

文章编号: 1001-0920(2011)10-1549-04

基于输出反馈的双线性控制系统

杨玲玲, 章云, 陈贞丰

(广东工业大学 自动化学院, 广州 510060)

摘要: 非线性和不确定性是制约控制系统性能的主要因素, 鉴于此, 提出了一种基于偏差分离的双线性输出反馈控制策略, 并给出了双线性输出反馈控制系统指数渐近稳定的充分条件. 该策略由常规PID控制器和线性补偿控制器两部分组成, 在线获取模型偏差信息并进行补偿控制, 控制器结构简单, 具有较好的工程意义. 仿真结果表明了所提出的双线性输出反馈控制策略的有效性.

关键词: 双线性控制; 输出反馈; 偏差分离; 非线性; 不确定性

中图分类号: TP18

文献标识码: A

Output feedback based bilinear control system

YANG Ling-ling, ZHANG Yun, CHEN Zhen-feng

(Faculty of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510060, China. Correspondent: YANG Ling-ling, E-mail: 505049@163.com)

Abstract: Nonlinearity and uncertainty are main factors which restrict the system performance. Bilinear output feedback control strategy based on model bias separation is proposed, which is the integration of a conventional PID controller and a linear compensator. The sufficient condition for system exponential stability is proposed. The bilinear output feedback control obtains the model bias information online, and adopts the simple bilinear control structure, so it has good engineering significance. The simulation results show the effectiveness of the proposed bilinear output feedback control strategy.

Key words: bilinear control; output feedback; model bias separation; nonlinearity; uncertainty

1 引言

在实际工程中, 被控对象往往伴随着各种不确定性, 包括结构不确定、参数不确定和外部扰动等. 这些不确定性使建立的数学模型与实际系统之间产生差异, 从而影响控制的性能, 甚至导致系统不稳定. 国内外学者提出了很多方法来解决上述不确定性问题. 如果可以得到不确定部分的界的信息, 则采用鲁棒控制能够较好地处理这类不确定性, 设计方法有鲁棒控制器^[1]、鲁棒可靠控制器^[2-3]、鲁棒保性能控制器^[4]、鲁棒容错控制器^[5-6]等. 鲁棒控制器的典型结构由两部分组成: 一部分用来控制标称系统, 使标称系统具有好的性能; 另一部分用来消除不确定性的影响. 在鲁棒控制器的设计过程中, 需要用到不确定部分的界的信息, 但其通常难以准确得到, 因此设计时往往用最坏的情况进行估计, 这样会导致鲁棒控制器设计的保守性.

如果不确定部分可以用参数化模型进行描述, 即表示为已知的线性或非线性函数与未知参数的乘积形式, 则采用自适应控制^[7]能够获得较好的控制效果. 尤其是backstepping方法的引入, 扩展了自适应控制的研究领域. 自适应backstepping控制^[8-10]可以使一大类非线性不确定系统实现全局稳定和有良好的跟踪性能. 然而, 自适应控制中的参数自适应律设计复杂, backstepping方法设计步骤较多, 计算量大, 不利于工程实现. 综上所述, 如果能够比较准确地实时获取更多关于不确定部分的信息, 则可以设计结构简单、便于工程实现的控制器. 在实际系统中, 不确定性的影响必定会在系统轨迹中反映出来. 因此, 如何从系统轨迹中把不确定部分的信息分离出来, 并设计控制器抵消不确定性的影响, 是值得进一步研究的问题.

本文提出一种新的双线性控制策略来解决非线性不确定系统的控制问题. 双线性控制策略将系统模

收稿日期: 2010-07-07; 修回日期: 2010-08-31.

基金项目: 国家自然科学基金项目(U0735003,60974047); 教育部博士点基金项目(20070562005); 广东省基金团队项目(8351009001000002).

作者简介: 杨玲玲(1978—), 女, 讲师, 博士, 从事非线性控制、智能控制的研究; 章云(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制与信息处理技术、机器人技术等研究.

型分为线性模型和非线性不确定性两部分,用偏差分离结构获取非线性不确定部分的信息. 控制器也由两部分组成: 一部分根据线性模型设计PID控制器; 另一部分基于非线性不确定部分的信息设计线性补偿控制器. 三级倒立摆系统的数值仿真结果验证了双线性控制策略的有效性.

2 双线性输出反馈控制系统设计

2.1 问题描述

考虑如下非线性不确定系统:

$$y^{(r)} = f(y^{(r-1)}, y^{(r-2)}, \dots, y, u, w). \quad (1)$$

其中: $y \in \mathbf{R}^p$ 为系统输出, $u \in \mathbf{R}^m$ 为系统控制输入, $w \in \mathbf{R}^l$ 为系统的外部扰动.

在实际工程中, 通常可将系统(1)的模型分为两部分来考虑. 在系统平衡点附近, 其状态轨迹一般可用线性微分方程描述, 稳定性与整个系统的稳定性密切相关, 为系统的主体部分; 而其余部分归为模型偏差. 系统(1)可改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_s = Ax_s + Bu + D(x_s, w), \\ y = Cx_s. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x_s = [y, \dot{y}, \dots, y^{(r-1)}]^T \in \mathbf{R}^n$ ($n = r \times p$) 为系统的状态变量; $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为系统矩阵; $B \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 为控制矩阵; $C \in \mathbf{R}^{p \times n}$ 为输出矩阵; $D(x_s, w)$ 为系统的模型偏差, 包括非线性和不确定性.

控制系统设计的问题是: 在 $D(x_s, w)$ 未知的情况下, 如何求取控制输入 u , 使系统(2)稳定, 并同时具有良好的动态性能.

2.2 基于偏差分离的双线性输出反馈控制系统结构

将系统的控制输入 $u(t)$ 分成两部分, 即

$$u(t) = u_0(t) + u_e(t). \quad (3)$$

其中: $u_0(t)$ 用于控制系统的线性部分, 保证线性系统具有良好的动态性能; $u_e(t)$ 用于补偿模型偏差的影响. 基于偏差分离的双线性输出反馈控制系统结构如图1所示.

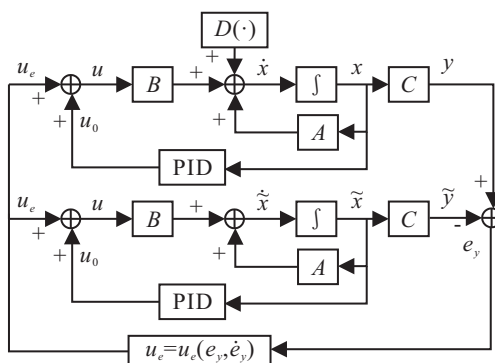


图1 基于偏差分离的双线性输出反馈控制系统结构

2.2.1 线性控制器 $u_0(t)$ 的设计

首先, 令 $D(x_s, w) = 0$, $u_0(t)$ 采用PID控制, 即

$$u_0 = K_p(y^* - y) + K_d(\dot{y}^* - \dot{y}) + K_i \int (y^* - y) dt, \quad (4)$$

其中 $y^* \in \mathbf{R}^p$ 和 $\dot{y}^* \in \mathbf{R}^p$ 分别为系统的期望输出及其一阶导数.

不失一般性, 取 $y^* = 0, \dot{y}^* = 0$. 同时由式(2)可假设 $\dot{y} = C_d x_s, C_d \in \mathbf{R}^{p \times n}$, 式(4)可改写为

$$u_0 = -\left(K_p C x_s + K_d C_d x_s + K_i \int C x_s dt\right). \quad (5)$$

令 $x_T = \int C x_s dt$, 则 $\dot{x}_T = C x_s$. 令 $x = [x_s, x_T]^T \in \mathbf{R}^{n+p}$, 系统(2)可改写为

$$\begin{cases} \dot{x} = A_k x + B_k u_e + D_k(x, w), \\ y = C_k x. \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$A_k = \begin{bmatrix} A - B(K_p C + K_d C_d) & -BK_i \\ C & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_k = [B, 0]^T, D_k(x_s, w) = [D(x, w), 0]^T, C_k = [C, 0].$$

PID控制器的参数选择方法较多^[11], 合理选择控制器参数 K_p, K_i, K_d , 可以保证当 $D_k(x, w) = 0$ 时, 系统(6)稳定, 并具有良好的动态性能.

2.2.2 补偿控制器 $u_e(t)$ 的设计

为了补偿模型偏差带来的影响, 要设法从可得到的系统输出信息中分离出 $D_k(x, w)$ 的信息. 由于 A_k, B_k, C_k 已知, 构造如下标称系统:

$$\dot{\tilde{x}} = A_k \tilde{x} + B_k u_e, \tilde{y} = C_k \tilde{x}. \quad (7)$$

由式(6)和(7)得到

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \dot{x} - \dot{\tilde{x}} = A_k z + D_k(x, w), \\ e_y &= y - \tilde{y} = C_k z. \end{aligned} \quad (8)$$

由于偏差分离信号 $e_y = y - \tilde{y}$ 是可测信息, 令补偿控制 $u_e(t)$ 为

$$\begin{aligned} u_e(t) &= u_e(e_y, \dot{e}_y) = \eta_1^T e_y + \eta_2^T \dot{e}_y, \\ \eta_1, \eta_2 &\in \mathbf{R}^{p \times m}, \end{aligned} \quad (9)$$

使得

$$J = \min_{\eta_1, \eta_2} \|B_k u_e + D_k(x, w)\|. \quad (10)$$

由式(8)和式(9)得到

$$\begin{aligned} B_k u_e + D_k(x, w) &= \\ B_k \eta_1^T e_y + B_k \eta_2^T \dot{e}_y + D_k(x, w) &= \\ B_k \eta_1^T C_k z + B_k \eta_2^T C_k \dot{z} + D_k(x, w). \end{aligned}$$

如果

$$B_k \eta_1^T C_k = A_k, B_k \eta_2^T C_k = -I, \quad (11)$$

则有

$$J = \min_{\eta_1, \eta_2} \|B_k u_e + D_k(x, w)\| = 0, \quad (12)$$

即 $u_e(t)$ 可以完全补偿模型偏差 $D_k(x, w)$ 的影响.

式 (11) 有解的条件是: $\min(m, p, n) = n(m \leq n, p \leq n)$. 可见, 增加系统输出变量的个数或增加控制量的个数, 均可以提高对 $D_k(x, w)$ 的补偿能力. 但在实际工程应用中, 系统输出变量的个数尤其是控制量的个数很难按需要随意增加. 为此, 应设法使式 (10) 最小, 尽量补偿 $D_k(x, w)$ 的影响.

若式 (10) 成立, 则有

$$\begin{aligned} J_1 &= \min_{\eta_1, \eta_2} \|B_k \eta_1^T C_k - A_k\| = \min, \\ J_2 &= \min_{\eta_1, \eta_2} \|B_k \eta_2^T C_k + I\| = \min. \end{aligned} \quad (13)$$

由最小二乘法, 可以得到

$$\begin{aligned} \eta_1^T &= (B_k^T B_k)^{-1} B_k^T A_k C_k^T (C_k C_k^T)^{-1}, \\ \eta_2^T &= -(B_k^T B_k)^{-1} B_k^T C_k^T (C_k C_k^T)^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

3 双线性输出反馈控制系统的稳定性分析

不失一般性, 令模型偏差 $D_k(x, w) = D_k(x)$, 暂不考虑 w 的影响.

定理 1 若系统 (6) 存在 $L \geq 0$, 并满足

$\|D_k(x_1) - D_k(x_2)\| \leq L \|x_1 - x_2\|, \forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}^n$, 则存在满足式 (9) 和 (14) 的 $u_e(t)$, 使系统 (6) 在平衡点 $x = 0$ 上指数渐近稳定.

证明 选取补偿控制 $u_e(t)$ 为

$$u_e(t) = \eta_1^T e_y + \eta_2^T \dot{e}_y.$$

由式 (6) 有

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_k x + B_k u_e(t) + D_k(x) = \\ &A_k x + B_k (B_k^T B_k)^{-1} B_k^T A_k C_k^T (C_k C_k^T)^{-1} C_k z - \\ &B_k (B_k^T B_k)^{-1} B_k^T C_k^T (C_k C_k^T)^{-1} C_k \dot{z} + D_k(x) = \\ &A_k x + [B_k (B_k^T B_k)^{-1} B_k^T A_k C_k^T (C_k C_k^T)^{-1} C_k - \\ &B_k (B_k^T B_k)^{-1} B_k^T C_k^T (C_k C_k^T)^{-1} C_k A_k] z + \\ &[I - B_k (B_k^T B_k)^{-1} B_k^T C_k^T (C_k C_k^T)^{-1} C_k] D_k(x) = \\ &A_k x + \Delta A z + \Delta I D_k(x). \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta A &= B_k (B_k^T B_k)^{-1} B_k^T A_k C_k^T (C_k C_k^T)^{-1} C_k - \\ &B_k (B_k^T B_k)^{-1} B_k^T C_k^T (C_k C_k^T)^{-1} C_k A_k, \\ \Delta I &= I - B_k (B_k^T B_k)^{-1} B_k^T C_k^T (C_k C_k^T)^{-1} C_k. \end{aligned}$$

设 $z(t), x(t)$ 的初始值分别为 $z(t_0) = z_0, x(t_0) = x_0$, 由于

$$z(t) = e^{A_k(t-t_0)} z_0 + \int_{t_0}^t e^{A_k(t-\tau)} D_k(x(\tau)) d\tau,$$

有

$$x(t) = e^{A_k(t-t_0)} x_0 +$$

$$\begin{aligned} &\int_{t_0}^t e^{A_k(t-\tau)} [\Delta A_k z(\tau) + \Delta I D_k(x(\tau))] d\tau = \\ &e^{A_k(t-t_0)} x_0 + \int_{t_0}^t e^{A_k(t-\tau)} \left[\Delta A_k \left(e^{A_k(\tau-t_0)} z_0 + \right. \right. \\ &\left. \left. \int_{t_0}^{\tau} e^{A_k(\tau-\sigma)} D_k(x(\sigma)) d\sigma \right) + \Delta I D_k(x(\tau)) \right] d\tau = \\ &e^{A_k(t-t_0)} [x_0 + \Delta A_k z_0(t-t_0)] + \\ &\int_{t_0}^t e^{A_k(t-\tau)} \int_{t_0}^{\tau} e^{A_k(t-\sigma)} D_k(x(\sigma)) d\sigma d\tau + \\ &\int_{t_0}^t e^{A_k(t-\tau)} \Delta I D_k(x(\tau)) d\tau \leq \\ &e^{A_k(t-t_0)} [x_0 + \Delta A_k z_0(t-t_0)] + \\ &\int_{t_0}^t e^{A_k(t-\tau)} d\tau \int_{t_0}^{\tau} e^{A_k(t-\sigma)} D_k(x(\sigma)) d\sigma + \\ &\int_{t_0}^t e^{A_k(t-\tau)} \Delta I D_k(x(\tau)) d\tau, \end{aligned}$$

进而有

$$\begin{aligned} \|x(t)\| &\leq \\ &\|e^{A_k(t-t_0)} [x_0 + \Delta A_k z_0(t-t_0)]\| + \\ &\left(\left\| \int_{t_0}^t e^{A_k(t-\tau)} d\tau \right\| + \|\Delta I\| \right) \times \\ &\int_{t_0}^t \|e^{A_k(t-\tau)}\| \|D_k(x(\tau))\| d\tau \leq \\ &N_1 \|e^{A_k(t-t_0)/2}\| + N_2 \int_{t_0}^t \|e^{A_k(t-\tau)/2}\| \|x(\tau)\| d\tau. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} N_1 &= \|e^{A_k(t-t_0)/2} [x_0 + \Delta A_k z_0(t-t_0)]\|, \\ N_2 &= \|e^{A_k(t-t_0)/2}\| \left(\left\| \int_{t_0}^t e^{A_k(t-\tau)} d\tau \right\| + \|\Delta I\| \right) L. \end{aligned}$$

由 Bellman-Gronwall 引理可得

$$\begin{aligned} \|x(t)\| &\leq \\ &N_1 \|e^{A_k(t-t_0)/2}\| + N_2 \int_{t_0}^t \|e^{A_k(t-\tau)/2}\| \|x(\tau)\| d\tau \leq \\ &N_1 \|e^{A_k(t-t_0)/2}\| + N_1 N_2 \|e^{A_k(t-t_0)/2}\| \times \\ &|t-t_0| \exp\left(N_2 \int_{t_0}^t \|e^{A_k(t-\tau)/2}\| d\tau\right) \leq \\ &N_3 \|e^{A_k(t-t_0)/4}\|, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} N_3 &= N_1 \|e^{A_k(t-t_0)/4}\| + N_1 N_2 |t-t_0| \times \\ &\exp\left(N_2 \int_{t_0}^t \|e^{A_k(t-\tau)/2}\| d\tau\right) \|e^{A_k(t-t_0)/4}\|. \end{aligned}$$

所以系统 (6) 在平衡点 $x = 0$ 上指数渐近稳定. \square

4 仿真实例

考虑三级倒立摆系统的输出反馈控制问题. 倒立摆的非线性数学模型和参数见文献 [12-13]. 系统输出量为 $Y = [x, \phi_1, \phi_2, \phi_3]^T$, 控制量为 $U = [K_s, u, 0, 0]^T$. 其中: x 为台车的位移; ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 分别为一摆、二摆和三摆的角度; u 为驱动电机的输入电压; K_s 为从模拟电压输出到小车受力的增益.

设计双线性控制器, PID 控制器的参数整定为

$$K_p = [-0.6996, -30.5385, 75.355, -55.0451],$$

$$K_i = [0, 0.01, 0.01, 0.01],$$

$$K_d = [-3.0337, -1.1457, 4.0532, -7.5062].$$

补偿控制采用式(9), 参数为

$$\eta_1^T = [-1.3876, 3.4918, -6.6816, -0.0057],$$

$$\eta_2^T = [0.8441, 2.2294, -6.5774, 7.2838].$$

为了比较双线性控制和PID控制的控制效果, 选取系统的ITAE(integration of the production of time and absolute error)性能指标 $J = \int t(|x| + |\phi_1| + |\phi_2| + |\phi_3|)dt$ 来评价系统的动态性能.

首先考虑系统初始状态不确定的情况. 倒立摆的初始状态为 $x(0) = 0.1\text{m}$, $\phi_1(0) = 0.0866\text{rad}$, $\phi_2(0) = 0.197\text{rad}$, $\phi_3(0) = 0.197\text{rad}$. 仿真结果如图2~图5所示, 其中实线代表双线性控制, 虚线代表PID控制. ITAE性能指标为: 双线性控制 $J = 2.4826$, PID控制 $J = 2.7166$.

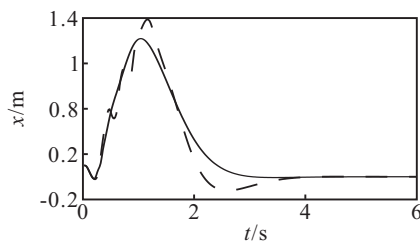


图2 台车的位移

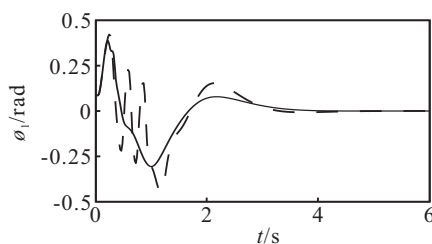


图3 一摆的角度

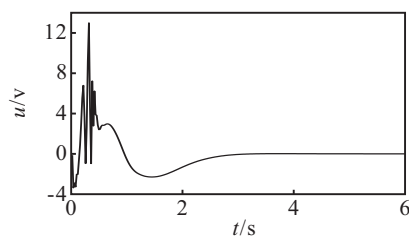


图4 双线性控制量

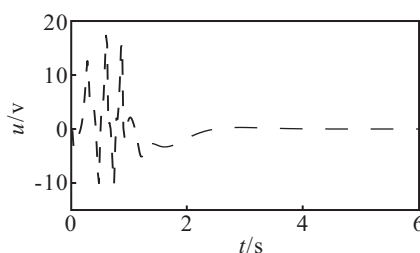


图5 PID控制量

图2~图5表明, 在PID控制中, 台车位移 x 和一摆角度 ϕ_1 振幅较大, ϕ_1 在初始阶段的动态性能较差;

在双线性控制中, 台车位移 x 和角度 ϕ_1 的振荡次数和振幅明显减小; 在双线性控制中, 控制量的幅值远小于PID的控制量幅值. 可见, 双线性控制对不确定产生快速响应, 在控制量较小的情况下, 显著改善了系统的动态性能, 并具有一定的稳定裕量. 进一步考虑有界扰动、脉冲扰动和白噪声扰动的情况. 由于篇幅所限, 仅列出各种扰动下的ITAE性能指标, 见表1. 扰动的幅值分别为:

1) 设三级倒立摆各部分的摩擦力矩为有界扰动 $d(t)$, 且 $|d(t)| \leq [0.07, 0.015, 0.009, 0.005]$.

2) 分别在 $t = 0\text{s}$, $t = 2\text{s}$ 和 $t = 4\text{s}$ 沿控制量 $u(t)$ 方向给台车施加脉冲 $2\delta(t)\text{V}$, 其中 $\delta(t)$ 为脉冲函数.

3) 设系统输出量受高斯白噪声干扰, 信噪比均为 -20dB .

表1 3种外部扰动下系统的ITAE性能指标

	有界扰动	脉冲扰动	白噪声扰动
双线性控制	2.5025	2.4557	2.0211
PID控制	2.6385	2.6744	3.8194

表1表明, 在3种不同的外部扰动情况下, 双线性控制的ITAE性能指标均小于PID控制, 即系统状态的变化幅度较小, 过渡过程时间较短, 系统状态能够快速达到稳态值.

5 结论

针对非线性不确定系统的控制问题, 提出了基于偏差分离的双线性输出反馈控制结构, 其由PID控制器和线性补偿器组成, 采用新颖的偏差分离结构在线获取系统的非线性不确定部分的信息, 用结构简单的线性控制器对系统的非线性不确定性进行补偿. 三级倒立摆的仿真结果表明, 双线性输出反馈控制系统可以减小系统状态的变化幅度, 缩短过渡过程时间, 提高系统响应的快速性, 系统的动态性能得到改善. 在多种不确定情况下, 双线性控制均能够达到期望的控制效果, 具有较强的鲁棒稳定性. 由于双线性控制采用线性控制策略, 在工程中可以方便地实现, 进而在工程实践中具有广泛的应用前景.

参考文献(References)

- [1] Wu H N. An ILMI approach to robust H2 static output feedback fuzzy control for uncertain discrete-time nonlinear systems[J]. Automatica, 2008, 44(9): 2333-2339.
- [2] Wang Z D, Huang B, Unbehauen H. Robust reliable control for a class of uncertain nonlinear state-delayed systems[J]. Automatica, 1999, 35(5): 955-963.