x_i$  和  $x_j$  间具有生产函数的关系,其中  $a$ ,  $b$  和  $c$  为元模型的参数.

假设双变量元模型的个数为  $N_2$ ,考虑到各输入变量的各种可能组合形式,将样本数据模型描述为

$$y = P_0 + \sum_{k=1}^{N_1} \sum_{i=1}^m f_k(x_i) + \sum_{k=1}^{N_2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m f_k(x_i, x_j). \quad (3)$$

由此可见,随着变量个数、元模型及元模型的自变量个数的增加,样本数据模型中子模型个数的组合项数呈指数增长.一旦元模型确定后,样本数据模型中的子模型和子模型个数即可确定.

综上,样本数据模型的一般形式描述为

$$y = P_0 + \sum_{k=1}^{N_1} M_k(x, P_{k1}, P_{k2}, \dots, P_{km_k}). \quad (4)$$

其中:  $M_k(x, P_{k1}, P_{k2}, \dots, P_{km_k})$  为由元模型及变量所构成的第  $k$  个子模型;  $x$  既可以表示单变量也可以表示多变量,  $m_k$  为此模型中的参数个数,  $k = 1, 2,$

$\dots, N$ ;  $P_{km_j}$  为  $M_k(x, P_{k1}, P_{k2}, \dots, P_{km_k})$  中的第  $j$  个参数,  $j = 1, 2, \dots, m_k$ ;  $P_0$  为常数项;  $N$  为子模型个数.

## 3 基于混合 PSO-SQP 算法模型求解

本文所给的系统辨识方法可分解为子模型的选择(即系统结构辨识)问题和模型参数的辨识问题.从众多子模型中选择能够最佳拟合样本数据的子模型属于一类组合优化问题,组合个数随典型数学模型个数的增加而急剧增加,使得优化计算的工作量也大大增加,但可以利用粒子群优化算法的寻优速度加以克服.仿真结果表明在模型个数有限范围内,可以快速得到较好的辨识结果.

PSO 算法是一种全局随机优化算法,目前已成功应用于许多领域. SQP 算法的整体收敛性及局部搜索能力极强.混合 PSO-SQP 算法解决组合优化问题和参数寻优问题的能力为系统辨识提供了一种重要途径,而且极大地提高了优化的精度.

### 3.1 基本粒子群优化算法 (BPSO)

BPSO<sup>[7]</sup>的数学描述是:在一个  $D$  维的搜索空间里,每个粒子看作是空间内的一个点.设群体由  $m$  个粒子构成,  $z_i = (z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{iD})$  为第  $i$  个粒子 ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 的  $D$  维位置矢量,根据事先设定的适应值函数即可计算出  $Z_i$  当前的适应度;  $\nu_i = (\nu_{i1}, \nu_{i2}, \dots, \nu_{iD})$  为第  $i$  个粒子的飞行速度,是粒子移动的距离;  $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$  为粒子搜索到的最优位置;  $p_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$  为整个群体搜索到的最优位置.由于 PSO 算法中没有实际的机制来控制粒子速度,对速度的最大值有限制的必要,  $V_{\max} = (\nu_{\max_1}, \nu_{\max_2}, \dots, \nu_{\max_D})$ . 此外,粒子的活动范围也需要有一定的限制,  $X_{\max} = (x_{\max_1}, x_{\max_2}, \dots, x_{\max_D})$ . 在每次迭代中,粒子根据下式更新速度和位置:

$$\bar{\nu}_{id}^{k+1} = w\nu_{id}^k + c_1 \text{rand}_1(P_{id} - x_{id}^k) + c_2 \text{rand}_2(P_{gd} - x_{id}^k). \quad (5)$$

$$\nu_{id}^{k+1} = \begin{cases} \nu_{\max_d}, & \bar{\nu}_{id}^{k+1} > \nu_{\max_d}; \\ \bar{\nu}_{id}^{k+1}, & -\nu_{\max_d} \leq \bar{\nu}_{id}^{k+1} \leq \nu_{\max_d}; \\ -\nu_{\max_d}, & \bar{\nu}_{id}^{k+1} < -\nu_{\max_d}. \end{cases} \quad (6)$$

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + \nu_{id}^{k+1}. \quad (7)$$

其中:  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $d = 1, 2, \dots, D$ ;  $c_1, c_2$  为加速度因子;  $\text{rand}_1, \text{rand}_2$  为相互独立的  $[0,1]$  区间内均匀分布的随机数.当  $w = 1$  时,即为基本粒子群优化算法.

### 3.2 惯性权值逐减算法 (WPSO)

在实际应用中, BPSO 算法表现出一些不尽人意的的问题.惯性权重是 BPSO 算法中非常重要的参数,可以用来控制算法的开发和探索能力,其大小决定了

对粒子当前速度继承的多少. 较大的惯性权重将使粒子具有较大的速度, 从而有较强的探索能力, 较小的惯性权重将使粒子具有较强的开发能力.

陈贵敏等人提出了惯性权值递减策略, 即

$$\begin{aligned} \bar{v}_{id}^{k+1} &= wv_{id}^k + c_1 \text{rand}_1(P_{id} - x_{id}^k) + \\ & c_2 \text{rand}_2(P_{gd} - x_{id}^k), \end{aligned} \quad (8)$$

其中惯性因子  $w$  改写为

$$w = -(w_{\max} - w_{\min}) \left( \frac{t}{t_{\max}} \right)^2 + w_{\max}, \quad (9)$$

$t_{\max}$  为最大迭代次数,  $w_{\max}$  和  $w_{\min}$  分别为最大和最小惯性因子.

### 3.3 混合 PSO-SQP 算法

混合 PSO-SQP 算法描述如下:

Step 1: 根据 PSO 算法计算所有的粒子后, 获得最佳的种群为  $\hat{g}_k$ , 最佳的种群适应值为  $f(\hat{g}_k)$ .

Step 2: 设定  $\hat{g}_k$  为 SQP 算法的初始值, 将以下线性不等式情况加入到非线性优化问题中:

$$\hat{g}_{j,k}(1-a) \leq \hat{g}_{j,k} \leq \hat{g}_{j,k}(1+a). \quad (10)$$

其中:  $j$  为变量的维数,  $j = 1, 2, \dots, m$ ;  $k$  为 PSO 主循环代数;  $a$  为规定 SQP 局部区域的可调参数, 文中  $a = 0.05$ .

Step 3: 通过给定 SQP 算法的初始值和局部搜索区域, 可以获得局部区域的最优化结果  $f(\hat{g}_{k,\text{sqp}})$  和相应的变量  $\hat{g}_{k,\text{sqp}}$ .

Step 4: 如果  $f(\hat{g}_{k,\text{sqp}}) < f(\hat{g}_k)$ , 则  $\hat{g}_k = \hat{g}_{k,\text{sqp}}$ .

系统辨识的目的是使求得的系统输出  $y(t)$  尽量接近已知系统输出  $y_0(t)$ , 越接近说明拟合的效果越好, 所以取如下准则函数为适应度函数:

$$f = \sum_t [y(t) - y_0(t)]^2. \quad (11)$$

## 4 元模型的选取

样本数据模型由各子模型组成, 而各子模型由元模型与自变量组合而成, 因此元模型的选取对系统辨识起着决定性的作用. 元模型的选取应遵循以下原则: 1) 常用性, 即含相关领域中常出现的模型; 2) 典型性, 即不同模型具有不同的特点; 3) 涵盖性, 即通过元模型的组合, 尽可能包含各种关系或规律.

本文在仿真研究中, 选取如下典型的元模型: 线性模型  $y = bx$ , 指数函数模型  $y = ae^{bx}$ , 负指数函数模型  $y = ae^{b/x}$ , 幂函数模型  $y = ax^b$ , 对数函数模型  $y = a \ln(b+x)$ , 双曲线函数模型  $y = a/(b+x)$ , Logistic 模型  $y = 1/(a+bc^x)$ , Gompertz 模型  $y = ka^{bx}$ , S 型模型  $y = 1/(a+be^{-cx})$ , 周期函数模型  $y = a \sin(b+cx)$ .

## 5 仿真研究

### 5.1 单变量系统模型

被辨识系统的传递函数为

$$y = 2 + 1.5e^{-1.25x} - 1.5 \sin(1.8 + 1.5x). \quad (12)$$

按式 (12) 产生 30 组样本模型, 假设事先不知道模型的结构, 选择所有元模型进行模型辨识. 辨识中 BPSO 算法的参数设置为: 粒子数  $N = 20$ , 惯性权值  $w = 1$ , 加速因子  $C_1 = 2, C_2 = 1.65, X_{\max} = 2$ , 最大进化代数为 1000. WPSO 算法的惯性权值设置为:  $W_{\max} = 0.9, W_{\min} = 0.4$ , 其余参数同 BPSO 算法的参数.

多次仿真后, 选择一组较好的结果如下: BPSO 算法为

$$\begin{aligned} y &= 2.000 + 2.000e^{-2.000x} - \\ & 1.4991 \sin(2.000 + 1.4903x), \end{aligned}$$

WPSO 算法为

$$\begin{aligned} y &= 2.000 + 1.324e^{-2.000x} - \\ & 1.5069 \sin(1.8201 + 1.4990x), \end{aligned}$$

PSO-SQP 算法为

$$\begin{aligned} y &= 2.000 + 1.4998e^{-1.2500x} - \\ & 1.5000 \sin(1.8000 + 1.5000x). \end{aligned}$$

各算法的参数辨识结果如表 1 所示, 各算法的均方差结果如表 2 所示.

表 1 各种算法的参数辨识结果

真值	2	1.5	-1.25	-1.5	1.8	1.5
BPSO	2.000	2.000	-2.000	-1.4991	2.000	1.4903
WPSO	2.000	1.324	-2.000	-1.5069	1.801	1.4990
PSO-SQP	2.000	1.4998	-1.2500	-1.5000	1.8000	1.5000

表 2 各种算法的最大偏差和均方差

	最大偏差	均方差
BPSO	0.7500	0.0295
WPSO	0.7500	0.0017
PSO-SQP	0.0002	2.0954e-009

拟合系统输出如图 1 所示, 在该情况下, BPSO, WPSO 和 PSO-SQP 算法均可以理想地辨识出系统结

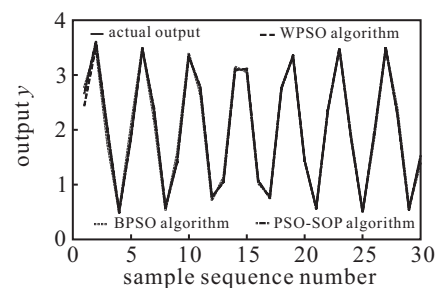


图 1 各种算法的系统输出曲线

构及模型参数, BPSO 和 WPSO 算法在约 200 代达到较好的优化结果, 而 PSO-SQP 在约 100 代达到较好的优化结果. 同样可以看出, PSO-SQP 算法的精度更高.

## 5.2 多变量系统模型

被辨识系统的传递函数为

$$y = 1 + x_1 - 1.5x_2 + 1.6e^{-x_3} + 2 \sin(1 + x_4). \quad (13)$$

按式 (13) 产生 30 组样本模型, 假设事先不知道模型的结构, 选择所有元模型进行模型辨识, 辨识中 BPSO 算法的参数设置为: 粒子数  $N = 20$ , 惯性权值  $w = 1$ , 加速因子  $C_1 = 2, C_2 = 1.65, X_{\max} = 2$ , 最大进化代数数为 1200. WPSO 算法的惯性权值设置为:  $W_{\max} = 0.9, W_{\min} = 0.4$ , 其余参数同 BPSO 算法的参数.

多次仿真后, 选择一组较好的结果如下: BPSO 算法为

$$y = 0.2548 + 1.4775x_1 - 1.9802x_2 + 1.9991e^{-1.3560x_3} + 2.1390 \sin(1.9882 + 1.0138x_4),$$

WPSO 算法为

$$y = 0.3793 + 1.0683x_1 - 1.5760x_2 + 1.2469e^{-0.8776x_3} + 2.0376 \sin(0.9791 + 1.0013x_4),$$

PSO-SQP 算法为

$$y = 0.9970 + 0.9956x_1 - 1.5042x_2 + 1.5896e^{-0.9734x_3} + 2.0027 \sin(0.9988 + 1.0001x_4).$$

各算法的参数辨识结果如表 3 所示, 各算法的均方差结果如表 4 所示.

表 3 各种算法的参数辨识结果

真值	1	1	-1.5	1.6	-1	2
BPSO	0.2548	1.4775	-1.9802	1.9991	-1.3560	2.1390
WPSO	0.3793	1.0683	-1.5760	1.2469	-0.8776	2.0376
PSO-SQP	0.9970	0.9956	-1.5042	1.5896	-0.9734	2.0027

表 4 各种算法的最大偏差和均方差

	最大偏差	均方差
BPSO	0.9882	0.7285
WPSO	0.6207	0.0123
PSO-SQP	0.0266	8.6036e-005

拟合系统输出如图 2 所示, 在该情况下, BPSO, WPSO 和 PSO-SQP 算法均可以理想地辨识出多变量系统结构及模型参数. BPSO 和 WPSO 算法在约 350 代达到较好的优化结果, 而 PSO-SQP 在约 200 代达到

较好的优化结果. 同样可以看出, PSO-SQP 算法的精度更高.

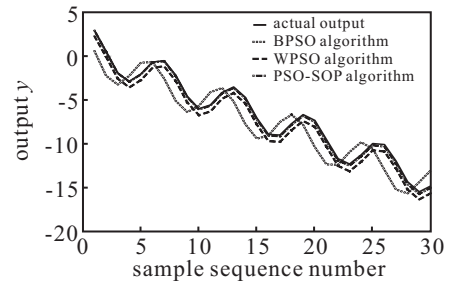


图 2 各种算法的系统输出曲线

从第 5.1 节和第 5.2 节可以看出, 利用混合粒子群优化和序列二次规划算法得到的辨识系统输出曲线更接近于真实值, 辨识精度明显提高.

## 6 结 论

本文主要阐述了基于混合粒子群优化和序列二次规划算法的多变量系统辨识问题. 本算法针对多输入单输出的静态系统, 给出了一种系统辨识的新方法. 将系统的结构辨识问题转化为从众多的典型模型与输入变量组合而成的所有子模型中, 选取拟合最佳组合的优化问题, 采用混合粒子群优化和序列二次规划算法极大地提高了辨识的精度. 仿真研究表明, 给出的混合算法是有效的, 辨识精度高, 具有良好的实用性.

## 参考文献(References)

- [1] 方崇智, 萧德云. 过程辨识[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988.  
(Fang C J, Xiao D Y. Process identification[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1988.)
- [2] 李言俊. 系统辨识理论及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.  
(Li Y J. System identification theory and applications[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2003.)
- [3] 王琳, 马平. 系统辨识方法综述[J]. 电力情报, 2001, 4: 63-66.  
(Wang L, Ma P. System identification methods[J]. Electricity Information, 2001, 4: 63-66.)
- [4] 李秀英, 韩志刚. 非线性系统辨识方的新进展[J]. 自动化技术与应用, 2004, 23(10): 5-7.  
(Li X Y, Han Z G. Nonlinear system identification progress party[J]. Automation Technology and Application, 2004, 23(10): 5-7.)
- [5] Kennedy J, Eberhartr C. Particle swarm optimization[C]. Int Conf on Neural Networks. Perth: IEEE, 1995: 1942-1948.
- [6] 潘峰, 陈杰, 甘明刚, 等. 粒子群优化算法模型分析[J]. 自动化学报, 2006, 32(3): 368-377.

- (Pan F, Chen J, Gan M G, et al. Model analysis of particle swarm optimization[J]. Automation Technology, 2006, 32(3): 368-377.)
- [7] 朱丽莉, 杨志鹏, 袁华. 粒子群优化算法分析及研究进展[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(5): 24-27.  
(Zhu L L, Yang Z P, Yuan H. Particle swarm optimization analysis and research[J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(5): 24-27.)
- [8] Omranm E T, Salman A. Particle swarm optimization method for image clustering[J]. Int J of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2005, 19(3): 297-321.
- [9] Zhang Tamcm Lih. Multimode project scheduling based on particle swarm optimization[J]. Computer Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2006, 21(1): 93-103.
- [10] 刘树安, 唐非. 基于遗传算法的系统辨识方法研究[J]. 系统工程理论与实践. 2007, 16(3): 134-139.  
(Liu S A, Tang F. System identification based on genetic algorithms method[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2007, 16(3): 134-139.)
- [11] Mei h, Li S Y. Decentralized identification for multivariable integrating processes with time elays from closed-loop step tests[J]. ISA Trans, 2007, 46(2): 189-198.
- [12] Wang J F, Li W H. Based on the moving horizon estimation of the nonlinear parameters optimization[C]. 2009 Int Conf on Computer Technology and Development. Kota Kinabalu: IEEE, 2009: 184-188.
- [13] Abbas Nagar, Tawfik Goulermas. Welfare maximization in nonconvex rate utility problem of multimedia communication systems[C]. 2009 2nd Int Conf on Developments in Systems Engineering. Abu Dhabi: IEEE, 2009: 3-11.
- [14] Aruldoss Albert Victoire, Ebenezer Jeyakumarb. Hybrid PSO-SQP for economic dispatch with valve-point effect[J]. Electric Power Systems Research, 2004, 71(1): 51-59.
- [15] Chang Y P. Integration of SQP and PSO for optimal planning of harmonic filters[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(3): 2522-2530.