文章编号: 1001-0920 (2011) 11-1711-05

具有扇区有界非线性时变时延离散系统的非脆弱 H_∞ 控制

杨晓芳[1,2], 杨 维[1,2], 刘建昌[1]

(1. 东北大学 信息科学与工程学院，沈阳 110819；2. 本溪钢铁集团有限责任公司，辽宁 本溪 117000)

摘 要: 研究具有扇区有界非线性时变时延离散系统的非脆弱非线性记忆状态反馈 H_∞ 控制器的设计问题. 提出一种具有更一般性的控制器增益不确定, 并采用 Lyapunov-Krasovskii 泛函及线性矩阵不等式技术给出了控制器设计的一个时滞依赖的充分条件. 最后通过一个例子验证了所提出方法的有效性.

关键词: 时延；非脆弱控制；Lyapunov-Krasovskii 泛函；记忆控制器；线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Non-fragile memory state feedback H_∞ control for discrete-time systems with simultaneous sector-bounded nonlinearities and varying time delay

YANG Xiao-fang[1,2], *YANG Wei*[1,2], *LIU Jian-chang*[1]

(1. College of Information Science and Engineering，Northeastern University，Shenyang 110819，China；2. Benxi Iron & Steel(Group) Co Ltd，Benxi 117000，China. Correspondent：LIU Jian-chang，E-mail：liujianchang@ise.neu.edu.cn)

Abstract: For a class of discrete-time systems with simultaneous sector-bounded nonlinearities and varying time delay, the design problem of non-fragile nonlinear memory state feedback H_∞ controller is investigated. A more general controller gain variations is proposed. A sufficient delay dependent condition for the existence of non-fragile controller is obtained by using appropriate Lyapunov-Krasovskii functional approach and linear matrix inequality(LMI) technique. Finally, a numerical example demonstrates the effectiveness of the proposed design method.

Key words: time delays；non-fragile control；Lyapunov-Krasovskii function；memory control；linear matrix inequality

1 引 言

自从人们意识到控制器系数即使有非常小的参数摄动都有可能使得闭环系统不稳定以来, 控制器的脆弱性问题便受到人们的广泛关注[1]. 实际上, 由于数字系统的有限字长, 模拟系统的内在不精确性以及最终控制器实现时所作的参数调整均会使控制器参数存在一定的误差[2]. 在过去的几十年里, 对于线性系统及非线性系统已经有很多关于非脆弱控制器设计问题的结果, 例如, 文献 [2-7] 及其参考文献. 其中: [2-5]主要针对线性系统, 而[6-7]则研究了非线性系统.

另一方面, 由于系统的复杂性、测量变参数的困难性、环境干扰以及不确定或时延参数, 要得到动态系统的精确模型几乎是不可能的[8], 而非线性系统则能够更精确地接近原系统. 另外, 必须注意的是, 时延是经常发生的, 而且会使得各种工程系统的稳定性严重降低. 因此, 针对非线性时延系统的研究已经有相当多的结果, 如文献 [9-11] 及其参考文献. 近年来, 文献 [12-13] 研究了一类同时具有扇区有界非线性及时延的非线性系统. 虽然人们已经意识到在实际反馈系统中几乎很难得到精确的控制器增益, 但很少有结果针对非线性系统的非脆弱控制问题进行研究. 显然, 非线性系统的非脆弱控制与线性系统相比, 困难性更大.

由于上述原因, 本文考虑了一类同时具有扇区有界非线性及时延的离散非线性系统的非脆弱非线性记忆状态反馈 H_∞ 控制器设计问题, 并假设所要设计的控制器能够抑制加性的控制器参数摄动. 由于考虑了一类更一般的控制器参数摄动, 所设计的结果保守性会降低. 设计的结果依赖于时延参数并保证误差系统渐近稳定且具有指定的 H_∞ 性能指标. 相应的控制器通过求解一组线性矩阵不等式获得. 最后通过一个数值例子说明了所提出方法的有效性.

收稿日期: 2010-09-02；**修回日期:** 2010-12-02.

作者简介: 杨晓芳(1964−), 男, 高级工程师, 博士生, 从事故障诊断、轧制过程自动化等研究；刘建昌(1960−), 男, 教授, 博士生导师, 从事故障诊断、控制与优化等研究.

2 问题描述和预备知识

为方便叙述, 下文记 $\mathrm{diag}\{\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_n\}$ 表示对角块矩阵, 其中对角块元素是 $\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_n$.

2.1 问题描述

考虑如下一类具有扇区有界非线性系统, 具体形式如下:

$$\begin{aligned} &x(k+1) = \\ &Ax(k) + A_d x(k-d(k)) + Ff(x(k)) + \\ &F_d f(x(k-d(k))) + B_u u(k) + B_w w(k), \\ &z(k) = Cx(k), \\ &x(k) = \Phi(k),\ k = -d_M, -d_M+1, \cdots, 0. \end{aligned} \tag{1}$$

其中: $x(k) \in R^n$ 是状态向量, $w(k) \in R^r$ 是干扰输入并假设属于 $l_2[0,\infty)$, $z(k) \in R^m$ 是测量输出; 系统矩阵 A, A_d, F, F_d, B_u, B_w 和 C 是具有适当维数的已知常数阵; $f(*)$ 是向量非线性函数; $d(k)$ 表示区间型时变时延, 满足如下条件:

$$0 \leqslant d_m \leqslant d(k) \leqslant d_M, \tag{2}$$

式中下界 d_m 和上界 d_M 是已知正常数; $\{\Phi(k), k = -d_M, -d_M+1, \cdots, 0\}$ 是给定的初始条件.

不失一般性, 为了讨论方便, 首先给出如下假设:

假设 1 [14] 矩阵 B_u 是列满秩的, 即 $\mathrm{rank}(B_u) = m$. 对于列满秩矩阵 B_u, 总存在 2 个正交矩阵 $U \in R^{n\times n}$ 和 $V \in R^{m\times m}$ 使得

$$\tilde{B}_u = UB_uV = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} B_u V = \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{3}$$

其中: $U_1 \in R^{m\times n}$, $U_2 \in R^{(n-m)\times n}$, 且 $\Sigma = \mathrm{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_m\}$, $\sigma_i\ (i=1,2,\cdots,m)$ 是 B_u 的非零奇异值.

假设 2 [12-13] 假设向量非线性函数 $f(*)$ 对 $\forall x, y \in R^n$ 满足如下扇区有界条件:

$$[f(x) - f(y) - M_1\varepsilon]^{\mathrm{T}}[f(x) - f(y) - M_2\varepsilon] \leqslant 0, \tag{4}$$

其中 $\varepsilon = x - y$, 且 $M_1 \in R^{n\times n}$ 和 $M_2 \in R^{n\times n}$ 是已知常数阵.

下面, 不失一般性, 假设

$$f(0) = 0. \tag{5}$$

注 1 显然, 假设 2 中的条件比近来得到广泛研究的 Lipschitz 条件及 sigmoid 函数更具有一般性[12-13]. M_1 和 M_2 分别是上下界.

考虑具有如下状态空间实现的非线性记忆状态反馈控制器:

$$\begin{aligned} u(k) = &Kx(k) + K_d x(k-d(k)) + K_f f(x(k)) + \\ &K_{fd} f(x(k-d(k))). \end{aligned} \tag{6}$$

其中: K, K_d, K_f 和 K_{fd} 是状态反馈控制器的参数, 具有如下加性增益不确定:

$$\begin{aligned} &K = K_1 + \Gamma_1,\ K_d = K_{d1} + \Gamma_2, \\ &K_f = K_{f1} + \Gamma_3,\ K_{fd} = K_{fd1} + \Gamma_4. \end{aligned} \tag{7}$$

式中: K_1, K_{d1}, K_{f1} 和 K_{fd1} 是所要设计的控制器参数; $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ 和 Γ_4 表示增益摄动, 具有如下形式:

$$\begin{aligned} &\Gamma_1 = H_1\boldsymbol{R}_1(k)E_1,\ \Gamma_2 = H_2\boldsymbol{R}_2(k)E_2, \\ &\Gamma_3 = H_3\boldsymbol{R}_3(k)E_3,\ \Gamma_4 = H_4\boldsymbol{R}_4(k)E_4. \end{aligned} \tag{8}$$

式中: $H_i, E_i\ (i = 1,2,3,4)$ 是具有适当维数的已知常数矩阵; $\boldsymbol{R}_i(k)$ 表示时变参数不确定, 并假设具有如下形式:

$$\boldsymbol{R}_i(k) = \mathrm{diag}\{\boldsymbol{R}_{i1}(k), \cdots, \boldsymbol{R}_{ir}(k)\}, \tag{9}$$

式中 $\boldsymbol{R}_{il} \in R^{p_l\times q_l}, l = 1,2,\cdots,r$, 是未知时变矩阵, 满足 $\boldsymbol{R}_{il}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_{il}(k) \leqslant I, k = 0,1,\cdots$.

注 2 文献 [15] 采用上述不确定模型描述系统的参数摄动. [5] 指出, 采用上述不确定模型描述控制器参数摄动比 [3] 的不确定模型更具有一般性, 也就是说保守性会降低.

注 3 一般无记忆控制器相对而言具有简单的结构且容易实现, 而记忆控制器常常具有更好的闭环系统性能[16].

将控制器 (6) 与系统 (1) 相结合, 可得到如下闭环系统:

$$\begin{aligned} &x(k+1 = \\ &\bar{A}x(k) + \bar{A}_d x(k-d(k)) + \bar{A}_f f(x(k)) + \\ &\bar{A}_{fd} f(x(k-d(k))) + B_w w(k), \\ &z(k) = Cx(k). \end{aligned} \tag{10}$$

其中: $\bar{A} = A + B_uK$, $\bar{A}_d = A_d + B_uK_d$, $\bar{A}_f = F + B_uK_f$, $\bar{A}_{fd} = F_d + B_uK_{fd}$.

本文所考虑的问题如下: 具有加性增益不确定的非线性非脆弱记忆状态反馈 H_∞ 控制问题, 即对于给定的正常数 γ, 设计控制器 (6), 使得闭环系统 (10) 渐近稳定且满足给定的 H_∞ 性能指标.

2.2 预备知识

为了得到主要结果, 先给出如下 2 个引理:

引理 1 [14] 对于列满秩矩阵 $B_u \in n\times m$, 如果矩阵 P 满足如下结构:

$$\begin{aligned} P = &U^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}\{P_{11}, P_{22}\}U = \\ &U_1^{\mathrm{T}}P_{11}U_1 + U_2^{\mathrm{T}}P_{22}U_2. \end{aligned} \tag{11}$$

其中: $P_{11} \in R^{m\times m} > 0$, $P_{22} \in R^{(n-m)\times(n-m)} > 0$, 且 U_1 和 U_2 如式 (3) 中定义. 则存在非奇异矩阵 $P_1 \in R^{m\times m}$ 使得 $PB_u = B_uP_1$ 成立.

引理 2 [15] 令 F, E 和 $\boldsymbol{R}$ 为具有合适维数的实矩阵, $\boldsymbol{R}$ 具有 $\boldsymbol{R} = \mathrm{diag}\{\boldsymbol{R}_1, \cdots, \boldsymbol{R}_r\}$, $\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i \leqslant I$, $i = 1$,

$2,\cdots,r$. 则对于任意实矩阵 $\Lambda=\mathrm{diag}\{\lambda_1 I,\cdots,\lambda_r I\}>0$, 下面不等式成立:

$$F\boldsymbol{R}E+E^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}\leqslant F\Lambda F^{\mathrm{T}}+E^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}E. \tag{12}$$

2.3　主要结果

为方便叙述, 记 $\hat{M}_1=(M_1^{\mathrm{T}}M_2+M_2^{\mathrm{T}}M_1)/2$, $\hat{M}_2=-(M_1^{\mathrm{T}}+M_2^{\mathrm{T}})/2$, $\eta=d_M-d_m+1$.

下面考虑非脆弱 H_∞ 状态反馈控制器的设计问题. 首先给出如下定理, 该定理能够保证闭环系统(10)是渐近稳定的, 且满足给定的 H_∞ 性能指标.

定理 1　给定常数 $\gamma>0$ 以及已知常数矩阵 $\hat{M}_1$ 和 $\hat{M}_2$. 如果存在矩阵 $P=P^{\mathrm{T}}>0$ 和 $Q=Q^{\mathrm{T}}>0$, 非负常数 τ_i, $i=1,2$, 使得如下不等式成立:

$$\begin{bmatrix}\Omega_{11} & * & * & * & * & * & *\\ 0 & \Omega_{12} & * & * & * & * & *\\ -\tau_1\hat{M}_2^{\mathrm{T}} & 0 & -\tau_1 I & * & * & * & *\\ 0 & -\tau_2\hat{M}_2^{\mathrm{T}} & 0 & -\tau_2 I & * & * & *\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma_n^2 I & * & *\\ P\bar{A} & P\bar{A}_d & P\bar{A}_f & P\bar{A}_{fd} & PB_w & -P & *\\ C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I\end{bmatrix}<0. \tag{13}$$

其中: $\Omega_{11}=-P+\eta Q-\tau_1\hat{M}_1$, $\Omega_{12}=-Q-\tau_2\hat{M}_1$; $\bar{A}$, $\bar{A}_d,\bar{A}_f,\bar{A}_{fd}$ 和 B_w 如式(10)中给出. 则闭环系统(10)是渐近稳定的, 且满足给定的 H_∞ 性能指标.

具体证明过程可参见文献[13]中定理1的证明, 此略.

注 4　定理1给出了一个充分条件, 该条件依赖于时延的上下界.

基于定理1, 可得出非脆弱状态反馈控制器的设计条件如下:

定理 2　对于给定 $\gamma>0$ 以及已知常数矩阵 $\hat{M}_1$ 和 $\hat{M}_2$, 假定存在矩阵 $0<P=P^{\mathrm{T}}$, M_i, $\Lambda_i=\mathrm{diag}\{\lambda_{i1}I,\cdots,\lambda_{ir}I\}$, $i=1,2,3,4$, 以及非负常数 $\tau_i, i=1,2$, 使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}\Xi_1 & *\\ \Xi_2 & \Xi_3\end{bmatrix}<0. \tag{14}$$

其中

$$\Xi_1=\begin{bmatrix}\Omega_{11} & * & * & * & * & * & *\\ 0 & \Omega_{12} & * & * & * & * & *\\ -\tau_1\hat{M}_2^{\mathrm{T}} & 0 & -\tau_1 I & * & * & * & *\\ 0 & -\tau_2\hat{M}_2^{\mathrm{T}} & 0 & -\tau_2 I & * & * & *\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & *\\ \Omega_{13} & \Omega_{14} & \Omega_{15} & \Omega_{16} & PB_w & -P & *\\ C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I\end{bmatrix},$$

$$\Xi_2=\begin{bmatrix}Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_1E_1 & 0\\ 0 & Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_2E_2 & 0\\ 0 & 0 & Q_3 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_3E_3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & Q_4 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_4E_4 & 0\end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}&\Xi_3=\mathrm{diag}\{-\Lambda_1I,-\Lambda_1I,-\Lambda_2I,-\Lambda_2I,\\&\qquad -\Lambda_3I,-\Lambda_3I,-\Lambda_4I,-\Lambda_4I\},\\&\Omega_{11}=-P+\eta Q-\tau_1\hat{M}_1,\ \Omega_{12}=-Q-\tau_2\hat{M}_1,\\&\Omega_{13}=PA+B_uM_1,\ \Omega_{14}=PA_d+B_uM_2,\\&\Omega_{15}=PF+B_uM_3,\ \Omega_{16}=PF_d+B_uM_4,\\&Q_i=(PB_uH_i)^{\mathrm{T}},\ i=1,2,3,4.\end{aligned}$$

另外, P 满足约束(11). 而且, 如果上述矩阵不等式可解, 则可得到非脆弱控制器增益如下:

$$\begin{aligned}K_1&=V\Sigma^{-1}P_{11}^{-1}\Sigma V^{\mathrm{T}}M_1,\\K_{d1}&=V\Sigma^{-1}P_{11}^{-1}\Sigma V^{\mathrm{T}}M_2,\\K_{f1}&=V\Sigma^{-1}P_{11}^{-1}\Sigma V^{\mathrm{T}}M_3,\\K_{fd1}&=V\Sigma^{-1}P_{11}^{-1}\Sigma V^{\mathrm{T}}M_4.\end{aligned} \tag{15}$$

证明　存在矩阵 $P_{11}>0$ 和 $P_{22}>0$, 使得 $P=U_1^{\mathrm{T}}P_{11}U_1+U_2^{\mathrm{T}}P_{22}U_2$, 其中 U_1 和 U_2 如式(3)中定义. 由 $PB_u=B_uP_1$ 以及

$$PU^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\Sigma\\0\end{bmatrix}V^{\mathrm{T}}=U^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\Sigma\\0\end{bmatrix}V^{\mathrm{T}}P_1,$$

即

$$U^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}P_{11} & 0\\ 0 & P_{12}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Sigma\\0\end{bmatrix}V^{\mathrm{T}}=U^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\Sigma\\0\end{bmatrix}V^{\mathrm{T}}P_1,$$

可得到 $P_1^{-1}=V\Sigma^{-1}P_{11}^{-1}\Sigma V^{\mathrm{T}}$. 因此, 式(15)等价于

$$K_1=P_1^{-1}M_1,\ K_{d1}=P_1^{-1}M_2,$$
$$K_{f1}=P_1^{-1}M_3,\ K_{fd1}=P_1^{-1}M_4.$$

则式(14)可以等价于

$$\begin{bmatrix}\Xi_{p1} & *\\ \Xi_2 & \Xi_3\end{bmatrix}<0. \tag{16}$$

其中

$$\Xi_{p1}=\begin{bmatrix}\Omega_{11} & * & * & * & * & * & *\\ 0 & \Omega_{12} & * & * & * & * & *\\ -\tau_1\hat{M}_2^{\mathrm{T}} & 0 & -\tau_1 I & * & * & * & *\\ 0 & -\tau_2\hat{M}_2^{\mathrm{T}} & 0 & -\tau_2 I & * & * & *\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & *\\ \Omega_{23} & \Omega_{24} & \Omega_{25} & \Omega_{26} & PB_w & -P & *\\ C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I\end{bmatrix},$$

$\Omega_{23}=PA+B_uP_1K_1,\ \Omega_{24}=PA_d+B_uP_1K_{d1},$

$\Omega_{25}=PF+B_uP_1K_{f1},\ \Omega_{26}=PF_d+B_uP_1K_{fd1},$

且Ξ_2及Ξ_3如式(14)中定义. 从而用引理2及等式$PB_u=B_uP_1$, 能够证明式(16)等价于(13). □

注 5 可以看到, 定理2中的γ可作为优化变量, 以便于获得最小噪声抑制水平. 因此, 非脆弱H_∞控制器设计问题可转化为如下优化问题:

$$\min_{P,\,M_1,\,M_2,\,M_3,\,M_4,\,\Lambda_1,\,\Lambda_2,\,\Lambda_3,\,\Lambda_4,\,\gamma}\gamma,\ \text{s.t. 式 (14)}. \tag{17}$$

最小干扰抑制水平γ^*是γ的最优值, 所设计的控制器增益矩阵能够由式(15)获得.

注 6 当不考虑控制器参数摄动时, 即$\Gamma_i=0,\ i=1,2,3,4$, 所考虑的问题便转化为标准状态反馈H_∞控制器设计问题. 那么线性矩阵不等式$\Xi_1<0$必须成立, 且标准控制器增益也可由式(15)获得.

注 7 在定理2中, 为了得到凸的设计条件, 限制Lyapunov矩阵P具有结构(11), 这将导致所估计的H_∞性能指标界具有一定的保守性. 对于已设计的滤波器, 可采用没有限制的矩阵P来估计, 进而得到更好的H_∞性能界. 因此, 当控制器增益矩阵K_1, K_{d1}, K_{f1}及K_{fd1}为已知时, 最小化γ便可以转化为满足如下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix}\Xi_{r1} & * \\ \Xi_2 & \Xi_3\end{bmatrix}<0. \tag{18}$$

其中

$$\Xi_{r1}=$$
$$\begin{bmatrix}
\Omega_{11} & * & * & * & * & * & * \\
0 & \Omega_{12} & * & * & * & * & * \\
-\tau_1\hat{M}_2^{\mathrm T} & 0 & -\tau_1 I & * & * & * & * \\
0 & -\tau_2\hat{M}_2^{\mathrm T} & 0 & -\tau_2 I & * & * & * \\
0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * \\
\Omega_{33} & \Omega_{34} & \Omega_{35} & \Omega_{36} & PB_w & -P & * \\
C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I
\end{bmatrix},$$

$\Omega_{33}=PA+PB_uK_1,\ \Omega_{34}=PA_d+PB_uK_{d1},$

$\Omega_{35}=PF+PB_uK_{f1},\ \Omega_{36}=PF_d+PB_uK_{fd1},$

且Ξ_2及Ξ_3如式(14)中定义.

3 数值例子

为了说明所提出的非线性记忆非脆弱H_∞状态反馈控制器设计方法的有效性, 下面给出一个例子.

考虑如下非线性不稳定时延离散系统(1)具有如下参数(部分参数来自文献[12]):

$$A=\begin{bmatrix}2.6 & -0.3 & -0.3\\ 0 & -0.7 & -1.6\\ -0.23 & 0.28 & 0.8\end{bmatrix},\ A_d=\begin{bmatrix}0.1 & -0.1 & 0\\ 0.1 & -0.2 & 0\\ 0 & -0.1 & -0.1\end{bmatrix},$$

$$F=F_d=\begin{bmatrix}0.1 & 0.1 & 0.3\\ 0.2 & 0.2 & 0\\ 0.3 & 0.1 & 0.1\end{bmatrix},\ B_w=\begin{bmatrix}-1.2 & 0.4\\ 0.4 & -0.5\\ -0.1 & 0.3\end{bmatrix},$$

$C=[0.2\ \ 0.1\ \ -0.3],\ d(k)=\mathrm{round}(\mathrm{rand}(1))+2,$

$$H=H_d=\begin{bmatrix}0.3 & -0.1 & 0\\ 0.2 & 0 & 0.1\end{bmatrix},\ B_u^{\mathrm T}=[1\ \ 0\ \ 0],$$

$$M_1=N_1=\begin{bmatrix}0.01 & 0.01 & -0.01\\ 0.01 & 0.02 & 0.04\\ -0.02 & 0.01 & 0.02\end{bmatrix},$$

$$M_2=N_2=\begin{bmatrix}-0.01 & 0.01 & -0.01\\ -0.03 & -0.02 & -0.02\\ 0.02 & -0.03 & -0.04\end{bmatrix},$$

$$f(x(k))=\begin{bmatrix}X^*\\ -0.01(x_1(k)-x_3(k))\\ -0.01(x_2(k)+x_3(k))\end{bmatrix}.$$

其中$X^*=0.02x_1(k)\sin^2(x_1(k))-0.01(x_1(k)-x_2(k)+x_3(k))$.

为叙述方便, 记$\zeta(k)=x(k-d(k))$, 则有

$$f(x(k-d(k)))=$$
$$f(\zeta(k))\begin{bmatrix}Y^*\\ -0.01(\zeta_1(k)-\zeta_3(k))\\ -0.01(\zeta_2(k)+\zeta_3(k))\end{bmatrix}.$$

其中: $f(*)$满足式(4), $Y^*=0.02\zeta_1(k)\sin^2(\zeta_1(k))-0.01(\zeta_1(k)-\zeta_2(k)+\zeta_3(k))$. 从而可以推出时延$d(k)$的上下界分别为$d_m=2$和$d_M=3$.

假定控制器的加性增益摄动(7)及(8)具有

$$E_1=0.02*\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ -1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 3\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix},\ E_2=0.02*\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 1\\ -1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 4 & 1 & -1\end{bmatrix},$$

$$H_1^{\mathrm T}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\1\\0\end{bmatrix},\ H_2^{\mathrm T}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{bmatrix},\ H_3^{\mathrm T}=0.02*\begin{bmatrix}1\\-2\\1\\2\\1\end{bmatrix},$$

$$H_4^{\mathrm T}=0.02*\begin{bmatrix}0\\2\\1\\5\\0\end{bmatrix},\ E_3=0.05*\begin{bmatrix}1 & 1 & -2\\ 1 & 2 & 1\\ -1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 4 & 1 & -1\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{R}_i(k)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{i1}(k) & 0\\ 0 & \boldsymbol{R}_{i2}(k)\end{bmatrix},$$

$$E_4 = 0.05 * \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

其中: $\boldsymbol{R}_{i1}(k) \in R^{2\times 2}$, $\boldsymbol{R}_{i2}(k) \in R^{3\times 3}$, $i = 1, 2, 3, 4$. 则由注 6, 标准 H_∞ 控制器可以得到, 且相应的最优 H_∞ 性能指标是 $\gamma = 0.6769$.

通过求解最优问题 (17), 可以得到 H_∞ 性能指标 $\gamma = 1.1122$, 且非脆弱控制器的增益矩阵为

$$K_1 = [-2.6177 \quad 0.1999 \quad 0.0836],$$
$$K_{d1} = [-0.0826 \quad 0.0576 \quad -0.0077],$$
$$K_{f1} = [-0.0422 \quad -0.0576 \quad -0.2923],$$
$$K_{fd1} = [-0.0422 \quad -0.0576 \quad -0.2923].$$

为了比较, 表 1 给出了标准控制器及非脆弱控制器的 H_∞ 性能指标. 从表 1 可以看出, 当控制器增益没有发生摄动时, 标准控制器具有更好的性能指标, 但当控制器存在增益摄动时, 性能指标严重下降, 而非脆弱控制器性能指标仍然很好, 从而说明了所提出的设计方法的有效性.

表 1　不同设计方法的性能指标 γ 比较

标准控制器		非脆弱控制器 (定理 2)
注 6	注 6 含有不确定 (7)	
0.6769	3.2356	1.1122

进一步, 将所提出的控制器增益摄动与文献 [3] 中的控制器增益摄动进行比较, 结果如表 2 所示. 从表 2 可以看出, 本文提出的不确定类型 (8) 比文献 [3] 中的不确定类型保守性小.

表 2　不同类型的控制器参数摄动所得性能指标比较

方　法	定理 2	注 7
所提出的不确定	1.1122	0.9932
文献 [3] 中的不确定	1.1259	1.0003

4　结　论

本文研究了扇区有界非线性时变时延离散系统的非脆弱记忆状态反馈 H_∞ 控制器的设计问题. 所设计的控制器假定具有加性控制器增益摄动, 从而给出了基于线性矩阵不等式的非线性非脆弱 H_∞ 控制器的设计方法及相应的依赖于时延的充分条件. 最后通过数值例子验证了所提出方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Whidborne J F, Istepanian R S H, Wu J. Reduction of controller fragility by pole sensitivity minimization[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(2): 320-325.

[2] Yang G H, Wang J L. Non-fragile H_∞ control for linear systems with multiplicative controller gain variations[J]. Automatica, 2001, 37(5): 727-737.

[3] Yang G H, Wang J L. Robust non-fragile Kalman filtering for uncertain linear systems with estimator gain uncertainty[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(2): 343-348.

[4] Yang G H, Che W W. Non-fragile H_∞ filter design for linear continuous-time systems[J]. Automatica, 2008, 44(11): 2849-2856.

[5] Guo X G, Yang G H. Non-fragile H_∞ filter design for Delta operator formulated systems with circular region pole constraints: An LMI optimization approach[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(9): 1209-1215.

[6] Zheng Q, Wu F. Resilient control design for polynomial nonlinear systems with controller gain variations[C]. Proc of the 2010 American Control Conf. Baltimore, 2010: 7052-7057.

[7] Liu L P, Han Z Z, Li W L. Non-fragile observer-based passive control for uncertain time delay systems subjected to input nonlinearity[J]. Nonlinear Analysis: Theory, Method & Applications, 2010, 73(8): 2603-2610.

[8] Shi P, Shue S P, Shi Y, et al. Controller design for bilinear systems with parametric uncertainties[J]. Mathematical Problems in Engineering, 1999, 4(6): 505-528.

[9] Chen B, Liu X. Delay-dependent robust H_∞ control for T-S fuzzy systems with time delay[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2005, 13(4): 544-556.

[10] Lin C, Wang Q G, Lee T H, et al. Observer-based H_∞ control for T-S fuzzy systems with time delay: Delay-dependent design method[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2007, 37(4): 1030-1038.

[11] Wang Z D, Huang B, Unbehauen H. Robust reliable control for a class of uncertain nonlinear state-delayed systems[J]. Automatica, 1999, 35(5): 955-963.

[12] Guo X G, Yang G H. Reliable H_∞ filter design for a class of discrete-time nonlinear systems with time-varying delay[J]. Optimal Control Application and Methods, 2010, 31(4): 303-322.

[13] Guo X G, Yang G H. Reliable H_∞ filter design for a class of continuous-time nonlinear systems with time-varying delay[C]. Proc of the 2009 American Control Conf. St Louis: IEEE. 2009: 4073-4078.

[14] Yang F W, Wang Z D, Hung Y S, et al. H_∞ control for networked systems with random communication delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(3): 511-518.

[15] Lee Y S, Moon Y S, Kwon W H, et al. Delay-dependent robust H_∞ control for uncertain systems with a state-delay[J]. Automatica, 2004, 40(1): 65-72.

[16] Moon Y S, Park P, Kwon W H. Robust stabilization of uncertain input-delayed systems using reduction method[J]. Automatica, 2001, 37(2): 307-312.