

文章编号: 1001-0920(2011)10-1473-06

# 一种求解同等并行机调度的混合量子衍生进化规划算法

于艾清<sup>1</sup>, 顾幸生<sup>2</sup>

(1. 上海电力学院 上海市电站自动化技术重点实验室, 上海 200090; 2. 华东理工大学 自动化研究所, 上海 200237)

**摘要:** 针对带顺序相关建立时间的同等并行机调度问题的求解, 提出一种新的混合量子衍生进化规划算法. 该算法通过定义新的量子个体来表示调度问题中的工件排序, 并定义了针对调度问题的量子旋转角, 使个体向更好的解靠近. 同时, 针对并行机问题本身, 改进了个体的编码方式和新的变异方法. 为了验证算法的有效性和收敛性, 采用不同规模的算例进行仿真实验. 结果表明, 即使在小种群情况下, 算法所得解均优于基本进化规划求得的解.

**关键词:** 量子计算; 量子衍生进化规划; 同等并行机调度; 顺序相关建立时间

中图分类号: TP18

文献标识码: A

## Hybrid quantum-inspired evolutionary programming for identical parallel machines scheduling

YU Ai-qing<sup>1</sup>, GU Xing-sheng<sup>2</sup>

(1. Shanghai Key Laboratory of Power Station Automation Technology, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China; 2. Research Institute of Automation, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China. Correspondent: YU Ai-qing, E-mail: yuaiqing@shiep.edu.cn)

**Abstract:** To the identical parallel machine scheduling problems with sequence dependent setup times, a hybrid quantum-inspired evolutionary programming(HQEP) is proposed. In HQEP, a Q-bit individual is defined to represent for a job permutation. A Q-gate is introduced as a variation operator to drive the individuals toward better solutions. Improved representation structures of individuals and mutation operator for scheduling problems are proposed. To evaluate the effectiveness and convergence of the proposed method, experiments are carried out on different scales of randomly generated test problems. Computational results show that HQEP outperforms evolutionary programming for scheduling, even with a small population.

**Key words:** quantum computation; quantum-inspired evolutionary programming; identical parallel machines scheduling; sequence dependent setup times

## 1 引言

并行机调度问题的研究是具有理论和实际意义的: 从实际角度看, 并行机调度是实际生产过程中一类典型的调度问题; 从理论角度可将其视为柔性制造系统中的一类特例和单机问题的一般化调度问题模型. 目前, 已有大量文献集中研究同等并行机调度问题<sup>[1]</sup>, 它是一类典型的 NP-hard 组合优化问题<sup>[2]</sup>, 研究  $N$  个工件在  $M$  台同等机器上的加工过程, 每个工件仅需在某一台机器上加工一次, 要求某调度指标最优, 该调度指标可以是 makespan、总加工时间以及拖期总和等<sup>[3]</sup>. 本文所考虑的是调度指标为 makespan 的

带顺序相关调整时间的同等并行机调度问题.

目前, 较多研究集中在采用进化算法求解并行机调度问题<sup>[4-5]</sup>. 虽然同传统的优化方法相比, 进化算法是鲁棒的、全局的和在不依赖问题知识的, 但这类方法本身也存在不足, 比如种群的大小和参数的设置依赖于问题、没有规则可循、容易早熟等. 针对这些问题, 研究学者正在积极寻找解决办法.

量子衍生进化算法(QEA)<sup>[6-7]</sup>是新近发展起来的一种概率进化算法, 是量子计算与进化计算理论相结合的新兴交叉产物. Shor<sup>[8]</sup>设计了具体的量子算法来分解大数质因子, Grover<sup>[9]</sup>提出了随机数据库搜索的

收稿日期: 2010-06-04; 修回日期: 2010-08-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60774078); 上海高校选拔培养优秀青年教师科研专项基金项目(sdl08002); 上海市重点学科建设项目(P1301); 上海市科学技术委员会课题项目(08DZ2272400).

作者简介: 于艾清(1981—), 女, 副教授, 博士, 从事生产调度、智能优化算法的研究; 顾幸生(1960—), 男, 教授, 博士生导师, 从事生产调度、智能控制理论等研究.

量子算法, Han 等人<sup>[7]</sup>提出了量子衍生遗传算法. 这些研究显示, 通过量子计算有可能解决经典计算中的 NP 问题. 量子进化算法与传统的进化算法相比, 能较好地平衡算法的“探索”和“开发”能力, 即增加了群体的多样性, 改善了选择性压力问题. 然而, 关于量子进化算法在调度问题中的应用研究却涉足不多, 王凌等人<sup>[10]</sup>提出了一种量子衍生遗传算法, 并应用于 Flow Shop 调度问题的研究. 谷金蔚等人<sup>[11]</sup>提出了并行量子遗传算法来解决随机 Job Shop 调度问题.

为了深入研究量子进化算法在调度中的应用, 本文分析了量子进化算法的基本概念, 针对同等并行机调度问题的求解, 提出一种新的混合量子衍生进化规划算法 (HQEP). 相应地提出了针对并行机问题的编码方式和变异方法, 将量子进化算法中的量子位、线性叠加态和量子旋转门的概念结合在进化规划算法中. 最后, 将 HQEP 算法应用于同等并行机调度问题的求解, 并加以不同规模的算例进行仿真实验.

## 2 带顺序相关建立时间的同等并行机调度问题

### 2.1 假设和符号表示

并行机调度问题一般具有以下形式: 给定  $M$  台机器与  $N$  个工件 ( $N > M$ ), 每个工件可在任意一台机器上完成加工. 问题的目标是使所有工件的总完工时间 (makespan) 最短, 即怎样分配每台机器上所加工的工件及加工顺序, 使所有工件的总完工时间最小.

对本文所研究的带顺序相关建立时间的同等并行机调度问题作如下假设:

- 1) 每个工件只有一个加工工序, 可以在任何一台机器上加工并且不能中断;
- 2) 每台机器在同一时刻只能加工一个工件;
- 3) 所有工件在 0 时刻可以启动;
- 4) 所有的机器都是相同的;
- 5) 加工工件之间有顺序相关建立时间.

为了描述该问题的数学模型, 设定符号如下:  $j = 1, 2, \dots, M$  为机器  $j$ ;  $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  为  $N$  个工件的排序, 是整数变量;  $y = (y_1, y_2, \dots, y_M)$  为每台机器上的加工工件数,  $\sum y_j = N$ , 是整数变量;  $t_{x_{k_1}j}$  为工件  $x_{k_1}$  在机器  $j$  上的加工时间,  $k_1 = 1, 2, \dots, N$ ;  $s_{x_{k_1}x_{k_2}}$  为工件  $x_{k_1}$  和  $x_{k_2}$  之间的顺序相关建立时间,  $k_1, k_2 \in \{1, 2, \dots, N\}$ ;  $C_{x_{k_1}}$  为工件  $x_{k_1}$  的完工时间,  $k_1 = 1, 2, \dots, N$ ;  $C_{\max}$  为最大完工时间.

### 2.2 数学模型

本文提出一个新的并行机调度问题的表示方式, 分别用工件加工排序和每台机器上的工件加工数来表示工件的完工时间. 建立该问题的数学模型为

$$\min(C_{\max}). \quad (1)$$

$$\text{s.t. } C_{x_{l+1}j}(x, y) = t_{x_{l+1}j};$$

$$l = \sum_{k=1}^j y_{k-1}, y_0 = 0, j = 1, 2, \dots, M; \quad (2)$$

$$C_{x_{l+i}j}(x, y) = C_{x_{l+i-1}j}(x, y) + t_{x_{l+i}j} + s_{x_{l+i-1}x_{l+i}}, \\ 2 \leq i \leq y_j, j = 1, 2, \dots, M; \quad (3)$$

$$C_{\max} = \max(C_{x_{l+y_j}j}(x, y)), \quad (4)$$

$$1 \leq x_i \leq N, i = 1, 2, \dots, N; \quad (5)$$

$$\sum_j y_j = N, 1 \leq y_j < N, j = 1, 2, \dots, M. \quad (6)$$

其中: 式(1)为目标函数, 即 makespan 最小; 式(2)为第  $j$  台机器上第 1 个加工工件的完工时间; 式(3)为第  $j$  台机器上第  $i$  个加工工件的完工时间; 式(4)为 makespan; 式(5)和(6)为变量约束.

## 3 求解并行机调度的混合量子衍生进化规划算法

### 3.1 量子位和量子个体的表示

在本文所提出的 HQEP 中, 采用量子位<sup>[7]</sup>(Q-bit) 表示量子个体. 该方式的特点是可以表示解的任何线性叠加态. Q-bit 是二状态量子计算机中存储信息的最小单位, 一个量子位可能处于  $|0\rangle$  或  $|1\rangle$  或两种状态的线性叠加. 因此, 一个量子位可表示为

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle. \quad (7)$$

其中:  $\alpha, \beta$  为代表相应状态出现概率幅值的 2 个复数,  $|\alpha|^2$  和  $|\beta|^2$  分别表示 Q-bit 处于状态“0”和状态“1”的概率, 满足  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ .

一个量子个体是由  $m$  个量子位的概率幅值组成的串, 定义为

$$\left[ \begin{array}{c|c|c|c} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_m \\ \beta_1 & \beta_2 & & \beta_m \end{array} \right], i = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

可以看出, 一个具有  $m$  个量子位的量子个体可以表示  $2^m$  个状态. 例如, 假设一个量子个体由 2 个量子位组成, 它的 2 对幅值为  $\left[ \begin{array}{c|c} 1/2 & -1/\sqrt{2} \\ \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \end{array} \right]$ , 则其状态可以表示为

$$-\frac{1}{\sqrt{8}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{8}}|01\rangle - \sqrt{\frac{3}{8}}|10\rangle + \sqrt{\frac{3}{8}}|11\rangle.$$

即它表示状态  $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle$  和  $|11\rangle$  的概率分别为  $1/8, 1/8, 3/8$  和  $3/8$ . 因此, 一个具有 2 个量子位的量子个体可以表示 4 种状态, 这样种群的多样性得到丰富, 更利于算法在搜索空间探索.

### 3.2 量子旋转门

量子变异在量子理论中是通过量子门变换矩阵

实现的. 量子门的选择有多种, 如非门、受控非门、哈玛达门、旋转门等. 在本文提出的 HQEP 中, 选择量子旋转门来进行量子变异, 量子旋转门的极坐标如图 1 所示.

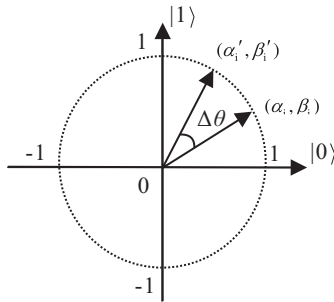


图 1 量子位个体的旋转门的极坐标

量子个体的第  $i$  个量子位  $(\alpha_i, \beta_i)$  用旋转门  $U(\theta)$  进行量子变异, 如下所示:

$$\begin{bmatrix} \alpha'_i \\ \beta'_i \end{bmatrix} = U(\theta_i) \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta_i) & -\sin(\Delta\theta_i) \\ \sin(\Delta\theta_i) & \cos(\Delta\theta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中:  $\theta_i$  是旋转角,  $\theta_i = s(\alpha_i, \beta_i)\Delta\theta_i$ ,  $s(\alpha_i, \beta_i)$  是  $\theta_i$  的符号位, 决定旋转方向;  $\Delta\theta_i$  是旋转角旋转幅度, 可查询旋转角表格, 不同的优化问题, 可以有不同的旋转表.

### 3.3 量子衍生进化规划

进化规划 (EP) 算法是由 Fogel 于 20 世纪 60 年代首次提出的. 30 多年后, 对该算法进行了改进, 使其作为进化算法的一个分支在实际中得到广泛应用<sup>[12-13]</sup>. 最近几年, 进化计算方法在调度问题中的应用开始成为调度理论研究的热点<sup>[14]</sup>. EP 也是模拟自然界中生物的进化规律, 在优胜劣汰的竞争环境中不断进化, 逐渐逼近最优解. 同遗传算法着重于对染色体的算子研究不同, 进化规划更注意个体和种群行为上的进化, 即强调父代和子代行为上的联系, 而不是基因方面的联系. EP 的显著特征是没有杂交过程, 其适应值用于指导子代个体的选择.

考虑到进化规划和量子进化算法的某些共通性和互补性, 本文提出了混合量子衍生进化规划 HQEP, 用量子个体来丰富种群的多样性, 用进化规划的选择操作来注重种群行为上的进化. 针对并行机调度问题, HQEP 主要包括初始种群产生、适应度评价、选择、变异、停止条件, 具体执行方法如下所示:

#### 1) 初始种群的产生

结合第 2 节中并行机调度问题本身的一些表述知识, 对于 HQEP 中的初始种群个体的编码, 采用两部分编码  $X|Y$  更易于理解.  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  为  $n$

个工件的排序, 是字符编码, 字符串长度为  $n$ ;  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$  为每台机器上的加工工件数, 是字符编码, 满足约束条件  $\sum_{j=1}^m y_j = n$ , 字符串长度为  $m$ .

对于  $X$  部分编码, 先将量子个体转换成二进制串个体, 再换算成十进制编码, 最后转换成工件排序. 对于  $Y$  部分编码, 考虑到每台机器上至少要加工一个工件的约束, 每个  $y_j$  是在一定区间范围内随机产生的, 区间为  $\left[1, n - (m - j) - \sum_{k=1}^j y_{k-1}\right]$ .

如图 2 所示, 考虑一个 3 工件 2 机器的并行机调度问题, 采用 2 量子位来表示量子个体, 1 个量子个体对应 1 个工件, 则 3 工件的  $X$  部分量子编码为

$$\left[ \begin{array}{c|c} \frac{1}{2} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \hline \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \hline \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \hline \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{array} \right]$$

对于每个量子位随机生成一个数  $r \in [0, 1]$ , 判断是否满足  $r < |\beta_i|^2$ , 满足则为“1”, 否则为“0”. 由此, 量子个体转化为二进制个体  $[1 \ 0][0 \ 0][1 \ 0]$ , 换算成十进制为  $[2 \ 0 \ 2]$ , 最小的数对应工件 1. 以此类推, 若遇到相同数, 则按出现次序安排工件次序, 进而得到工件排序为  $[2 \ 1 \ 3]$ .  $Y$  部分编码随机生成, 一个完整的个体为  $[2 \ 1 \ 3|2 \ 1]$ .

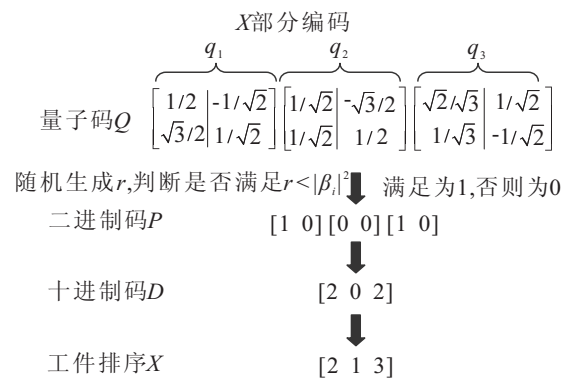


图 2 一个 3 工件量子个体的 X 编码转换过程

#### 2) 适应度评价

将本文所研究的目标函数 makespan 定为适应度, 作为评判标准, 根据适应度来选择子代个体.

#### 3) 选择操作

HQEP 采用随机  $q$ -竞争选择方法使优良个体尽可能入选, 但也允许极少数性能较差的个体入选, 从而使少数性能较差的个体也可以保留在下一代群体中, 这种选择方式是动态的、不确定的. 在混合群体中, 通过  $q$ -竞争选择法产生新一代群体.

#### 4) 量子进化规划变异

针对并行机调度问题的两部分编码形式, HQEP 的变异方式也有所改进, 不同的编码部分采用不同的

变异方法. 对于  $X$  部分编码, 在保有原来进化规划变异的基础上, 采用第 3.2 节中的量子旋转门来进行量子变异, 保留两种变异后适应值较好的个体. 针对本文所研究的并行机调度问题的编码, 借鉴 Fogel<sup>[12]</sup> 的变异方法, 随机选取  $X$  部分编码中的两点并反转两点间的编码来产生新的个体. 同时定义了并行机量子旋转角查询表, 如表 1 所示. 由于  $X$  部分编码的特殊性, 为了使个体具有更好的多样性, 设置 0-1 状态间的转换, 旋转角度为  $0.5\pi$ ; 而 0-0 和 1-1 状态的逼近, 选择较小的角度  $0.2\pi$ . 表 1 中,  $p_i$  为量子个体的二进制码,  $b_i$  为最优个体的二进制码,  $f(\cdot)$  为个体的适应值,  $\Delta\theta_i$  为旋转角旋转幅度.  $\alpha_i\beta_i > 0$  表示此时位于一三象限,  $\alpha_i\beta_i < 0$  表示此时位于二四象限, 对于不能判断象限的保持原有状态.

表 1 并行机调度问题的旋转角查询表

$p_i$	$b_i$	$f(p) < f(b)$	$\Delta\theta_i$	$s(\alpha_i, \beta_i)$	
				$\alpha_i\beta_i > 0$	$\alpha_i\beta_i < 0$
0	0	false	$0.2\pi$	-1	+1
0	0	true	0	0	0
0	1	false	$0.5\pi$	+1	-1
0	1	true	0	0	0
1	0	false	$0.5\pi$	-1	+1
1	0	true	0	0	0
1	1	false	$0.2\pi$	+1	-1
1	1	true	0	0	0

对于  $Y$  部分编码, 根据所考虑问题编码形式的特殊性, 在机器编码部分提出一种新的变异方法. 机器编码部分必须满足两点约束: 1)  $y_j$  为正整数; 2) 加工工件数必须为  $n$ . 这促使了新的变异方法的产生.

随机选取  $Y$  部分编码的两点, 将其中一点进行高斯变异, 为了满足约束, 另一点则补偿其变异前后的变化量. 这一点的高斯变异原则如下:

$$y'_j = y_j + [\sigma N(0, 1)], \quad (10)$$

$$\sigma = \beta \times \frac{\text{FIT}_{\text{old}}}{\text{FIT}_{\text{opt}}}. \quad (11)$$

其中:  $y'_j$  和  $y_j$  分别为子代和父代在  $Y$  部分中的变异点  $j$ ,  $N(0, 1)$  为均值是 0 且标准差是 1 的高斯随机变量,  $\sigma$  为变动范围,  $\text{FIT}_{\text{old}}$  为父代的适应度,  $\text{FIT}_{\text{opt}}$  为种群中的最优适应度,  $\beta$  为尺度因子,  $[\ ]$  表示取整.

#### 5) 停止条件

选择最大迭代次数和最优个体与平均值的偏差作为终止的准则判断.

### 3.4 算法步骤

Step 1: 种群初始化, 将量子个体转化为工件排序.

Step 2: 评价个体, 并存储当代最好个体.

Step 3: 将个体根据不同编码实施进化规划变异、量子变异和高斯变异.

Step 4: 变异后的子代加上原来的父代共同形成混合群体, 并计算其适应值.

Step 5: 进行  $q$  竞争选择, 产生下一代个体.

Step 6: 评价个体, 并存储当代最好个体.

Step 7: 判断是否满足停止条件, 如满足, 则停止, 输出最优解; 否则, 返回 Step 3.

## 4 仿真实验

为了验证 HQEP 算法的有效性, 考虑不同规模下随机生成的同等并行机调度算例, 进行仿真研究. 在 Intel Pentium IV 3.07 GHz 处理器 512 M 内存的计算机上运行程序, 编程环境为 Matlab 6.5. 根据文献 [15] 中算例的产生方法, 工件处理时间在均匀分布的区间  $[1, 20]$  内随机产生, 顺序相关建立时间  $s_{ij} = a \times \min(p_i, p_j)$ , 其中  $a$  为区间  $[A, B]$  内的任意数,  $[A, B] \in \{[0.01, 0.1], [0.2, 0.5]\}$ . 工件数分别为 10, 20 和 50, 机器数分别为 2 和 5.

考虑种群数和  $q$  值对于 HQEP 的性能的影响, 分别对 HQEP 算法定义不同参数组. HQEP<sub>1</sub> 中, popsize = 5,  $q = 2 \text{ popsize}$ ; HQEP<sub>2</sub> 中, popsize = 10,  $q = 1.5 \times \text{popsize}$ ; HQEP<sub>3</sub> 中, popsize = 20,  $q = \text{popsize}$ . 每个算例运行 50 次, 最大代数设为 500, 取其最优值 (Best), 平均值 (Avg) 和最差值 (Worst) 分别列于表 2~表 4, 并与相同参数设置下的基本进化规划 (SEP) 进行比较. 表 2~表 4 中列出了各个算例运行 50 次的最优结果, 其中小规模问题 10 工件的算例在 HQEP 算法种群数为 5 的情况下, 除 1 个算例外, 其余均找到了最优解. 与相同参数下进化规划算法相比, 即使在种群数较小的情况下, HQEP 依然能有较好的搜索和开发能力. 随着种群数的增大, HQEP 算法搜索到最优解的次数也逐渐增多, 20 工件和 50 工件规模的问题所找到的解均优于 SEP 找到的解. 在  $q$  竞争选择法中,  $q$  参数取 2 popsize 表示这是确定性选择, 即所有个体包括父代和子代均参与竞争, 这样保证了最优解的趋势, 但也容易早熟. 当  $q = 1.5 \text{ popsize}$  或  $q = \text{popsize}$  时为随机性选择, 在保证最优解趋势的同时, 也允许较差个体存在, 可以帮助跳出局部最优. 所以, 纵向对比表 2~表 4, 大部分算例用 HQEP<sub>2</sub> 和 HQEP<sub>3</sub> 找到的解均优于 HQEP<sub>1</sub>.

在参数为  $[A, B] = [0.01, 0.1]$ , 机器数为 5, 工件数分别为 10, 20, 50 的 3 组算例中, 对比不同参数设置下的 HQEP 算法的搜索性能, 如图 3 所示. 图 3 显示了算法求解算例最优值的进化过程, 在求解小规模问题时 (如图 3(a) 所示), 不同参数的 HQEP 算法在 100 代

表 2 HQEP<sub>1</sub> 与 SEP 求解的最优值、平均值、最差值的结果

N	M	[A, B]	HQEP <sub>1</sub>			SEP		
			Best/Avg/Worst			Best/Avg/Worst		
10	2	[0.01,0.1]	58.56/59.014/59.56			58.77/59.092/59.93		
		[0.2,0.5]	46.91/47.84/49.33			47.37/48.119/49.31		
	5	[0.01,0.1]	22.26/24.48/26.42			22.26/24.589/28.87		
		[0.2,0.5]	26.63/27.581/28.62			26.63/28.817/33.18		
20	2	[0.01,0.1]	112.86/113.788/114.49			112.94/114.04/115.04		
		[0.2,0.5]	97.05/99.636/103.71			97.79/100.566/104.13		
	5	[0.01,0.1]	41.36/44.134/47.43			41.73/46.142/56.13		
		[0.2,0.5]	52.28/56.004/62.44			52.81/57.949/72.23		
50	2	[0.01,0.1]	276.27/278.226/279.59			276.78/278.654/280.49		
		[0.2,0.5]	318.48/324.042/329.4			321.24/325.334/335.95		
	5	[0.01,0.1]	106.38/116.148/129.95			106.53/128.527/167.19		
		[0.2,0.5]	130.17/143.943/165.06			131.18/156.611/193.64		

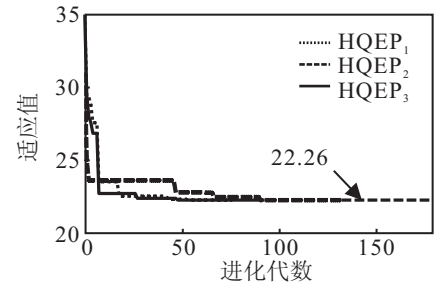
表 3 HQEP<sub>2</sub> 与 SEP 求解的最优值、平均值、最差值的结果

N	M	[A, B]	HQEP <sub>2</sub>			SEP		
			Best/Avg/Worst			Best/Avg/Worst		
10	2	[0.01,0.1]	58.55/58.901/59.49			58.55/58.929/59.84		
		[0.2,0.5]	46.91/47.633/48.22			46.91/47.686/48.55		
	5	[0.01,0.1]	22.26/22.911/24.83			22.26/24.266/25.62		
		[0.2,0.5]	26.63/27.724/28.62			26.63/27.822/31.27		
20	2	[0.01,0.1]	112.44/113.066/114.10			112.68/113.309/114.61		
		[0.2,0.5]	97.40/99.083/101.82			97.61/98.767/101.13		
	5	[0.01,0.1]	40.61/42.146/43.51			40.93/41.893/43.68		
		[0.2,0.5]	50.11/52.442/55.22			50.59/53.228/57.15		
50	2	[0.01,0.1]	275.17/276.002/277.30			275.58/276.949/279.48		
		[0.2,0.5]	314.28/316.875/319.13			316.12/322.105/332.80		
	5	[0.01,0.1]	105.37/108.099/113.73			105.49/112.771/168.23		
		[0.2,0.5]	125.80/130.685/146.51			126.65/131.995/141.18		

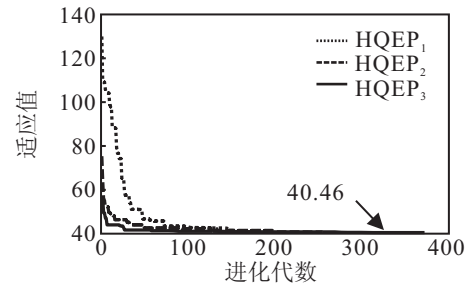
表 4 HQEP<sub>3</sub> 与 SEP 求解的最优值、平均值、最差值的结果

N	M	[A, B]	HQEP <sub>3</sub>			SEP		
			Best/Avg/Worst			Best/Avg/Worst		
10	2	[0.01,0.1]	58.55/58.635/58.91			58.55/58.711/58.91		
		[0.2,0.5]	46.91/47.275/47.86			46.91/47.372/47.87		
	5	[0.01,0.1]	22.26/22.441/22.76			22.26/22.611/23.96		
		[0.2,0.5]	26.63/26.982/28.39			26.63/26.988/28.39		
20	2	[0.01,0.1]	112.27/112.743/113.35			112.72/113.085/113.91		
		[0.2,0.5]	96.85/97.713/98.39			97.05/98.118/98.77		
	5	[0.01,0.1]	40.46/41.02/41.91			40.53/41.272/42.81		
		[0.2,0.5]	50.26/50.978/52.39			50.34/51.392/53.34		
50	2	[0.01,0.1]	274.57/275.389/276.20			274.73/275.725/278.64		
		[0.2,0.5]	311.13/314.868/319.69			312.84/315.406/319.38		
	5	[0.01,0.1]	104.59/105.57/106.38			104.93/106.45/111.19		
		[0.2,0.5]	124.78/128.168/131.94			126.33/128.834/133.03		

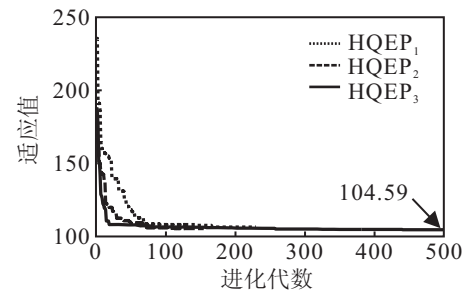
左右即可找到最优解,不同的种群数和  $q$  值对于问题的求解影响较小,由于量子个体的多状态表示方式,即使小种群也能以较快的收敛速度找到解;当工件数增大到 50 时(如图 3(c)所示),即可体现出参数的设置对于算法求解问题的影响,适当的种群数会增大个体的多样性,量子变异和随机  $q$  值防止早熟现象。



(a) 10 工件 5 机器算例



(b) 20 工件 5 机器算例



(c) 50 工件 5 机器算例

图 3 不同参数下 HQEP 算法求解不同算例的最优值演化曲线

### 5 结 论

本文针对带顺序相关建立时间的同等并行机调度问题提出了一种新的混合量子进化规划算法,引入量子个体来表示工件的排序,由此增大解的多样性,并定义了新的量子旋转角度查询表来进行并行机调度问题的工件排序的量子变异.算法结合了量子进化算法的探索、开发能力和进化规划的随机选择机制,有效地避免了早熟问题.将算法用于求解随机生成的不同规模的算例,并与同样参数下的进化规划算法进行比较,所得解均优于进化规划算法所得解.算例仿真验证了算法的收敛性和有效性。

### 参考文献(References)

- [1] Allahverdi A, Ng C T, Cheng T C E. A survey of scheduling problems with setup times or costs[J]. European J of Operational Research, 2008, 187(3): 985-1032.
- [2] Karp R. Complexity of computer computations[M]. New York: Plenum Press, 1972: 85-103.
- [3] Mokotoff E. Parallel machine scheduling problems: A survey[J]. Asia-Pacific J of Operational Research, 2001, 18(2): 193-242.

- [4] Liu Min, Wu Cheng. Scheduling algorithm based on evolutionary computing in identical parallel machine production line[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2003, 19(5): 401-407.
- [5] Kellerer H, Strusevich V A. Scheduling parallel dedicated machines under a single non-shared resource[J]. European J of Operational Research, 2003, 147(2): 345-364.
- [6] 王凌. 量子进化算法研究进展[J]. 控制与决策, 2008, 23(12): 1321-1326.  
(Wang L. Advances in quantum-inspired evolutionary algorithms[J]. Control and Decision, 2008, 23(12): 1321-1326.)
- [7] Han K H, Kim J H. Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization[J]. IEEE Trans on Evolution Computer, 2002, 6(6): 580-593.
- [8] Shor P W. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring[C]. Proc of the 35th Annual Symposium on the Foundation of Computer Sciences. Santa Fe: IEEE Computer Society Press, 1994: 124-134.
- [9] Grover L K. A fast quantum mechanical algorithm for database searches[C]. Proc of the 28th ACM Symposium on the Theory of Computing. Philadelphia: ACM Press, 1996: 212-215.
- [10] Wang L, Wu H, Zheng D Z. A quantum-inspired genetic algorithm for scheduling problems[C]. Proc of ICNC2005. Berlin: Springer-Verlag, 2005: 417-423.
- [11] Gu J W, Gu X S, Gu M Z. A novel parallel quantum genetic algorithm for stochastic job shop scheduling[J]. J of Mathematical Analysis and Applications, 2009, 355(1): 63-81.
- [12] Fogel D B. An introduction to simulated evolutionary optimization[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1994, 5(1): 3-14.
- [13] Fogel D B. Applying evolutionary programming to selected traveling salesman problems[J]. Cybernetics and Systems, 1993, 24(1): 27-36.
- [14] Wang L, Zheng D Z. A modified evolutionary programming for flow shop scheduling[J]. Int J of Advanced Manufacturing Technology, 2003, 22(7/8): 522-527.
- [15] Nessah R, et al. An exact method for  $Pm/sds, r_i / \sum_{i=1}^n C_i$  problem[J]. Computers and Operations Research, 2007, 34(9): 2840-2848.

(上接第1472页)

- [11] 史志伟, 韩敏. ESN岭回归学习算法及混沌时间序列预测[J]. 控制与决策, 2007, 22(3): 258-261.  
(Shi Z W, Han M. Ridge regression learning in ESN for chaotic time series prediction[J]. Control and Decision, 2007, 22(3): 258-261.)
- [12] Ngia L M S, Sjöberg J. Efficient training of neural nets for nonlinear adaptive filtering using a recursive Levenberg-Marquardt algorithm[J]. IEEE Trans on Signal Process, 2000, 48(7): 1915-1927.
- [13] Hossein Mirzaee. Long-term prediction of chaotic time series with multi-step prediction horizons by a neural network with Levenberg-Marquardt learning algorithm[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2009, 41(2009): 1975-1979.
- [14] Derrick T M, Nikolay N. Recursive bayesian recurrent neural networks for time-series modeling[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2010, 21(2): 262-274.
- [15] Puskorius G V, Feldkamp L A. Neurocontrol of nonlinear dynamical systems with Kalman filter trained recurrent networks[J]. IEEE Trans on Neural Network, 1994, 5(2): 279-297.

## 下 期 要 目

- 面向多机器人系统的增强学习研究进展综述 ..... 吴 军, 等
- 多智能体系统可控性的图论刻画 ..... 张安慧, 等
- 洋流影响下基于运动矢径的 AUV 协同定位方法 ..... 刘明雍, 等
- 基于多尺度上下文信息的图像目标分类算法 ..... 杨 蕾, 等
- 基于信号量化的随机时滞网络化系统的分析与设计 ..... 褚红燕, 等
- 一种功能分区的 BP 神经网络结构设计方法 ..... 张昭昭, 等
- 考虑可变事故清除时间的暂态稳定约束最优潮流 ..... 童小娇, 等