

文章编号: 2010-0920(2011)12-1917-04

基于聚集度控制的 PSO 算法研究

刘 东^{a,b}, 冯全源^b

(西南交通大学 a. 电气工程学院, b. 信息科学与技术学院, 成都 610031)

摘 要: 针对粒子群优化 (PSO) 算法在处理复杂优化问题时, 容易早熟收敛的问题, 将比例控制器用于粒子群算法种群聚集度控制. 粒子种群可以在任一聚集范围内保持任意时间的搜索, 这样能够更好地平衡种群聚集度和搜索精度, 从而提高 PSO 算法处理复杂优化问题的效率. 对多零点和低旁瓣约束情况下的阵列天线方向图优化进行仿真实验, 结果表明所提算法可在处理复杂优化问题上取得更好的优化效果.

关键词: 粒子群优化算法; 聚集度控制; 方向图综合

中图分类号: TN802

文献标识码: A

Study of particle swarm optimization algorithm based on convergence control

LIU Dong^{a,b}, FENG Quan-yuan^b

(a. School of Electrical Engineering, b. School of Information and Science Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China. Correspondent: LIU Dong, E-mail: liudong@swjtu.edu.cn)

Abstract: Aiming at the premature convergence problem of particle swarm optimization(PSO) algorithm while optimizing complicated problems, the proportion control is used to improve algorithm efficiency. The particle population of PSO algorithm can be hold at any convergence status as long as wanted, and the particle diversity and search precision are both assured, so that the efficient of algorithm is improved. The simulation results show its high performance in complicated problem, such as the radiation antenna arrays pattern synthesis with multi-null and low sidelobe restrictions.

Key words: particle swarm optimization algorithms; convergence control; patterns synthesis

1 引 言

粒子群优化 (PSO)^[1]是一种模仿鸟群社会行为的智能优化算法, 已成功地应用于许多工程优化问题^[2].

与其他进化算法一样, 粒子群算法的种群多样性和种群寻优精度是有冲突的. 为了提高算法性能, 防止早熟收敛, 必须二者兼顾. 常见的策略有前馈和反馈两大类^[3]: 直接设置算法参数来保持种群多样性的可视为前馈策略; 根据种群多样性测度值来保持种群多样性则视为反馈策略. 文献 [4] 利用概率方法证明惯性权值对粒子群算法收敛的影响权重高出其他两个学习系数一个数量级. 因此, 绝大多数粒子群改进算法都是将惯性权值作为控制量, 只是调整策略各不相同^[2]. 种群聚集度则多采用平均粒距^[3, 5-7], 也有采用种群方差^[8]或直接使用适应值作为种群多样性测度^[9]. 种群聚集度反馈控制最简单也应用最多的策

略是适当条件下的种群重新初始化^[2, 5-6, 9], [3] 将惯性权值采用种群聚集度的线性组合来增加种群多样性, [8] 将惯性权值采用种群聚集度以及进化速度的线性组合来增加种群多样性. 这些控制思路都可以看作不同方式的限位控制策略, 在一定程度上改善了种群的多样性, 但仍未实现对种群聚集度的持续性控制. [10] 虽然将增量式 PID 用于对粒子群学习参数的反馈控制, 并用适应值函数来作为反馈量, 但存在控制量以及反馈量选择不合适, 动力学分析时未考虑随机性等问题, 同样无法实现对种群聚集度的持续控制.

本文将比例控制引入 PSO 种群多样性控制, 以种群的归一化方差作为种群聚集度的反馈量, 以惯性权值作为控制量, 将种群保持在指定范围内, 从而实现指定种群聚集度的持续搜索. 仿真结果表明了本文算法的有效性和可行性.

收稿日期: 2010-08-01; 修回日期: 2011-01-12.

基金项目: 国家自然科学基金重大项目(60990320, 60990323); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(SWJTU09BR068).

作者简介: 刘东(1978—), 男, 讲师, 博士, 从事智能计算、自适应信号处理的研究; 冯全源(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事移动天线与智能天线系统等研究.

2 标准 PSO 算法

标准 PSO 算法中每步迭代中的第 i 个粒子第 j 维速度与位置更新表达式为

$$v_{ij}(t+1) = wv_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)(p_{ij} - x_{ij}(t)) + c_2r_{2j}(t)(p_{gj} - x_{ij}(t)), \quad (1)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1). \quad (2)$$

其中: t 为迭代次数, i 为粒子编号, j 为搜索空间维数, w 为惯性权, c_1 和 c_2 为自身学习系数和社会学习系数, r_{1j} 和 r_{2j} 为在 $[0, 1]$ 内均匀分布的随机数, p_{ij} 为粒子自身历史最优位置的 j 维坐标, p_{gj} 为全局最优粒子的 j 维坐标.

3 基于反馈的 PSO 收敛特性

PSO 算法本质上是基于概率的随机优化方法, 对其简化后可等效为一个时域离散线性系统. 文献 [11] 给出了算法收敛参数范围. 为了对种群多样性进行反馈控制, 需要选择合适的聚集度函数并保证算法种群能够收敛.

3.1 种群聚集度函数

考虑在 1 维空间内搜索的粒子群 S 的归一化方差

$$\text{div}(S) = \frac{1}{|L|} \text{var}(S) = \frac{1}{N|L|} \sum_{i=1}^N (p_i - \bar{p})^2. \quad (3)$$

其中: N 为粒子群 S 中的粒子个数; $|L|$ 为搜索空间的对角线长度; p_i 为第 i 个粒子的位置; \bar{p} 为粒子位置均值, 即粒子群重心. 本文将式 (3) 扩展至多维并用作种群的聚集度函数, 因此种群聚集度与种群方差具有一致的收敛性.

3.2 种群聚集度收敛特性

停滞状态的 PSO 算法种群均值和方差的动力学方程可通过研究处于停滞状态的 1 维 PSO 算法模型得到^[12]. 将式 (2) 代入 (1), 并只考虑 1 维情况, $t > 0$, $v_i(t) = x_i(t) - x_{i-1}(t)$, 由此可得

$$x_i(t+1) = x_i(t)(1+w) - wx_i(t-1) + c_1r_1(t)(p_i - x(t)) + c_2r_2(t)(p_g - x_i(t)). \quad (4)$$

为了简化分析, 假设只有 1 个粒子, 种群处于停滞状态, p_g 为常量, p 也为常量, $c_1 = c_2 = c$. 式 (4) 可写为

$$x(t+1) = x(t)(1+w) - c(r_1(t) + r_2(t))x(t) - wx(t-1) + cr_1(t)p + cr_2(t)p_g. \quad (5)$$

对上式两端求数学期望可得

$$E[x(t+1)] = E[x(t)](1+w-c) - wE[x_i(t-1)] + c(p + p_g)/2. \quad (6)$$

如果将式中数学期望运算符去掉, 再将 $r_1(t)$ 和 $r_2(t)$ 用常量替代, 式 (6) 便和文献 [11] 中轨迹方程一致, 这说明文献 [11] 及类似的研究只保证了种群均方的稳定性, 不能保证种群方差的稳定性.

为了进一步考虑方差稳定性, 需要求出 $E[x^2(t+1)]$. 可将式 (6) 两端取平方, 再对等式两端求数学期望. 由于等式展开太长, 本文没有写出. 由于 $E[x^2(t+1)]$ 等式中除了 x_{t+1} , x_t , x_{t-1} 等单变量的数学期望, 还存在 $E[x_t x_{t-1}]$, 采用对式 (6) 两端同乘以 x_{t+1} 再求数学期望的方法即可. 文献 [12] 通过推导种群数方差的特征矩阵并求解特征值, 得出了种群方差的收敛条件. 特征值

$$\lambda_{1,2} = \frac{1+w-c \pm \sqrt{(w-c)^2 - 2c - 2w + 1}}{2}, \quad (7)$$

由于另外 3 个特征值太长, 本文不再写出.

从特征值可以看出, 种群方差收敛条件和种群数学期望一样, 与粒子历史最优位置以及全局最优粒子位置无关, 只和 c , w 有关.

综上所述, 标准粒子群算法的种群方差只与 c , w 相关, 合适的 c , w 参数可使粒子群算法种群方差收敛到一个固定值. 文献 [4] 证明了惯性权值 w 对算法收敛影响的比重更大. 因此, 可只通过控制 w 来实现对 PSO 算法种群多样性的控制.

4 PSO 种群聚集度反馈控制框图

对于线性时不变系统, 工程常用 PID 控制器来实现反馈控制. PSO 不属于常规意义上的线性系统, 当算法参数固定, 全局最优值保持不变, 优化代数足够大时, 种群聚集度也不可能稳定到一个固定值上. 这是由于 PSO 在速度更新时采用随机操作引起的, 是不可消除的随机误差. 在这种情况下, 无需积分作用来消除残差, 微分控制在随机误差的作用下容易导致系统振荡. 加之对 PSO 进行种群聚集度控制只是为了实现种群多样性可控, 种群聚集度的精度并不重要. 因此, 本文只采用比例控制器来实现对 PSO 种群的多样性控制, PSO 种群多样性反馈控制如图 1 所示.

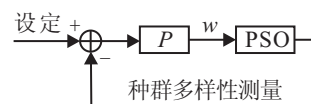


图 1 PSO 种群多样性反馈控制框图

5 实验及讨论

多样性反馈控制是针对 PSO 优化复杂优化问题容易早熟而采用的, 为此选择多目标约束的阵列天线方向图综合问题来测试算法性能. 阵列天线方向图综合具有多参数、非线性、不可微甚至不连续等特性, 当各个指标要求比较高时, 一般的进化算法很难收敛^[13].

5.1 阵列天线方向图综合

本文选取 N 个各向同性辐射单元组成的等间距直线阵列天线进行综合, 各个阵元的相位相同, 只调整阵元的激励电流的幅度使天线的远场方向图达到预期的特性指标要求. 等间距的直线阵天线的远场方向图函数与文献 [13] 一致, 即

$$F(\phi) = \sum_{n=1}^N I_n e^{j(nkd \sin \phi + \phi_n)}. \quad (8)$$

5.2 比例参数设定

比例控制参数与设定聚集度相关, 设定的聚集度越小, 比例系数越大, 这样对惯性权值的调节力度才会保持在一个合理的范围. 通常比例系数与设定聚集度乘积在 0.5~1 之间. 优化过程中 PSO 种群多样性测度按底数为 0.5 的指数递减, 当种群多样性测度小于 $1E-6$ 时反向操作, 在每个种群多样性测度值上保持一定的迭代次数, 如此往复, 直至达到迭代次数.

5.3 实例

考虑文献 [13] 中的实例 2: 20 阵元, 间距为 $\lambda/2$ 的均匀直线边射阵, 电流幅值对称, 只优化电流幅值. 要求旁瓣电平小于 -15 dB, 零陷位置 7 个, 从 -20° 到 -50° 均匀分布, 零陷深度小于 -85 dB. 适应度函数与文献 [13] 一致, 即

$$f = \alpha \times |\text{MSLL} - \text{SLVL}| + \beta \times |\text{NULL_MAX} - \text{NLVL}|. \quad (9)$$

其中: MSLL 和 SLVL 分别为最高旁瓣电平设计最高旁瓣电平; NULL_MAX 为所有指定角度处零陷电平的最大值; NLVL 为设计零陷电平值; 取 $\alpha = 0.8, \beta = 0.2$. 由于设计指标很高, 文献 [13] 中提及的所有算法都不能全部收敛. 标准 LDWPSO 算法采用 400 个粒子, 200 次迭代, 20 次实验中甚至没有一次收敛到 0. 本文实例采用粒子数为 400, 200 次迭代, 设定聚集度按 50 代 0.5 倍递减的方式, 作 10 次实验, 一共有 2 组收敛. 表 1 为各阵元电流幅值, 图 2 为优化得到的方向图.

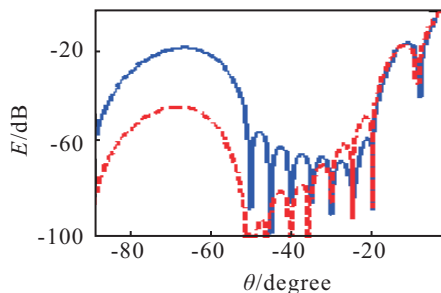


图 2 优化得到的方向图

5.4 讨论

方向图优化是一个多目标优化问题, 阵元数量和解空间维数一致. 当阵元数较多时, 不满足收敛条件

表 1 阵元电流幅值

电流幅值	阵元				
	1, 20	2, 19	3, 18	4, 17	5, 16
1	0.0747	0.0904	0.3428	0.3485	0.7271
2	0.0287	0.0985	0.2496	0.4376	0.6602
电流幅值	阵元				
	6, 15	7, 14	8, 13	9, 12	10, 11
1	0.6114	0.9084	0.6725	0.7903	0.6599
2	0.8173	0.9197	0.9176	0.8862	0.8448

的极值区域远远多于满足收敛条件的极值区域. 若基于搜索的智能算法 GA, PSO 算法等易陷于局部极值, 则导致早熟收敛.

常见智能算法很难兼顾种群聚集度和搜索精度, 种群收敛速度是不受控的, 算法只能考虑在种群聚集到很小范围之前的一段时间可以采取的策略, 这样便限制了算法的有效搜索时间, 导致在优化多目标复杂问题时往往效果很差. 而在使用反馈比例控制后, PSO 算法可以实现种群保持某一聚集度状态下的持续搜索, 这样便使有效搜索时间可以根据实际情况进行控制, 从而提高了算法处理复杂优化问题的效率.

对于不同问题, 种群聚集度保持在何种范围内寻优效果最好还需要具体问题具体分析. 通常情况下, 当归一化种群聚集度小于 0.01 时, 种群已基本不具备全局寻优能力.

6 结论

本文将比例控制器用于粒子群算法种群多样性控制, 使得粒子群算法的粒子种群可以在任一聚集度范围内保持任意时间的搜索, 这样能够更好地平衡种群多样性和搜索精度, 从而提高 PSO 算法处理复杂优化问题的效率. 对多零点和低旁瓣约束情况下的阵列天线方向图优化进行实验, 结果表明本文算法可在处理复杂优化问题上取得更好的优化效果.

参考文献(References)

- [1] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]. Proc of IEEE Int Conf on Neural Networks. Perth, WA: IEEE Service Center. 1995: 1942-1948.
- [2] Yamille del Valle, Ganesh Kumar Venayagamoorthy, Salman Mohagheghi, et al. Particle swarm optimization: Basic concepts, variants and applications in power systems[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2008, 12(2): 171-195.
- [3] 俞欢军, 张丽平, 陈德钊, 等. 基于反馈策略的自适应粒子群优化算[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2005, 39(9): 1286-1291.
(Yu H J, Zhang L P, Chen D Z, et al. Adaptive particle swarm optimization algorithm based on feedback

- mechanism[J]. J of Zhejiang University: Engineering Science, 2005, 39(9): 1286-1291.)
- [4] 彭宇, 彭喜元, 刘兆庆. 微粒群算法参数效能的统计分析[J]. 电子学报, 2004, 32(2): 209-213.
(Peng Y, Peng X Y, Liu Z Q. Synthesis of the array antennas using genetic algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(2): 209-213.)
- [5] 刘洪波, 王秀坤, 谭国真. 粒子群优化算法的收敛性分析及其混沌改进算法[J]. 控制与决策, 2006, 21(6): 636-640.
(Liu H B, Wang X K, Tan G Z. Convergence analysis of particle swarm optimization and its improved algorithm based on chaos[J]. Control and Decision, 2006, 21(6): 636-640.)
- [6] 方伟, 孙俊, 须文波, 等. 一种多样性控制的粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2008, 23(8): 863-868.
(Fang W, Sun J, Xu W B. Diversity controlled particle swarm optimization algorithm[J]. Control and Decision, 2008, 23(8): 863-868.)
- [7] 刘建华, 樊晓平, 瞿志华, 等. 一种基于相似度的新型粒子群算法[J]. 控制与决策, 2007, 22(10): 1155-1159.
(Liu J H, Fan X P, Qu Z H. A new particle swarm optimization algorithm based on similarity[J]. Control and Decision, 2007, 22(10): 1155-1159.)
- [8] 朱培逸, 张宇林. 基于动态权值的粒子群算法的多样性分析[J]. 石油化工高等学校学报, 2008, 21(4): 91-94.
(Zhu P Y, Zhang Y L. Research on diversity of particle swarm optimization algorithm based on dynamic weight[J]. J of Petrochemical of Universities, 2008, 21(4): 91-94.)
- [9] 朱海梅, 吴永萍. 一种高速收敛粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2010, 25(1): 20-24.
(Zhu H M, Wu Y P. A PSO algorithm with high speed convergence[J]. Control and Decision, 2010, 25(1): 20-24.)
- [10] 黄纯, 罗伟原, 江辉. 基于增量式PID的改进粒子群算法[J]. 湖南大学学报, 2009, 36(12): 35-39.
(Huang C, Luo W Y, Jiang H. Modified particle swarm optimization based on increment PID[J]. J of Hu'nan University, 2009, 36(12): 35-39.)
- [11] Stability analysis of the particle dynamics in particle swarm optimizer[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2006, 10(3): 245-255.
- [12] Riccardo Poli. Mean and variance of the sampling distribution of particle swarm optimizers during stagnation[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2009, 13(4): 712-721.
- [13] 刘东, 冯全源. 基于停滞检测粒子群算法的阵列天线方向图综合[J]. 电波科学学报, 2009, 24(4): 697-701.
(Liu D, Feng Q Y. Pattern synthesis of antennas based on a modified PSO algorithm with stagnation detection[J]. Chinese J of RadioScience, 2009, 24(4): 697-701.)

(上接第1916页)

- [2] Lee J Y, Schwarz L B. Lead time reduction in a (Q, r) inventory system: An agency perspective[J]. Int J of Production Economics, 2007, 105(1): 204-212.
- [3] Khouja M, Stylianou AC. A (Q, r) inventory model with a drop-shipping option for e-business[J]. Omega, 2009, 37(4): 896-908.
- [4] Islam S. Multi-objective marketing planning inventory model: A geometric programming approach[J]. Applied Mathematics & Computation, 2008, 205(1): 238-246.
- [5] Wee H M, Lo C C, Hsu P H. A multi-objective joint replenishment inventory model of deteriorated items in a fuzzy environment[J]. European J of Operational Research, 2009, 197(2): 620-631.
- [6] Tsou C S. Multi-objective inventory planning using MOPSO and TOPSIS[J]. Expert Systems with Applications, 2008, 35(1/2): 136-142.
- [7] Mandal N K, Roy T K, Maiti M. Multi-objective fuzzy inventory model with three constraints: A geometric programming approach[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 150(1): 87-106.
- [8] Storn R, Price K. Differential evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous space[J]. J of Global Optimization, 1997, 11(3): 41-59.
- [9] Babu B V, Munawar S A. Differential evolution strategies for optimal design of shell-and-tube heat exchangers[J]. Chemical Engineering Science, 2007, 62(14): 2739-3720.
- [10] Qian W Y, Li A J. Adaptive differential evolution algorithm for multiobjective optimization problems[J]. Applied Mathematics & Computation, 2008, 201(1/2): 431-440.
- [11] Wang T C, Lee H D. Developing a fuzzy TOPSIS approach based on subjective weights and objective weights[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(5): 8980-8985.