

文章编号: 1001-0920(2012)01-0071-06

基于隐 Lyapunov 函数的软变结构控制: 一种控制策略

张彩虹^{1,2}, 刘云龙¹, 高存臣¹, 孟波¹

(1. 中国海洋大学 数学科学学院, 山东 青岛 266100; 2. 青岛大学 自动化工程学院, 山东 青岛 266071)

摘要: 针对变结构控制的抖振问题, 基于隐 Lyapunov 函数, 提出一种新的控制策略: 软变结构控制. 首先给出软变结构控制的定义和控制器的构造方法; 然后设计软变结构控制器和隐 Lyapunov 区域, 给出了控制不受限和控制受限两种情形的软变结构控制, 同时, 分析了带有状态观测器的软变结构控制. 软变结构控制是无滑模的变结构控制, 能有效削弱抖振, 保持高速调节速度和缩短趋近时间. 仿真实例表明了该方法的有效性和可行性.

关键词: 非线性控制; 隐 Lyapunov 函数; 软变结构控制; 状态观测器

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Soft variable structure control based on implicit Lyapunov functions: A control strategy

ZHANG Cai-hong^{1,2}, LIU Yun-long¹, GAO Cun-chen¹, MENG Bo¹

(1. School of Mathematics Science, Ocean University of China, Qingdao 266100, China; 2. College of Automation Engineering, Qingdao University, Qingdao 266071, China. Correspondent: ZHANG Cai-hong, E-mail: rainbow823@163.com)

Abstract: For the problem of chattering for variable structure control system, based on implicit Lyapunov functions, a new control strategy, soft variable structure control(SVSC), is presented. Firstly, the definition of SVSC and the construction of its controller are given. SVSCs for unrestricted controls and restricted controls are given by employing implicit Lyapunov districts and designing soft variable structure controllers, and SVSC systems with state observer are analyzed at the same time. SVSC is developed based on variable structure control lacking sliding modes, which can decrease the system chattering effectively, keep regulation rates high and shorten settling times. The simulation result shows the feasibility and effectiveness of the proposed approach.

Key words: nonlinear control; implicit Lyapunov function; soft variable structure control; state observer

1 引言

变结构控制是一种先进的非线性控制. 近年来, 变结构控制理论取得了很大的进展, 研究已深入到随机系统^[1]、混沌系统^[2]、广义系统^[3]等复杂系统. 变结构控制在工程分析^[4]、卫星姿态^[5]、电力系统^[6]、机器人^[7]等实际领域也取得了广泛的应用. 这类变结构控制的主要思想是根据到达条件, 保证从任意初态出发的系统运动轨线在有限时间内到达滑模面, 设计求取变结构控制律, 又称滑模控制. 滑模控制的优点是对系统参数摄动和外部扰动具有不变性, 但可能引起较大的抖振, 影响系统的动态性能.

软变结构控制是一种无滑模的变结构控制, 具

有高速调节速度和缩短趋近时间等优点, 且几乎不产生抖振, 从而使得系统在整个状态空间具有良好的动态品质^[8]. Kiendl^[9]最先提出了软变结构控制的概念, 从非连续的无滑模变结构控制拓展得到软变结构控制理论, 其控制策略是基于嵌套的正定不变集. Wredenhagen^[10]给出了基于分段线性二次型指标最优控制的输入受限系统的软变结构控制设计. Niewels^[11]证明了基于隐 Lyapunov 函数的软变结构控制模式的鲁棒稳定性. Adamy^[8]给出了基于饱和函数的线性时不变系统的软变结构控制设计. 基于饱和函数的控制策略在镇定时滞系统中也获得了应用^[12]. 软变结构控制的产生和发展是基于无滑模的变结构控制模式, 而非滑模控制模式和切换监督控制模式,

收稿日期: 2010-07-24; 修回日期: 2011-02-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60974025).

作者简介: 张彩虹(1981—), 女, 博士, 从事变结构控制、弹性梁稳定性等研究; 高存臣(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 从事变结构控制、广义系统理论等研究.

这个重要的事实表明, 软变结构控制不同于滑模控制和切换监督控制。

本文针对变结构控制的抖振问题, 给出了软变结构控制策略. 首先给出了软变结构控制的定义和控制器的构造方法; 然后讨论了基于隐 Lyapunov 函数的软变结构控制的特点. 分两种情形研究: 1) 控制不受限情形, 构造合适的软变结构控制器, 使得系统稳定; 2) 控制受限情形, 构造合适的软变结构控制器和隐 Lyapunov 区域, 使得系统具有良好的动态品质; 同时, 分析了带有状态观测器的软变结构控制。

2 软变结构控制的定义

为更好地分析软变结构控制的结构特征, 首先引入具有 k 个控制器的非连续的变结构控制。

考虑 n 维线性时不变连续系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t). \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态向量; $u(t) \in \mathbf{R}$ 为系统控制输入; $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为常值矩阵; $b \in \mathbf{R}^n$ 为常值向量, 且 $(A \ b)$ 为能控矩阵。

实际问题中, 控制往往是受限的, 假定满足

$$|u(t)| \leq u_0. \quad (2)$$

引入控制器

$$u(t) = F(x(t), p). \quad (3)$$

其中: F 为控制器; p 为选择策略参量, 它由不连续函数 $S(x)$ 决定, 即

$$p = S(x), \quad p = 1, 2, \dots, k. \quad (4)$$

这种非连续的变结构控制器由有限 k 个子控制器构成. 其系统结构见图 1。

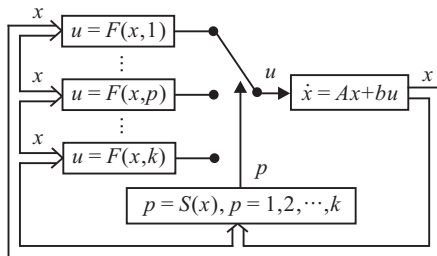


图 1 具有 k 个控制器的变结构控制系统结构

具有 k 个控制器的非连续的变结构控制, 无论是无滑模的变结构控制模式、滑模控制模式, 还是切换监督控制模式, 主要目的都是用来高速调节速度, 缩短趋近时间和尽可能削弱变结构控制引起的抖振. 抖振是由非连续的变结构控制系统在控制实现过程中的时间滞后、空间滞后和未建模动力学特性等因素引起的. 抖振削弱的成功与否, 是变结构控制能否被广泛应用的关键之一. 这类变结构控制的子控制器数目越多, 系统运动轨线趋近平衡态的时间越短. 但过多的子控制器不符合实际经济利益。

为了克服上述缺陷, 考虑如果 $S(x)$ 是连续的, 则选择策略参量 p 可取无穷多的值, 也是连续函数. 此时式 (4) 可一般地表示为隐函数的形式, 即

$$S(x(t), p^{(n)}, \dots, p) = 0. \quad (5)$$

这种具有连续选择策略参量 p 的变结构控制称为软变结构控制^[8], 其系统结构如图 2 所示。

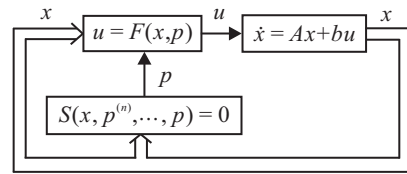


图 2 软变结构控制的系统结构

3 基于隐 Lyapunov 函数的软变结构控制

参考具有 k 个控制器的无滑模变结构控制设计软变结构控制, 首先给出具有 k 个控制器的变结构控制需要满足的条件。

在具有 k 个控制器的无滑模变结构控制中, 设子控制器是线性控制器, 即

$$u(t) = -k_p^T x(t), \quad p = 1, 2, \dots, k, \quad (6)$$

其中 $k_p \in \mathbf{R}^n$ 为常值向量。

若控制不受限, 则系统 (1) 和 (6) 应满足下列条件:

(A1) 每个闭环控制系统都是稳定的, 即系统

$$\dot{x}(t) = (A - bk_p^T)x(t), \quad p = 1, 2, \dots, k$$

的平衡态是稳定的。

若控制受限, 即式 (2) 成立. 此时系统 (1) 和 (6) 除了满足条件 (A1) 外, 还应满足以下条件:

(A2) 对于上述闭环控制系统的每个子系统, 存在一个 Lyapunov 区域

$$G_p = \{x(t) | v(x(t)) < \hat{v}\}, \quad p = 1, 2, \dots, k,$$

使得 $|u(t)| \leq u_0, \forall x(t) \in G_p$. 实际应用中, 为最大限度地利用控制器, G_p 的边界 \hat{v} 应与超平面 u_0 相切。

(A3) Lyapunov 区域 G_p 是嵌套的, 即满足

$$G_{p+1} \subset G_p, \quad p = 1, 2, \dots, k-1.$$

根据具有 k 个控制器的无滑模变结构控制模式的设计原理, 在软变结构控制模式中, 设子控制器是线性控制器, 即

$$u(t) = -k^T(p)x(t). \quad (7)$$

若控制不受限, 则系统 (1) 和 (7) 应满足下列条件:

(B1) 软变结构控制系统是稳定的, 即

$$\dot{x}(t) = (A - bk^T(p))x(t) \quad (8)$$

的平衡态是稳定的。

若控制受限, 即式 (2) 成立. 此时系统 (1) 和 (7) 除

了满足条件 (B1) 外, 还应满足以下两个条件:

(B2) 对于闭环控制系统 (8) 的每个子系统, 存在一个隐 Lyapunov 区域

$$G(p) = \{x(t) | g(p, x(t)) < 0\}; \quad (9)$$

(B3) 无限稠密的隐 Lyapunov 区域是嵌套的, 即

$$G(p + \varepsilon) \subset G(p), \forall \varepsilon > 0. \quad (10)$$

这种软变结构控制没有给出求解隐 Lyapunov 区域 $G(p)$ 的具体方法. 应用基于隐 Lyapunov 函数的软变结构控制的关键是给出求解 $G(p)$ 的具体过程. 文献 [13] 给出了一种方法: 定义隐 Lyapunov 区域 $G(p) = \{x(t) | g(p, x(t)) < 0\}$, 且边界满足

$$\partial G(p) = \{x(t) | g(p, x(t)) = 0\}. \quad (11)$$

考虑满足式 (8) 的软变结构控制, 必须满足以下条件:

(B4) 对于每个状态向量, 方程 $g(p, x(t)) = 0$ 关于 p 存在唯一的解.

(B5) $g(p, x(t))$ 的选择能够使得系统 (8) 和 (11) 稳定.

考虑 Lyapunov 函数 $v(x)$, 即 $v(x)$ 满足: 1) $v(x) = 0$ 当且仅当 $x = 0$; 2) $v(x) > 0, x \neq 0$; 3) $\dot{v}(x) < 0, x \neq 0$. Adamy^[8] 给出了一个特殊函数

$$p = v(x) \triangleq v. \quad (12)$$

将式 (12) 代入 (8) 和 (11), 得

$$\dot{x}(t) = (A - bk^T(v))x(t) \triangleq \hat{A}(v)x, \quad (13)$$

$$g(v, x) = 0. \quad (14)$$

条件 (B1)~(B3) 可通过计算 $g(p, x(t)) < 0$ 并选择合适的 p 给出; 条件 (B4) 和 (B5) 可通过关于方程 (13) 和 (14) 的隐 Lyapunov 函数定理得到.

注 1 为便于表述, 在不引起歧义的前提下, 以下数学公式中的时间变量 t 一律省略.

引理 1 (隐 Lyapunov 函数定理^[8]) 假定微分方程 $\dot{x} = f(x)$ 有一个平衡态 $x = 0$, 且 $f(x)$ 是连续函数, 微分方程满足解的存在唯一性. 在区域

$$G = \{(v, x) | 0 < v < c, x \in G_0 \setminus \{0\}, G_0 \subseteq G_1\},$$

构造一个关于 v 和 x 均可微的连续函数 $g(v, x)$, 使得

$$(C1) \lim_{v \rightarrow 0^+} \lim_{x \rightarrow 0} g(v, x) = 0;$$

$$(C2) \lim_{v \rightarrow 0^+} g(v, x) > 0, \lim_{v \rightarrow c} g(v, x) < 0, \forall x \in G_0.$$

其中: G_1 是原点附近的一个邻域, c 为正常数.

若函数 $g(v, x)$ 满足下列条件:

$$(C3) -\infty < \frac{\partial g(v, x)}{\partial v} < 0;$$

$$(C4) \frac{\partial g(v, x(t))}{\partial t} < 0, \forall (v, x), \text{ 其中 } g(v, x) \text{ 边界满足 } g(v, x) = 0. \text{ 则系统的平衡态 } x = 0 \text{ 渐近稳定.}$$

由方程 $g(v, x) = 0$ 定义的函数 $v(x) \in (0, c)$ 是微分方程 $\dot{x} = f(x)$ 在区域 G_0 内的隐 Lyapunov 函数. 若 $v(0) = 0$, 则隐 Lyapunov 函数 $v(x)$ 在 $x = 0$ 点连续, 满足引理 1 的函数 $g(v, x)$ 可使得条件 (B4) 和 (B5) 成立.

4 软变结构控制器设计

不失一般性, 假定系统 (1) 化为可控标准型, 即

$$\dot{x} = A_0x + b_0u. \quad (15)$$

其中

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & \dots & -a_n \end{bmatrix}, b_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

不妨记 $a^T \triangleq [a_1 \ a_2 \ a_3 \ \dots \ a_n]$.

线性软变结构控制器

$$u = -k^T(v)x. \quad (16)$$

将式 (16) 代入 (15), 得

$$\dot{x} = (A_0 - b_0k^T(v))x \triangleq \hat{A}(v)x. \quad (17)$$

考虑 $v = c$ 时的特殊情形, 有

$$\hat{A}(c) = A_0 - b_0k^T(c) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\hat{a}_1 & -\hat{a}_2 & -\hat{a}_3 & \dots & -\hat{a}_n \end{bmatrix}. \quad (18)$$

记 $\hat{a}^T \triangleq [\hat{a}_1 \ \hat{a}_2 \ \dots \ \hat{a}_n]$, 其中 $\hat{a}_i = a_i + k_i(c), i = 1, 2, \dots, n$.

4.1 软变结构控制器——控制不受限情形

定理 1 对于系统 (15) 和 (16), 当控制不受限时, 若

$$k(v) = D^{-1}(v)\hat{a} - a, \quad (19)$$

其中 $D = \text{diag}(v^n, v^{n-1}, v^{n-2}, \dots, v)$, 则 $\hat{A}(v)$ 特征值

$$\lambda_i(v) = c\lambda_i(c)v^{-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (20)$$

若 $\text{Re}\lambda_i(c) < 0$, 则系统的平衡态 $x = 0$ 渐近稳定.

证明 由式 (19) 知

$$k(v) = \begin{bmatrix} \hat{a}_1v^{-n} - a_1 \\ \hat{a}_2v^{-(n-1)} - a_2 \\ \vdots \\ \hat{a}_{n-1}v^{-2} - a_{n-1} \\ \hat{a}_nv^{-1} - a_n \end{bmatrix}.$$

代入式 (17), 得

$$\hat{A}(v) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\hat{a}_1 v^{-n} & -\hat{a}_2 v^{-(n-1)} & \dots & -\hat{a}_n v^{-1} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

所以 $\hat{A}(v)$ 的特征多项式为

$$\lambda^n + v^{-1}\hat{a}_n\lambda^{n-1} + \dots + v^{-n}\hat{a}_1 = 0. \quad (22)$$

将式 (22) 两端同乘以 v^n , 得

$$v^n\lambda^n + v^{n-1}\hat{a}_n\lambda^{n-1} + \dots + \hat{a}_1 = 0. \quad (23)$$

因为 $\hat{A}(c)$ 的特征根为 $\lambda_i(c)$, 即方程

$$c^n\lambda^n + c^{n-1}\hat{a}_n\lambda^{n-1} + \dots + \hat{a}_1 = 0 \quad (24)$$

的根为 $\lambda_i(c)$, 所以方程 (23) 的根为 $c\lambda_i(c)v^{-1}$, 即 $\hat{A}(v)$ 的特征根为 $c\lambda_i(c)v^{-1}$, $i = 1, 2, \dots, n$. 又 c 为正常数, 而 $\lambda_i(c) < 0$, 所以系统的平衡态 $x = 0$ 渐近稳定. \square

根据定理 1, 系统 (15) 和 (16) 具有放射状的特征值, 可使系统较快到达稳定状态. 此时

$$\hat{A}(v) = v^{-1}D(v)\hat{A}(c)D^{-1}(v). \quad (25)$$

4.2 软变结构控制器——控制受限情形

对于系统 (15) 和 (16), 若存在控制受限 (2), 则需要构造合适的隐 Lyapunov 区域 $G = \{x|g(v, x) < 0\}$. 为使每个隐 Lyapunov 区域与超平面 $u = -k^T(v)x$ 相切, 需构造隐 Lyapunov 方程

$$g(v, x) = e(v)x^T R(v)x(v) - c = 0, \quad v \in (0, c). \quad (26)$$

其中: $R(v)$ 为待定对称正定矩阵, $e(v)$ 由如下定理 2 给出:

定理 2 若

$$e(v) = \frac{ck^T(v)R^{-1}(v)k(v)}{u_0^2}, \quad (27)$$

则超曲面 $g(v, x) = e(v)x^T R(v)x - c$ 与超平面 $u_0 = |k^T(v)x|$ 相切.

证明 考虑 Lagrange 函数

$$L(\lambda, x) = e(v)x^T R(v)x + \lambda(k^T(v)x - u_0),$$

则有

$$L_x = 2e(v)R(v)x + \lambda k(v),$$

$$L_\lambda = k^T(v)x - u_0.$$

令 $L_x = 0, L_\lambda = 0$, 可得

$$\lambda = -\frac{2e(v)u_0}{k^T(v)R^{-1}(v)k(v)}, \quad (28)$$

$$x = u_0/k^T(v), \quad (29)$$

此时 $L(\lambda, x)$ 取得最大值 c . 将式 (28) 和 (29) 代入方程 $L(\lambda, x) = c$, 得

$$e(v) = \frac{ck^T(v)R^{-1}(v)k(v)}{u_0^2}. \quad \square$$

下面构造合适的矩阵 $R(v)$, 使得隐 Lyapunov 函数 $g(v, x)$ 满足引理 1 的条件 (C4).

定理 3 若

$$\hat{A}^T(v)R(v) + R(v)\hat{A}(v) = -S(v), \quad (30)$$

其中 $S(v)$ 为正定矩阵, 则隐 Lyapunov 函数 $g(v, x)$ 满足引理 1 的条件 (C4).

证明 由于

$$\frac{\partial g(v, x(t))}{\partial t} = e(v)x^T[\hat{A}^T(v)R(v) + R(v)\hat{A}(v)]x,$$

$$e(v) = \frac{ck^T(v)R^{-1}(v)k(v)}{u_0^2} > 0,$$

$$\hat{A}^T(v)R(v) + R(v)\hat{A}(v) = -S(v)$$

负定, 则 $\partial g(v, x(t))/\partial t < 0$, 即引理 1 的条件 (C4) 成立. \square

考虑正定函数 $R(v)$ 和 $S(v)$ 的任意性, 令

$$R(v) = D^{-1}(v)R(c)D^{-1}(v), \quad (31)$$

$$S(v) = v^{-1}D^{-1}(v)S(c)D^{-1}(v), \quad (32)$$

其中 $R(c)$ 和 $S(c)$ 是正定常值矩阵. 假定

$$\hat{A}^T(c)R(c) + R(c)\hat{A}(c) = -S(c), \quad (33)$$

将式 (33) 两边左乘 $D^{-1}(v)$, 右乘 $D^{-1}(v)$, 再左乘 v^{-1} , 得

$$\begin{aligned} &v^{-1}D^{-1}(v)(\hat{A}^T(c)D(v)D^{-1}(v)R(c) + \\ &R(c)D^{-1}(v)D(v)\hat{A}(c)D^{-1}(v) = \\ &-v^{-1}D^{-1}(v)S(c)D^{-1}(v). \end{aligned} \quad (34)$$

将式 (25), (31), (32) 代入 (34), 得

$$\hat{A}^T(v)R(v) + R(v)\hat{A}(v) = -S(v).$$

定理 4 若

$$\max \dot{e}(v) \leq 0, \quad v \in [0, c], \quad (35)$$

$$FR(c) + R(c)F = -T(c). \quad (36)$$

其中: $F = -\text{diag}(n, n-1, \dots, 1)$, $T(c)$ 为正定常值矩阵. 则 $g(v, x)$ 满足引理 1 的条件 (C3).

证明 因

$$\frac{\partial R(v)}{\partial v} = \frac{\partial[D^{-1}(v)R(c)D^{-1}(v)]}{\partial v} =$$

$$v^{-1}D^{-1}(v)(FR(c) + R(c)F)D^{-1}(v),$$

而 $FR(c) + R(c)F = -T(c)$ 负定, 故 $\frac{\partial R(v)}{\partial v}$ 负定. 考虑

$$\frac{\partial g(v, x)}{\partial v} = \dot{e}(v)x^T R(v)x + e(v)x^T \frac{\partial R(v)}{\partial v} x,$$

由 $\max \dot{e}(v) \leq 0$ 及 $\frac{\partial R(v)}{\partial v}$ 负定, 得 $\frac{\partial g(v, x)}{\partial v}$ 负定. \square

5 带有状态观测器的软变结构控制

在实际问题中, 有时状态信号 $x(t)$ 的测量误差较大, 有时不能直接测量, 导致物理上的不可实现性. 解决问题的基本途径是进行状态重构. 下面引入状态

观测器, 构造一个新的软变结构控制系统, 利用原系统中可直接测量的输入信号 $u(t)$ 和输出信号 $y(t)$ 来估计 $\hat{x}(t)$; 将 $u(t)$ 和 $y(t)$ 作为状态观测器的输入向量, $\hat{x}(t)$ 作为其输出向量, 并使 $\hat{x}(t)$ 在一定条件下等价于原系统的状态信号 $x(t)$.

考虑软变结构控制系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases}$$

其中: $y(t) \in \mathbf{R}^n$ 为系统输出向量, $C \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为常值矩阵, 且 (A, C) 为能观矩阵.

其带有状态观测器的软变结构控制系统为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)), \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t). \end{cases} \quad (37)$$

引入偏差向量 $h(t) = \hat{x}(t) - x(t)$, 有

$$y(t) - \hat{y}(t) = Cx(t) - C\hat{x}(t) = -Ch(t),$$

$$\dot{h}(t) = \dot{\hat{x}}(t) - \dot{x}(t) = (A - LC)h(t).$$

选取软变结构控制器 (16), 则式 (37) 可化为

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}(t) \\ \dot{h}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - bk^T & -LC \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ h(t) \end{bmatrix}.$$

这说明, 借助于状态观测器来实现状态反馈的软变结构控制所构成的闭环极点等于直接用状态反馈的极点和观测器本身极点的总和.

由以上分析知, 观测器的引入不影响已配置好的系统特征值, 而状态反馈也不影响观测器的特征值, 控制系统的动态特性与观测器的动态特性是相互独立的.

由 (A, C) 为能观矩阵知, 存在矩阵 L , 使得 $A - LC$ 有任意预置的极点集. 由定理 1 知, 选取合适的软变结构控制器参数, 可使 $A - bk^T$ 的特征值均具有负实部. 由此给出的带有状态观测器的软变结构控制系统的平衡态仍然渐近稳定.

6 仿真实例

为验证基于隐 Lyapunov 函数的软变结构控制策略的有效性, 给出一个海洋环境中潜水艇潜水深度模型, 分析潜水艇潜水深度控制问题.

考虑具有可控标准型的线性系统 (1). 其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0.005 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}.$$

其中: x_1 为潜水艇潜水深度, x_2 为潜水艇垂直升降速度, x_3 为潜水艇垂直升降加速度. 控制 u 满足

$$|u| \leq u_0 = 2.5 \times 10^{-5},$$

初始状态向量满足

$$X_0 = \{x \mid |x_1| \leq 10, |x_2| \leq 0.05, |x_3| \leq 0.005\}.$$

Athans^[14]解决了此模型的时间最优控制问题; Gutman^[15]给出了潜水艇潜水深度的线性控制. 下面设计基于隐 Lyapunov 函数的软变结构控制. 令正常数 $c = 1$, 选取合适的特征值

$$\lambda_1 = -0.0037, \quad \lambda_{2,3} = -0.0025 \pm j0.005.$$

在实际应用中, 当 $v \approx 0$ 时, 软变结构控制计算量急剧增加, 可用线性控制代替. 为使仿真直观, 通常 v 较小, 取 $v = 0.05$. 假定初态 $x^T = [0 \ 0 \ -0.004]$, 潜水深度 x_1 与控制输入 u 的仿真结果如图 3 和图 4 所示.

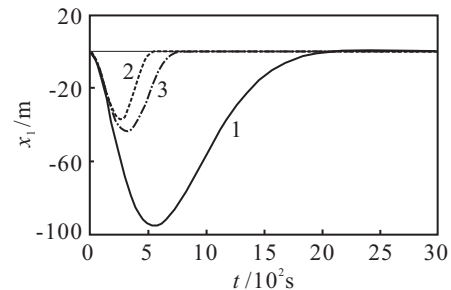


图 3 潜水深度 x_1 曲线对比

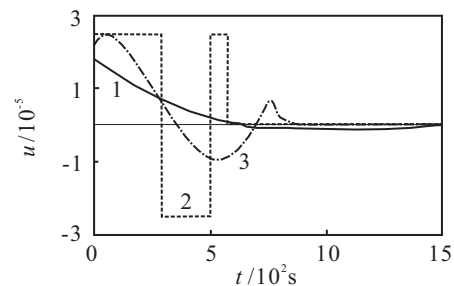


图 4 控制输入 u 曲线对比

图 3 和图 4 中, 曲线 1 为线性控制, 曲线 2 为时间最优控制, 曲线 3 为基于隐 Lyapunov 函数的软变结构控制. 根据仿真结果, 基于隐 Lyapunov 函数的软变结构控制在缩短趋近时间方面优于线性控制; 尽管弱于时间最优控制, 但时间最优控制的控制信号变化缺乏平滑性, 抖振较强. 总之, 基于隐 Lyapunov 函数的软变结构控制策略是有效的.

7 结 论

本文基于隐 Lyapunov 函数给出了软变结构控制的定义和控制器的构造方法, 通过设计软变结构控制器和隐 Lyapunov 区域, 讨论了控制不受限和控制受限两种情形的软变结构控制; 同时, 分析了带有状态观测器的软变结构控制. 软变结构控制是一类无滑模的变结构控制, 能有效削弱系统抖振, 保持高速调节速度和缩短趋近时间. 最后通过一个潜水艇潜水深度实例说明了该方法的有效性和优越性. 本文仅分析了线性时不变系统的基于隐 Lyapunov 函数的软变结构控制, 关于寻求软变结构控制的其他控制方式和构造其他复杂系统的软变结构控制是进一步研究的重点.

参考文献(References)

- [1] Xing H L, Gao C C, Li D H. Sliding mode variable structure control for parameter uncertain stochastic systems with time-varying delay[J]. *J of Mathematical Analysis and Applications*, 2009, 355(2): 689-699.
- [2] Hassan S, Seyyed M K, Gholamreza V, et al. Stabilizing unstable fixed points of discrete chaotic systems via quasi-sliding mode method[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2009, 14(3): 839-849.
- [3] 郭继峰, 高存臣. 滞后离散广义不确定系统的变结构控制[J]. *控制与决策*, 2007, 22(1): 95-99.
(Guo J F, Gao C C. Variable structure control of discrete uncertain singular systems with multiple time-delays[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(1): 95-99.)
- [4] Perruquetti W, Barbot J P. Sliding mode control in engineering[M]. New York: Marcel Dekker Inc, 2002: 361-415.
- [5] Patel T R, Kumar K D, Behdiman K. Variable structure control for satellite attitude stabilization in elliptic orbits using solar radiation pressure[J]. *Acta Astronautica*, 2009, 64(2): 359-373.
- [6] Juan F V, Gerard L. Variable structure control for power systems stabilization[J]. *Electrical Power and Energy Systems*, 2010, 32(2): 101-107.
- [7] Letizia C M, Leo T, Orlando G. Experimental testing of a discrete-time sliding mode controller for trajectory tracking of a wheeled mobile robot in the presence of skidding effects[J]. *J of Robotic Systems*, 2002, 19(4): 177-188.
- [8] Adamy J, Flemming A. Soft variable-structure controls: A survey[J]. *Automatica*, 2004, 40(11): 1821-1844.
- [9] Kiendl H, Schnerder G. Synthesis of nonlinear regulator for const/s^2 control systems based on restricted regulating variable by alternate completed input instructions[J]. *Regulation Technology and Data Processing*, 1972, 20(7): 289-296.
- [10] Wredenhagen G F, Bélanger P R, Miyazaki F. Piecewise-linear LQ control for systems with input constraints[J]. *Automatica*, 1994, 30(3): 403-416.
- [11] Niewels F, Kiendl H. Robust stability for a class of variable structure control system[J]. *Automation Technology*, 2003, 51(12): 555-562.
- [12] Emilia F, Michel D. Control under quantization, saturation and delay: An LMI approach[J]. *Automatica*, 2009, 45(10): 2258-2264.
- [13] Adamy J. Variable structure regulation based on implicit Lyapunov functions[D]. Dortmund: Institute for Automatic Control, University of Dortmund, 1991.
- [14] Athans M, Falb P L. Optimal control[M]. New York: McGraw-Hill, 1966: 790-866.
- [15] Gutman P O, Hagander P. A new design of constrained controllers for linear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1985, 30(1): 22-33.

(上接第70页)

- [10] Lin W. Feedback stabilization of general nonlinear control systems: A passive system approach[J]. *Systems and Control Letters*, 1995, 25(1): 41-52.
- [11] Lin W. Global asymptotic stabilization of general nonlinear systems with stable free dynamics via passivity and bounded feedback[J]. *Automatica*, 1996, 32(6): 915-924.
- [12] Ge S S, Zhang J. Neural-network control of nonaffine nonlinear system with zero dynamics by state and output feedback[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2003, 14(4): 900-918.
- [13] Polycarpou M M. Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(3): 447-451.
- [14] Kim B S, Calise A J. Nonlinear flight control using neural networks[J]. *AIAA J of Guidance Control Dynamics*, 1997, 20(1): 26-33.
- [15] Yang B J, Calise A J. Adaptive control of a class of multivariable nonaffine systems[C]. *Proc of the 46th IEEE Conf on Decision and Control*. New Orleans, 2007: 4809-4814.
- [16] Yu J P, Chen B, Yu H S. Position tracking control of induction motors via adaptive fuzzy backstepping[J]. *Energy Conversion and Management*, 2010, 51(11): 2345-2352.
- [17] Le H T, Lee C Y, Lee S R. Dynamic adaptive backstepping and saturated proportional integral sliding mode control for nonlinear systems[J]. *Int J of Precision Engineering and Manufacturing*, 2010, 11(4): 527-537.
- [18] 晋玉强. 块控不确定非线性系统鲁棒自适应控制研究[D]. 烟台: 海军航空工程学院控制工程系, 2006.
(Jin Y Q. Research on the robust adaptive control of block control uncertain nonlinear systems[D]. Yantai: Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, 2006.)