

文章编号: 1001-0920(2011)11-1745-04

在线优化线性反馈增益的非线性鲁棒预测控制方法

王亚锋^{1,2}, 张友安¹, 孙富春², 刘华平²

(1. 海军航空工程学院 自动控制系, 山东 烟台 264001; 2. 清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084)

摘要: 以鲁棒控制不变集作为预测控制的终端约束集, 设计了一种新的鲁棒预测控制算法. 将预测控制不同采样点的待优化控制律考虑为线性反馈控制律, 并通过在线优化求解线性反馈增益. 从理论上证明了若采用所设计的鲁棒预测控制器, 则系统是输入状态稳定的. 最后通过计算机仿真验证了所提出设计方法的可行性.

关键词: 非线性鲁棒预测控制; 终端约束集; 鲁棒控制不变集; 线性反馈控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Nonlinear robust model predictive control method with the linear feedback gain being obtained through online optimization

WANG Ya-feng^{1,2}, ZHANG You-an¹, SUN Fu-chun², LIU Hua-ping²

(1. Department of Automatic Control Engineering, Naval Aeronautical Engineering University, Yantai 264001, China; 2. Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China. Correspondent: WANG Ya-feng, E-mail: wyfyxy@sina.com)

Abstract: Considering a robust control invariant set as the terminal constraint set of model predictive control(MPC), a robust MPC is designed. The controller to be optimized of MPC at different sampling time is considered as linear feedback controller. Then, the linear feedback gain is obtained through online optimization. The system is proved to be input-to-state stable by using this robust model predictive controller. Finally, computer simulation shows the feasibility of the proposed method.

Key words: nonlinear robust MPC; terminal constraint set; robust control invariant set; linear feedback control

1 引言

关于无干扰系统预测控制的稳定性问题已有大量的报道, 普遍采用的方法是在预测控制的优化问题中添加终端代价函数和终端状态约束以确保系统稳定^[1-2]. 尽管预测控制器本身具有一定的鲁棒性^[3], 但当系统的实际模型与其标称模型差别较大时, 系统的稳定性便得不到保证, 从而需要设计具有强鲁棒性的预测控制算法. 文献[4-5]针对受扰系统分别设计了滚动时域 H_∞ 预测控制器, 其中[5]的优化问题可以方便地转化为 LMI 问题来求解; [6]针对多胞不确定系统设计了基于椭圆不变集的鲁棒预测控制器; [7]用多面体不变集替代了[6]中的椭圆不变集, 扩大了系统的初始可行域; [8-9]设计了基于可达集的预测控制器; [10]针对有界扰动系统给出了一个通用的

min-max MPC 控制器; [11]以[10]为基础, 先离线计算出一个线性反馈控制增益, 将待优化控制律看成一仿射输入控制(线性反馈控制律与修正量的和), 再对修正量进行在线优化求解得到最终控制律.

本文受文献[10]的启发, 将预测控制的待优化控制律看成一线性反馈控制律, 再对其线性反馈增益进行在线优化求解, 并从理论上证明了若采用本文设计的鲁棒预测控制器, 则系统是输入状态稳定的. 最后通过仿真算例验证了本文方法的可行性.

2 系统描述

本文以如下离散干扰模型为研究对象:

$$\mathbf{x}_{i+1} = f(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{w}_i). \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}_i \in R^n$, $\mathbf{u}_i \in R^m$ 分别为系统在采样时刻 $t = i$ 的状态和输入; $\mathbf{w}_i \in R^w$ 为系统干扰; 非线性映射 f 满

收稿日期: 2010-06-12; 修回日期: 2011-06-22.

基金项目: 国家自然科学基金杰出青年基金项目(60625304); 国家自然科学基金项目(90716021, 60621062); 国家重点基础研究发展计划项目(2007cb311003, 2009cb724002).

作者简介: 王亚锋(1982-), 男, 博士生, 从事预测控制理论的研究; 张友安(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 从事专家系统的研究.

足 $f(0,0,0)=0$. 系统的状态和输入约束为 $\mathbf{x}_i \in X, \mathbf{u}_i \in U, X$ 和 U 都是紧凸的, 且都包含原点. 系统干扰 $\mathbf{w}_i \in W$ 不随时间衰减至零, 但满足 2 范数有界, 即 $\|\mathbf{w}_i\|_2 \leq \bar{W}, \bar{W}$ 为其 2 范数的上界.

考虑如下假设:

假设 1 存在一个原点邻域 $\Omega \subseteq X$, 它满足鲁棒控制不变集条件 (robust control invariant set 条件, 此处简称 RCIS 条件): 对 $\forall \mathbf{x} \in \Omega$, 存在 $\mathbf{u} \in U$, 使得对 $\forall \mathbf{w} \in W$, 都有 $f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}) \in \Omega$.

Ω 称为鲁棒控制不变集. 如果没有外来干扰或者干扰随时间逐渐衰减至零, 则系统状态可被稳定在原点. 但是, 对系统 (1) 而言, 系统状态是不可能被稳定在原点的. 为此, 文献 [10-11] 引入了输入状态稳定性的概念.

3 输入状态稳定的概念及相关结论

首先介绍一些相关符号及函数定义.

函数 $f_1: R^+ \rightarrow R^+$ 称为 \mathcal{K} 类函数, 其中 $R^+ = \{x \in R | x \geq 0\}$, 若其满足连续、严格递增且 $f_1(0)=0$;

函数 $f_2: R^+ \rightarrow R^+$ 称为 \mathcal{K}_∞ 类函数, 若其是 \mathcal{K} 类函数且满足 $s \rightarrow +\infty$ 时, 则有 $f_2(s) \rightarrow +\infty$;

函数 $f_3: R^+ \times R^+ \rightarrow R^+$ 称为 \mathcal{KL} 类函数, 若其对任意固定的 $d \geq 0$, 都有 $f_3(\cdot, d)$ 为 \mathcal{K} 类函数, 则对任意固定的 $s \geq 0, d \rightarrow +\infty$ 时, 有 $f_3(s, d) \rightarrow +\infty$.

定义 1 考虑系统 $\mathbf{x}_{i+1} = g(\mathbf{x}_i, \mathbf{w}_i)$, 称其为在 X 内是输入状态稳定的, 如果对于任意输入 $\mathbf{w}_i \in W$, 任意 $\mathbf{x}_0 \in X$, 都存在一个 \mathcal{K}_∞ 类函数 $\alpha(\cdot)$ 和一个 \mathcal{KL} 类函数 $\beta(\cdot)$, 使得以下不等式成立:

$$\|\mathbf{x}_i\|_2 \leq \beta(\|\mathbf{x}_0\|_2, i) + \alpha(\bar{W}). \quad (2)$$

引理 1 系统 $\mathbf{x}_{i+1} = g(\mathbf{x}_i, \mathbf{w}_i)$ 是输入状态稳定的, 如果存在连续函数 $V: R^n \rightarrow R^+$, 使得对 $\forall \mathbf{w}_i \in W, \forall \mathbf{x}_i \in X$, 都有

$$\alpha_1(\|\mathbf{x}_i\|_2) \leq V(\mathbf{x}_i) \leq \alpha_2(\|\mathbf{x}_i\|_2) + \delta_1(\bar{W}), \quad (3)$$

$$V(\mathbf{x}_{i+1}) - V(\mathbf{x}_i) \leq \delta_2(\bar{W}) - \alpha_3(\|\mathbf{x}_i\|_2). \quad (4)$$

其中: $\alpha_1(\cdot), \alpha_2(\cdot), \alpha_3(\cdot)$ 为 \mathcal{K}_∞ 类函数; $V(\cdot)$ 称为输入状态稳定性李雅普洛夫函数; $\delta_1(\cdot), \delta_2(\cdot)$ 为 \mathcal{K} 类函数.

引理 1 的证明请查阅文献 [10], 此略.

4 鲁棒控制器

对于无干扰系统, 为保证系统稳定性, 通常情况下在预测控制的优化问题中添加终端代价函数与终端状态约束, 使得终端代价函数满足李雅普洛夫函数特性且终端约束集为一个相应的控制不变集^[1-2]. 对于存在干扰且干扰不随时间衰减至零的系统而言, 为保证系统稳定采取的方法与无干扰系统类似, 只是对终端代价函数的李雅普洛夫函数特性的要求有所放松, 且终端状态集为相应的鲁棒控制不变集.

文献 [10] 针对有界扰动系统给出了一个通用的 min-max MPC 控制器, $t=0$ 时刻对应的优化问题为

$$\begin{aligned} J_N(\pi, \mathbf{x}_0, \mathbf{w}) = & \min_{\pi} \max_{\mathbf{w}} \sum_{i=0}^{N-1} q(\mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0), \pi_i(\mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0))) + \\ & F(\mathbf{x}(N, \mathbf{x}_0)); \\ \text{s.t.} & \\ & \mathbf{x}(i+1, \mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0), \pi_i(\mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0)), \mathbf{w}_i), \\ & \pi_i(\mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0)) \in U, \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0) \in X, \forall \mathbf{w}_i \in W, \\ & i = 0, 1, \dots, N-1, \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_0) \in \Omega. \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $\pi = \{\pi_i(\cdot)\}, \mathbf{w} = \{\mathbf{w}_i\}, q(\cdot, \cdot)$ 为阶段指标函数, $\pi_i(\cdot)$ 为待优化控制律, $F(\cdot)$ 为终端代价函数, Ω 为终端约束集.

定义 $J_N^*(\mathbf{x}_0)$ 为优化问题 (5) 的最优性能指标, 为保证系统稳定性, $J_N^*(\cdot)$ 需要满足输入状态稳定性李雅普洛夫函数特性. 因此, 文献 [10] 对 Ω 的要求不只是满足 RCIS 条件, 而且要求对 $\forall \mathbf{x} \in \Omega$, 存在 $\mathbf{u} \in U$, 使得 $\forall \mathbf{w} \in W$, 都有 $f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}) \in \Omega$, 且 $F(f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w})) - F(\mathbf{x}) \leq -q(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \sigma(\bar{W}^2)$. $\sigma(\bar{W}^2)$ 为关于 \bar{W}^2 的 \mathcal{K}_∞ 类函数.

直接求解优化问题 (5) 的最优解很困难, 原因在于当不知道待优化控制律 $\pi_i(\cdot)$ 的具体形式时, 现有优化算法无法对优化问题 (5) 进行直接求解. 为解决这个问题, 文献 [8-9] 直接将 $\pi_i(\cdot)$ 看作一个具体控制量, 即 $\pi_i(\cdot) = \mathbf{u}_i$ (此时 $\pi_i(\cdot)$ 不是一个函数, 而只是一个向量), 再对这个控制量进行在线优化求解. [11] 首先离线计算出一线性反馈控制律, 并将 $\pi_i(\cdot)$ 看成一仿射输入控制律, 即 $\pi_i(\mathbf{x}) = K\mathbf{x} + \mathbf{e}_i$ (K 为离线计算的线性反馈增益, \mathbf{e}_i 为修正量), 再对修正量 \mathbf{e}_i 进行在线优化求解. 可以看出, [11] 较之 [8-9] 更优越一些, 但其线性反馈增益是事先离线计算的, 而且每一个 $\pi_i(\cdot)$ 都用相同的反馈增益, 因此 [11] 的方法比较保守.

本文受文献 [10] 的启发, 与文献 [11] 类似, 将 $\pi_i(\mathbf{x})$ 看作一线性反馈控制律 $K_i\mathbf{x}$, 再对其线性反馈增益 K_i 进行在线优化求解.

$t=0$ 时刻对应的具体优化问题如下:

$$\begin{aligned} J_N(K, \mathbf{x}_0, \mathbf{w}) = & \min_K \max_{\mathbf{w}} \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0)^T \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0) + \\ & \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_0)^T P \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_0); \\ \text{s.t.} & \mathbf{x}(i+1, \mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0), K_i \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0), \mathbf{w}_i), \\ & K_i \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0) \in U, \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0) \in X, \forall \mathbf{w}_i \in W, \\ & i = 0, 1, \dots, N-1, \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_0) \in \Omega. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $K = \{K_i\}, \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0)^T \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0)$ 为阶段指标函数,

$\mathbf{x}(N, \mathbf{x}_0)^T P \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_0)$ 为终端代价函数. 为保证闭环系统稳定, 与文献 [10] 类似, 本文不只要求 Ω 为鲁棒控制不变集.

假设 2 存在某个原点邻域 $\Omega \subseteq X$, 局部线性反馈增益 K_{loc} , 非负定矩阵 P 以及一正实数 γ , 使得对 $\forall \mathbf{x}_i \in \Omega, \forall \mathbf{w}_i \in W$, 都有

$$K_{\text{loc}} \mathbf{x}_i \in U, \mathbf{x}_{i+1} \in \Omega,$$

且 $\mathbf{x}_{i+1}^T P \mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i^T P \mathbf{x}_i \leq \gamma \bar{W}^2 - \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i$, 其中 $\mathbf{x}_{i+1} = f(\mathbf{x}_i, K_{\text{loc}} \mathbf{x}_i, \mathbf{w}_i)$.

定义 $J_N^*(\mathbf{x}_0)$ 为优化问题 (6) 的最优性能指标, $K^* = \{K_i^*\}$ 为相应的最优反馈增益, 并定义 Φ 为预测控制的吸引域, 即对于 $\forall \mathbf{x}_0 \in \Phi$, 与其对应的优化问题 (6) 都有解. 实际预测控制中, 只有控制量 $\mathbf{u}_0 = K_0^* \mathbf{x}_0$ 真正作用于系统, 而 $t=1$ 时刻的控制量则通过求解其相应时刻的优化问题给出. 因此, 本文的预测控制律可描述为 $\mathbf{u}_{\text{RH}}(\mathbf{x}) = K_0^* \mathbf{x}$, 其中 K_0^* 是状态为 \mathbf{x} 时通过在线优化求取的线性反馈增益序列的第 1 项.

5 主要结果

本文的主要结果可由定理 1 描述.

定理 1 当假设 2 成立时, 对于 $\forall \mathbf{x}_0 \in X$, 若其对应优化问题 (6) 有解, 则采用预测控制律 $\mathbf{u}_{\text{RH}}(\mathbf{x})$, 系统是输入状态稳定的.

证明 证明分为 2 步: 1) 证明若 $t=0$ 时刻, 优化问题 (6) 有解, 则 $t=1$ 时刻, 对应的优化问题存在可行解; 2) 证明 $J_N^*(\cdot)$ 满足输入状态稳定性李雅普洛夫函数特性.

Step 1: $t=1$ 时刻, 取

$$K_f = \{K_1^*, K_2^*, \dots, K_{N-1}^*, K_{\text{loc}}\},$$

可知 $\mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1) \in \Omega$, 其中 $\mathbf{x}_1 = f(\mathbf{x}_0, K_0^* \mathbf{x}_0, \mathbf{w}_0)$. 又由假设 2 可知, 当 $\mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1) \in \Omega$ 时, 对于 $\forall \mathbf{w}_N \in W$, 都有 $\mathbf{x}(N, \mathbf{x}_1) \in \Omega$, 其中

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_1) &= \\ f(\mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1), K_{\text{loc}} \mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1), \mathbf{w}_N). \end{aligned}$$

因此, K_f 为 $t=1$ 时刻的一组可行解.

Step 2: 将 K_f 作用于系统时, 其性能指标 $J_N(K_f, \mathbf{x}_1, \mathbf{w})$ 满足

$$\begin{aligned} J_N(K_f, \mathbf{x}_1, \mathbf{w}) - J_N^*(\mathbf{x}_0) &= \\ \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_1)^T P \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_1) + \\ \mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1)^T \mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1) - \\ \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_0)^T P \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_0) - \mathbf{x}_0^T \mathbf{x}_0 &= \\ \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_1)^T P \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_1) + \\ \mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1)^T \mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1) - \\ \mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1)^T P \mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1) - \mathbf{x}_0^T \mathbf{x}_0. \end{aligned} \quad (7)$$

已经知道, $\mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1) \in \Omega$, 由假设 2 可知

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_1)^T P \mathbf{x}(N, \mathbf{x}_1) + \\ \mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1)^T \mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1) - \\ \mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1)^T P \mathbf{x}(N-1, \mathbf{x}_1) &\leq \gamma \bar{W}^2. \end{aligned}$$

将其带入式 (7), 有

$$J_N(K_f, \mathbf{x}_1, \mathbf{w}) - J_N^*(\mathbf{x}_0) \leq \gamma \bar{W}^2 - \mathbf{x}_0^T \mathbf{x}_0,$$

因此

$$J_N^*(\mathbf{x}_1) - J_N^*(\mathbf{x}_0) \leq \gamma \bar{W}^2 - \mathbf{x}_0^T \mathbf{x}_0.$$

由引理 1 可知, 系统是输入状态稳定的. \square

关于假设 2 中的终端约束集 Ω , 局部线性反馈增益 K_{loc} , 非负定矩阵 P 的求取以及正实数 γ 的选取, 本文只作简单描述, 具体方法请查阅文献 [11].

首先, 将系统模型 (1) 在原点处线性化展开, 得到其线性近似模型

$$\mathbf{x}_{i+1} = A \mathbf{x}_i + B \mathbf{u}_i + G \mathbf{w}_i. \quad (8)$$

其次, 设置一个 γ 并求取满足条件 (8) 的 P 和 K_{loc} , 如果 P 和 K_{loc} 不存在, 则增大 γ , 重新求取

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} & (A + BK_{\text{loc}})^T P G \\ G^T P (A + BK_{\text{loc}}) & G^T P G - \gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

其中

$$\Gamma_{11} = I + (A + BK_{\text{loc}})^T P (A + BK_{\text{loc}}) - P.$$

最后, 求取一个正实数 c , 使得原点邻域 $\Omega = \{x \in X | x^T P x \leq c\}$ 满足假设 2 中的条件, 此时 Ω 即可作为预测控制的终端约束集.

6 仿真算例

本文采用文献 [11] 所采用模型的离散形式作为仿真模型, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{i+1} &= \begin{bmatrix} 1 & T \\ T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + B \mathbf{u}_i + \\ &\left(0.1T \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + 0.1T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \mathbf{w}_i, \end{aligned}$$

其中

$$B = \left(\begin{bmatrix} T\mu \\ T\mu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T(1-\mu) & 0 \\ 0 & -4T(1-\mu) \end{bmatrix} \mathbf{x}_i \right).$$

$\mu=0.5$, 采样时间为 $T=0.1$ s, 状态约束和控制约束分别为

$$X = \{x | \|x\|_1 \leq 2\}, U = \{u | |u| \leq 2\},$$

干扰 w 的 2 范数界为 $\bar{W}=0.2412$.

仿真中, 正实数 γ 取为 $\gamma=1$, 则预测控制的终端代价函数可取 $x^T P x$, 其中 $P = [80 \ -0.5; -0.580]$, 终端约束集取 $\Omega = \{x | x^T P x \leq 4.01\}$, Ω 内的线性反馈增益为 $K_{\text{loc}} = [-3.1648 \ -3.1648]$, 预测步长为 $N=5$. 此时, 预测控制的优化问题 (6) 转变为

$$\begin{aligned}
 & J_5(K, x_0, w) = \\
 & \min_K \max_w \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0)^T \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0) + \\
 & \quad \mathbf{x}(5, \mathbf{x}_0)^T P \mathbf{x}(5, \mathbf{x}_0); \\
 & \text{s.t. } \mathbf{x}(i+1, \mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0), K_i \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0), \mathbf{w}_i), \\
 & \quad K_i \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0) \in U, \mathbf{x}(i, \mathbf{x}_0) \in X, \forall \mathbf{w}_i \in W, \\
 & \quad i = 0, 1, 2, 3, 4, \mathbf{x}(5, \mathbf{x}_0) \in \Omega.
 \end{aligned}$$

相应地, 预测控制的吸引域即为所有满足上述优化问题都有解的状态点的集合. 由此, 在吸引域中抽取任意初始点 $(0.6, -0.3)^T$, $(0.4, -0.6)^T$, $(-0.7, 0)^T$, $(-0.7, 0.4)^T$, 这些初始点在采用本文预测控制算法时的收敛曲线如图 1 所示.

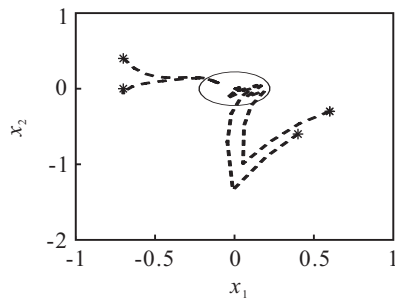


图 1 状态收敛曲线

图 1 中: 星状点表示从吸引域中抽取的初始状态点, 虚线表示状态的收敛曲线, 实线围成的椭圆表示终端约束集. 由图 1 可以看出, 采用本文设计的预测控制器, 吸引域内的任意初始点都可以被引导至一个原点小领域.

文献 [11] 的线性反馈增益是离线计算的, 并且增益值不随系统状态的更替而变化. 本文的线性反馈增益是通过求解在线优化问题得到的, 不同的系统状态都有与之匹配的最优反馈增益. 因此, 当预测步长相同时, 本文所设计的预测控制器对应的吸引域要大于文献 [11] 的预测控制器对应的吸引域.

7 结 论

本文设计了一种 min-max 鲁棒预测控制算法, 将预测控制的待优化控制律看作线性反馈控制律, 并通过在线优化求解其线性反馈增益. 从理论上证明了当终端约束集满足一定条件, 采用所设计的鲁棒预测控制律时, 系统是输入状态稳定的. 最后通过仿真验证了本文设计的鲁棒预测控制算法的可行性.

参考文献(References)

- [1] Mayne D Q, Rawlings J B, Rao C V, et al. Constrained model predictive control: Stability and optimality[J]. *Automatica*, 2000, 36(6): 789-814.
- [2] Alejandro H. González, Darci Odloak. Enlarging the domain of attraction of stable MPC controllers, maintaining the output performance[J]. *Automatica*, 2009, 45(4): 1080-1085.
- [3] Scokaert P O M, Rawlings J B, Meadows E S. Discrete-time stability with perturbations: Application to model predictive control[J]. *Automatica*, 1997, 33(3): 463-470.
- [4] 耿晓军, 席裕庚. 基于HM非线性模型的滚动时域 H_∞ 控制[J]. *自动化学报*, 2000, 26(1): 68-73.
(Geng X J, Xi Y G. Receding horizon H_∞ control based on HM nonlinear model[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(1): 68-73.)
- [5] Kim K B. Disturbance attenuation for constrained discrete-time systems via receding horizon controls[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(5): 797-801.
- [6] Kothare M V, Balakrishnan V, Morari M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities[J]. *Automatica*, 1996, 32(10): 1361-1379.
- [7] Lee Y I, Kouvaritakis B. Robust receding horizon predictive control for systems with uncertain dynamics and input saturation[J]. *Automatica*, 2000, 36(10): 1497-1504.
- [8] Limon D, Bravo J M, Alamo T, et al. Robust MPC of constrained nonlinear systems based on interval arithmetic[J]. *IEE Proc Control Theory Applications*, 2005, 152(3): 325-332.
- [9] Bravo J M, Alamo T, Camacho E F. Robust MPC of constrained discrete-time nonlinear systems based on approximated reachable sets[J]. *Automatica*, 2006, 42(10): 1745-1751.
- [10] Limon D, Alamo T, Salas F, et al. Input to state stability of min-max MPC controllers for nonlinear systems with bounded uncertainties[J]. *Automatica*, 2006, 42(5): 797-803.
- [11] 何德峰, 季海波, 郑涛. 持续有界扰动下的非线性 H_∞ 鲁棒预测控制[J]. *自动化学报*, 2008, 34(2): 215-219.
(He D F, Ji H B, Zheng T. Nonlinear H_∞ robust predictive control with bounded persistent disturbances[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(2): 215-219.)