

文章编号:1003-207(2015)01-0111-10

DOI:10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2015.01.014

基于公理设计和功能过剩的公共住房撮合分配方法

葛怀志^{1,2}, 张金隆^{1,2}

(1. 华中科技大学管理学院, 湖北 武汉 430074;

2. 华中科技大学现代信息管理研究中心, 湖北 武汉 430074)

摘要:公共住房的合理分配是关系保障性安居工程成败及可持续发展的“生命线”。公共住房分配中缺乏科学规划和依据,既难以保障公共住房资源分配的“公平正义”,也在一定程度上造成了效率缺失。本文借鉴双边匹配思想,给出了一种基于公理设计和功能过剩的公共住房撮合分配方法,构建了一个公共住房撮合分配多目标优化决策模型。文中给出的公共住房分配案例计算表明,该方法有利于提高公共住房撮合分配的科学性、合理性及正确性,具有一定的可行性和适用性。基于相关系数权重的数值模拟试验,研究进一步探讨了住房保障的发展阶段、住房保障策略与最优撮合分配结果的关系,为公共住房分配提供了一些策略:在住房保障起步和发展阶段,应当优先考虑较高的保障覆盖面,同时也应避免公共住房对保障需求过剩;在住房保障发展成熟和完善阶段,则应当注重提高住房保障的保障水平,尽力满足住房保障对象更高水平的住房改善需求。

关键词:公共住房;撮合分配;公理设计;功能过剩;多目标优化模型

中图分类号:C939 **文献标识码:**A

1 引言

随着我国住房保障建设的不断发展,各种公共住房建设在全国各地如火如荼的推进,每年有大量公共住房陆续进入分配阶段。作为关系保障性安居工程成败及可持续发展的“生命线”,公共住房的“合理分配”既是对政府公信力和执行力的重要考验,也是使该保障的群众真正受益、防止不符合条件者侵占公共住房资源的重要手段。

罗尔斯从社会资源分配角度论述“正义”问题时,提出了两个正义原则:一是平等自由原则;二是机会平等原则和差别原则。前者作为第一原则,体现的是公民在政治法律面前的人人平等;后者则主张在资源分配时用机会的公平平等原则加以限制。在社会资源分配时不应当放任自由市场不管,而需要以公平正义为目标的行政和法律制度进行调节。除此之外,也需要使用“差别原则”来纠正基于能力

和天赋的不平等,在资源分配中应当有利于最弱势群体的最大利益。公共住房分配作为我国社会分配体系中的一部分,其价值目标应当与我国社会主义国家实现分配公平正义的价值目标一致。但是公共住房的公平分配不等于平均分配,其本质意味着每个保障对象的条件不同,人与人之间应有合理的差距,才能使得分配所得与个人条件相均衡。在公共住房分配中,应当首先使得住房困难的弱势群体能够得到公共住房分配的同等机会,但在均等机会下,则是通过差别性的住房分配来实现的,它表现为一种纵向公平,体现了公共住房分配对弱势群体的补偿原则。

在住房保障中,各个地区的住房保障相关政策制度和管理办法对住房保障对象界定、住房保障的准入退出均做出了比较明确的规定,先行保障了公共住房资源分配中的机会均等问题。但在公共住房分配的操作过程中,绝大多数地区惯用的是主观决策、摇号随机分配、手工操作为主的分配方法,没有体现社会资源分配“公平正义”中的“差别原则”,也缺乏科学的规则和依据:一方面没有充分考虑公共住房对保障需求的匹配程度,另一方面也没有从资源节约的角度去考虑住房保障的效率。因此,在实际中的分配结果不可避免地存在一些不合理性,产

收稿日期:2012-11-04; 修订日期:2013-07-08

基金项目:“十二五”国家科技支撑计划资助项目(2012BAJ05B06);国家自然科学基金资助项目(71271095)

作者简介:葛怀志(1984-),男(汉族),湖南岳阳人,华中科技大学管理学院,博士研究生,研究方向:管理决策优化、住房保障。

生了各种如“过保漏保”、“以权谋私”和“公共住房空置”等问题,既无法保障公共住房资源分配的优化配置,也在一定程度上失去了社会资源分配的“公平正义”。本文试图借鉴当前研究和应用较为热门的双边匹配思想,根据住房保障的特点,针对保障对象和公共住房的需求供给属性信息,构建决策优化模型来解决住房保障中公共住房的撮合分配问题。

撮合匹配研究最早起源于婚姻匹配和入学互选问题,其目的是尽量使男女双方和学生学校双方找到满意的对方,进而获得恰当的匹配结果^[1-2]。近年以来,特别是随着电子商务的发展,撮合匹配的思想被学者扩展到许多实际应用领域中,并开展了广泛的研究^[3-10]。其中,关于电子商务中多属性商品交易撮合匹配的研究占了绝大多数,少量研究仅以住房的市场交易作为算例^[11-12]分析,没有具体针对福利性的公共物品分配这一特殊情况 and 性质进行撮合分配的专门研究。

有鉴于此,本研究针对住房保障中公共住房分配的特点,给出一种基于公理设计和功能过剩的供需双方的多属性匹配程度计算方法,分析公共住房对保障对象需求满足的匹配程度以及功能过剩,同时考虑到公共部门的决策需求,构建了一个多目标优化决策方法用于公共住房的撮合分配。

2 公共住房撮合分配的问题描述

公共住房分配中一般存在三方主体,即保障对象、公共住房以及公共决策部门。根据保障对象的需求和公共住房的特征,公共决策部门进行必要的决策分析,并以此给出合理的住房分配方案。针对实际情况的不同,“公共部门”可以由房管局、住房保障中心以及其它组织和部门来承担。

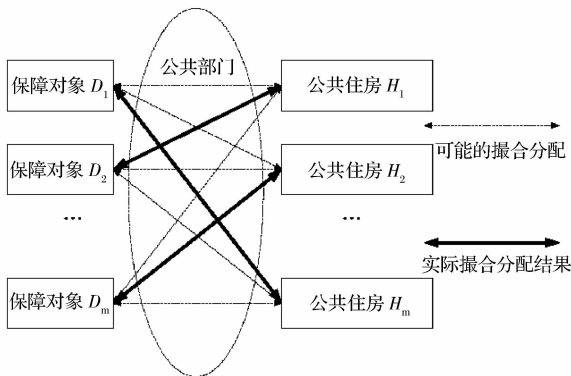


图 1 公共住房的分配撮合

公共住房的撮合分配问题可以由上图表示。保

障对象(左边节点)和公共住房(右边节点)之间的连接线表示二者撮合分配的可能性与实际结果。对保障对象和公共住房进行分配撮合的目的就是确定连接线与节点的匹配关系,以达到某种撮合目的的尽可能最大化。下面给出本文需要解决问题的具体描述:

设有 m 个住房保障对象的集合 $D = \{D_1, D_2, \dots, D_m\}$, 其中 D_i 表示第 i 个保障对象 ($i = 1, 2, \dots, m$), 根据公共部门对不同保障对象的侧重程度不同赋予其相关权重 $W = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$, $\sum_{i=1}^m \omega_i = 1$ 。待分配的 l 类公共住房的集合 $H = \{H_1, H_2, \dots, H_l\}$, 其中 H_k 表示待分配的第 k 类公共住房。属性集 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 为住房保障对象的住房需求属性集(也是公共住房的住房属性集), 其中 A_j 表示住房需求的第 j 个属性指标。记 $(\alpha_j)_{1 \times n}$ 为公共住房属性指标的权重, 表示公共住房的第 j 个住房属性特征的重要程度。记 $\tilde{R} = (\tilde{r}_{ij})_{m \times n}$ 为保障对象一住房属性需求矩阵, \tilde{r}_{ij} 表示第 i 个保障对象对第 j 个住房属性的具体需求值; 记 $\tilde{T} = (\tilde{t}_{kj})_{l \times n}$ 为公共住房一住房属性实际输出矩阵, \tilde{t}_{kj} 表示第 k 类公共住房的第 j 个住房属性的实际输出值。

3 公共住房撮合分配的多目标决策方法

针对住房保障的政策和公共住房分配的特点, 提出以下撮合分配的规则:

规则 1: 不同公共住房的住房属性维度是一致的。公共住房的住房属性集为所有不同公共住房具有的属性特征的并集, 若某类公共住房中某个属性不存在, 则赋其值为零。

规则 2: 保障对象对住房属性的需求是合理的。一方面, 保障对象不会有公共住房不存在的住房属性需求; 另一方面, 基于住房保障仅能保障基本居住条件的性质, 保障对象的住房属性求理想范围是适当的。

规则 3: 保障对象的住房需求和公共住房的住房属性都可以由某种形式来表示(本文中为区间型、数值型、硬约束型), 且公共决策部门能根据不同保障对象的住房需求紧迫性赋予其不同的权重, 公共住房的住房属性权重可以通过 AHP 方法或其他方法得到。

规则 4: 一个保障对象最多只能被分配到一类公共住房中, 一类公共住房至多只能分配一个保障

对象。

在现实的多属性双边匹配问题中,由于不同问题的复杂性、模糊性和不确定性,许多问题的属性特征指标值的信息形式可能是多样的,如实数值、区间数、言语^[13]等形式。为简化问题起见,本文给出的公共住房—住房属性实际输出矩阵 $\tilde{T} = (\tilde{t}_{kj})_{l \times n}$ 和保障对象—住房属性需求矩阵 $\tilde{R} = (\tilde{r}_{ij})_{m \times n}$ 均为区间数形式,其中 $\tilde{t}_{kj} = [t_{kj}^L, t_{kj}^U]$ 为第 k 类住房的第 j 个住房属性的实际输出值, $\tilde{r}_{ij} = [r_{ij}^L, r_{ij}^U]$ 为第 i 个保障对象对第 j 个住房属性的需求值。

3.1 基于公理设计的公共住房匹配程度

公理设计主要包括两条公理,即独立公理和信息公理^[14]。独立公理要求保持功能性要求 (Functional Requirements, FRs) 的独立性,信息公理则是指总体信息容量最小的方案为最佳方案。记 I_j 为属性 A_j 的信息容量, p_j 表示为完成功能性要求 FR_j 的成功概率,则信息容量 I_j 的计算公式为:

$$I_j = \log_2 \frac{1}{p_j} \quad (1)$$

其中,成功概率 p_j 可以理解为试图满足的设计范围和实际的系统范围之间的函数。通常,设计范围体现需求属性的期望水平,此处定义为保障对象的住房需求属性理想范围;系统范围则反映属性的实际水平,此处定义为公共住房属性实际输出。公共范围则是设计范围和系统范围之间的重叠区域,体现了属性的期望水平和实际水平之间的匹配程度,此处定义为保障对象的住房需求属性理想范围与公共住房属性实际输出的重叠区域。于是, p_j 和 I_j 可以分别表示为:

$$p_j = \frac{\text{公共范围}}{\text{系统范围}} \quad (2)$$

$$I_j = \log_2 \frac{\text{系统范围}}{\text{公共范围}} \quad (3)$$

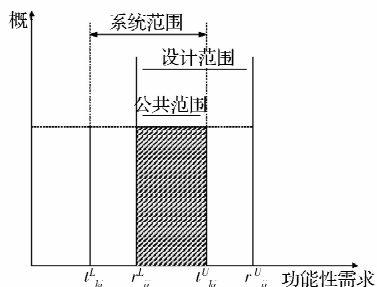


图 2 设计范围、系统范围和公共范围示意图

图 2 表示了设计范围、系统范围和公共范围的

基本涵义。由信息容量的定义和上图可以看出两个极端情况。

(1)当系统范围(公共住房的属性实际输出)没有达到设计范围(保障对象的住房需求属性理想范围)的要求时,表示公共住房的属性实际输出完全没有达到保障对象的住房属性需求,则该属性信息容量 I_j 为 ∞ , 相应的撮合分配不存在。

(2)当系统范围(公共住房的属性实际输出)完全超出设计范围(保障对象的住房需求属性理想范围)的要求时,即公共住房的属性实际输出最低值高于保障对象的住房属性需求最高值时,表示公共住房的属性实际输出完全满足保障对象的住房属性需求理想范围,则该属性信息容量 I_j 为 0, 考虑其为可能的撮合分配。

分别考虑效益型、成本型和硬约束属性,定义属性 A_j 下公共住房 H_k 的实际输出水平与保障对象 D_i 的理想需求的信息容量 I_{ikj} 计算公式为^[12]:

(1) A_j 为效益型属性时,例如住房建筑面积等。

$$I_{ikj} = \begin{cases} 0 & t_{kj}^L > r_{ij}^U \\ \infty & t_{kj}^U < r_{ij}^L \\ \log_2 \frac{\text{系统范围}}{\text{公共范围}} & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

(2) A_j 为成本型属性时,例如住房价格等。

$$I_{ikj} = \begin{cases} 0 & t_{kj}^U > r_{ij}^L \\ \infty & t_{kj}^L > r_{ij}^U \\ \log_2 \frac{\text{系统范围}}{\text{公共范围}} & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

(3) A_j 为硬约束属性时,例如住房楼层等。

$$I_{ikj} = \begin{cases} 0 & r_{ij}^L < t_{kj}^L < t_{kj}^U < r_{ij}^U \\ \infty & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

特别地,当 $\tilde{t}_{kj} = [t_{kj}^L, t_{kj}^U]$ 退化成一个数值时,樊冶平和陈希^[12]给出了相应属性容量的计算公式。但该研究据此计算得到的交易匹配度本质上是基于需求视角的匹配度,即产品对需求满足匹配的程度,而非供需双方视角的匹配度。故本文定义,当 $\tilde{t}_{kj} = t_{kj}^L = t_{kj}^U$ 时,针对属性 A_j 的信息容量 I_{ikj} 的计算公式变化为:

(1) A_j 为效益型属性时,例如住房建筑面积等。

$$I_{ikj} = \begin{cases} 0 & t_{kj}^L = t_{kj}^U \geq r_{ij}^L \\ \infty & t_{kj}^L = t_{kj}^U < r_{ij}^L \end{cases} \quad (7)$$

(2) A_j 为成本型属性时,例如住房价格等。

$$I_{ikj} = \begin{cases} 0 & t_{kj}^L = t_{kj}^U \leq r_{ij}^L \\ \infty & t_{kj}^L = t_{kj}^U > r_{ij}^L \end{cases} \quad (8)$$

(3) A_j 为硬约束属性时,例如住房楼层等。

$$I_{ikj} = \begin{cases} 0 & r_{ij}^L < t_{kj}^L = t_{kj}^U < r_{ij}^U \\ \infty & \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

显然,与樊治平和陈希^[12]的研究中不同的是,本研究中的信息容量 I_{ikj} 应被视为公共住房 H_k 对保障对象 D_i 与在属性 A_j 下需求的匹配程度,而不是指供需双边的匹配程度。记 I_{ik} 为公共住房 H_k 与保障对象 D_i 撮合分配的信息容量,它的大小能够反映该撮合分配中住房属性对需求的匹配程度。 $(\alpha_j)_{1 \times n}$ 为已知的公共住房属性指标的权重,则 I_{ik} 的计算公式为:

$$I_{ik} = \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cdot I_{ikj}) \quad (10)$$

设 z_{ik} 为一个 0-1 变量, $z_{ik} = 1$ 表示公共住房 H_k 与保障对象 D_i 成功达成撮合分配, $z_{ik} = 0$ 表示对应的撮合分配不存在。 $\sum_{i=1}^m z_{ik} \leq 1$ 表示一个保障对象最多只能被分配到一类公共住房, $\sum_{i=1}^l z_{ik} \leq 1$ 表示一类公共住房至多与一个保障对象匹配。则最终撮合分配方案中,公共住房 H_k 与保障对象 D_i 信息容量 I_{ik} 变化为:

$$I_{ik} = z_{ik} \cdot \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cdot I_{ikj}) \quad (11)$$

考虑分配撮合方案总体信息容量的最小化,对于所有待撮合住房保障对象,记总信息容量为 I 。计算公式为:

$$I = \sum_{i=1}^m (\omega_i \cdot \sum_{k=1}^l (z_{ik} \cdot \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cdot I_{ikj}))) \quad (12)$$

考虑到公共决策部门对于保障面的匹配要求,构建多目标优化模型:

$$\min I = \min \sum_{i=1}^m (\omega_i \cdot \sum_{k=1}^l (z_{ik} \cdot \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cdot I_{ikj}))) \quad (13)$$

$$\max Z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l z_{ik} \quad (14)$$

s. t.

$$\sum_{i=1}^m \omega_i = 1, \sum_{i=1}^m z_{ik} \leq 1, \sum_{k=1}^l z_{ik} \leq 1, z_{ik} = 0 \text{ 或 } 1,$$

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$$

模型中,(13)式的含义是使撮合分配方案的总信息容量最小,(14)式的含义是使撮合分配数量最大。

3.2 基于功能过剩的公共住房匹配程度

如前文所述,樊治平和陈希^[12]的研究中基于公理设计的计算得到的交易匹配度本质上是基于需求方视角的匹配度,即产品对需求满足匹配的程度,而非供需双方视角的匹配度。不仅如此,直接运用公理设计原理计算供需双方的匹配度在某些情形下并不符合现实情况。考虑一个特殊情况:当所有待分配的公共住房都能完全满足所有保障对象的住房需求,即公共住房的效益型属性输出最低值高于所有保障对象需求属性的理想最高值、成本型属性输入最高值低于所有保障对象需求属性的理想最低值、硬约束型属性全部落在保障对象属性需求的区间内,则所有保障对象的所有属性需求都得到了完全满足,各个属性的信息容量均为 0。此时,基于总信息容量最小的决策优化模型存在多个最优解,无法起到有效的决策支持作用。

随着人们对资源不可再生性的认识以及可持续发展的理念被广泛接受,企业与消费者对质量的要求也由原来的尽可能完美发展到适度质量要求^[15]。过高的质量水平将产生“功能过剩”,造成不必要的资源浪费和成本增加、环境污染等问题^[16-17]。从价值工程的角度来看,产品的功能过剩是指必要功能的功能水准超过了顾客要求的程度^[18-19]。现代质量分析中通常把“功能过剩”定义为,在产品生产制造中出现了过剩的功能或者质量,或者不必要的功能,这将增加企业的资源和运营成本^[20-21],也会浪费不必要的社会资源。

住房保障是一种社会福利性保障政策。在现有住房资源短缺、政府和地方财政有限的情况下,公共住房的供给和分配仅能为城镇住房保障对象提供基本居住条件,应尽量避免“过保”现象(即分配的公共住房的属性超出了保障对象的基本居住条件需求)。因此,公共住房的撮合分配,不仅要考虑到公共住房满足保障对象需求的匹配程度,也要尽量使其“功能过剩”最小。而基于公理设计的住房属性匹配度仅以信息容量的测度反映公共住房属性满足保障对象住房需求的匹配程度,无法反映出公共住房属性输出超出需求的部分。在此,本文定义公共住房的“功能过剩”为分配的公共住房在属性特征上的输出值超出保障对象的属性需求值部分,并以此构建一个基于总功能过剩最小的多目标优化模型。

定义 A_j 在属性下公共住房 H_k 的实际输出超出保障对象 D_i 的最低需求部分为功能过剩矩阵 $(d_{ikj})_{l \times n}$,有该属性功能过剩值:

(1)对于收益型属性,如面积。

$$d_{ikj}^+ = \begin{cases} 0 & t_{kj}^U < r_{ij}^L \\ t_{kj}^U - r_{ij}^L & t_{kj}^U > r_{ij}^L \end{cases} \quad (15)$$

该类功能过剩可以理解为在属性 j 上:公共住房 k 实际提供的最高值大于保障对象 i 的最低需求的部分。

(2)对于成本型属性,如价格。

$$d_{ikj}^- = \begin{cases} 0 & t_{kj}^L > r_{ij}^U \\ r_{ij}^U - t_{kj}^L & t_{kj}^L < r_{ij}^U \end{cases} \quad (16)$$

该类功能过剩可以理解为在属性 j 上:若公共住房 k 实际要求的最低值小于保障对象 i 的最高支付能力的部分。

考虑到硬约束属性若不匹配,则相应的撮合分配不存在,因此将硬约束型属性的功能过剩全部记为 0。

为消除不同量纲的影响,先将功能过剩值用以下方法归一化为 $(d_{i,k,j})'$, (1)对于收益型属性,如面积:

$$(d_{i,k,j}^+)' = \begin{cases} 0 & t_{kj}^U < r_{ij}^L \\ \frac{t_{kj}^U - r_{ij}^L}{\max\{t_{kj}^U - r_{ij}^L\}} & t_{kj}^U > r_{ij}^L \end{cases} \quad (17)$$

(2)对于成本型属性,如价格:

$$(d_{i,k,j}^-)' = \begin{cases} 0 & t_{kj}^L < r_{ij}^U \\ \frac{r_{ij}^U - t_{kj}^L}{\max\{r_{ij}^U - t_{kj}^L\}} & t_{kj}^L > r_{ij}^U \end{cases} \quad (18)$$

记 E_{ik} 为公共住房 H_k 对保障对象 D_i 与撮合分配的功能过剩,它的大小反映了公共住房提供的属性功能超出保障对象最低需求的程度。 $(\alpha_j)_{1 \times n}$ 为已知的公共住房属性指标的权重,则 E_{ik} 的计算公式为:

$$E_{ik} = \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cdot (d_{i,k,j})') \quad (19)$$

类似于信息容量,最终的撮合分配方案中,公共住房 H_k 对保障对象 D_i 的功能过剩 E_{ik} 变化为:

$$E_{ik} = z_{ik} \cdot \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cdot (d_{i,k,j})') \quad (20)$$

考虑撮合分配总体方案的功能过剩最小化,对于所有待撮合住房保障对象,记分配方案的总功能过剩为 E ,计算公式为:

$$E = \sum_{i=1}^m (\omega_i \cdot \sum_{k=1}^l (z_{ik} \cdot \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cdot (d_{i,k,j})')))) \quad (21)$$

考虑公共决策部门对于保障面的匹配要求,构建多目标优化模型:

$$\min E = \min \sum_{i=1}^m (\omega_i \cdot \sum_{k=1}^l (z_{ik} \cdot \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cdot$$

$$(d_{i,k,j})')))) \quad (22)$$

$$\max Z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l z_{ik} \quad (23)$$

s. t.

$$\sum_{i=1}^m \omega_i = 1, \sum_{i=1}^m z_{ik} \leq 1, \sum_{k=1}^l z_{ik} \leq 1, z_{ik} = 0 \text{ 或 } 1,$$

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$$

模型中,(22)式的含义是使撮合分配方案的总功能过剩最小,(23)式的含义是使撮合分配数量最大。

3.3 公共住房撮合分配的多目标优化模型及求解

根据(13)式和(22)式的基于公理设计和功能过剩的两个目标函数,考虑到公共部门希望撮合分配数量最大化的决策要求,构建如下的多目标撮合分配优化模型:

$$\min I = \min \sum_{i=1}^m (\omega_i \cdot \sum_{k=1}^l (z_{ik} \cdot \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cdot I_{ikj}))) \quad (24)$$

$$\min E = \min \sum_{i=1}^m (\omega_i \cdot \sum_{k=1}^l (z_{ik} \cdot \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cdot (d_{i,k,j})')))) \quad (25)$$

$$\max Z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l z_{ik} \quad (26)$$

s. t.

$$\sum_{i=1}^m \omega_i = 1, \sum_{i=1}^m z_{ik} \leq 1, \sum_{k=1}^l z_{ik} \leq 1, z_{ik} = 0 \text{ 或 } 1,$$

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$$

其中,(24)式和(25)式的含义分别是尽可能使撮合分配方案的总信息容量和总功能过剩最小,(26)式体现了公共决策部门的撮合分配数量最大化匹配要求。

为求解上述多目标优化模型,采用隶属度函数加权和法^[22-23]对目标函数进行处理。设 I_{\min} 和 I_{\max} 分别为单独考虑目标 I 优化时所获得的最小目标值和最大目标值, E_{\min} 和 E_{\max} 分别为单独考虑目标优化时所获得的最小目标值和最大目标值, Z_{\max} 和 Z_{\min} 分别为单独考虑目标 Z 优化时所获得的最大目标值和最小目标值。则三个目标函数的隶属度函数可以分别定义为:

$$\mu(I) = \frac{I_{\max} - I}{I_{\max} - I_{\min}} \quad (27)$$

$$\mu(E) = \frac{E_{\max} - E}{E_{\max} - E_{\min}} \quad (28)$$

$$\mu(Z) = \frac{Z - Z_{\min}}{Z_{\max} - Z_{\min}} \quad (29)$$

设 λ_I, λ_E 和 λ_Z 分别为三个目标函数 I, E 和 Z 的权重 ($0 \leq \lambda_I \leq 1, 0 \leq \lambda_E \leq 1, 0 \leq \lambda_Z \leq 1; \lambda_I + \lambda_E + \lambda_Z = 1$)。采用线性加权方法将三个目标的隶属度函数加权,并建立一个新的目标函数为:

$$\max P = \lambda_I \cdot \mu(I) + \lambda_E \cdot \mu(E) + \lambda_Z \cdot \mu(Z) \quad (30)$$

将(30)式替代原来的目标函数(24)式、(25)式和(26)式,则原来的多目标优化模型可以转化为单目标优化模型。不难看出,新的单目标优化模型是一个线性规划模型,可以通过 LINGO 等专用的优化软件包求解。求解该优化模型的结果,就是公共住房撮合分配的方案结果。

4 算例分析

某公共部门收到 6 个符合条件保障对象 $D = \{D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6\}$ 的住房保障申请信息,现有 8 套待分配的公共住房 $H = \{H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, H_7, H_8\}$ 。保障对象的住房需求属性和公共住房的住房属性特征维度是一致的,考虑 4 个住房属性作为撮合分配的属性依据,即住房价格(A_1 , 表示为公共住房的租赁单价,单位:元/平方米)、住房面积(A_2 , 表示公共住房的建筑面积,单位:平方米)、住房区位(A_3 , 表示公共住房位置距离城区中心的

距离,单位:千米)、住房楼层(A_4 , 表示公共住房所在的楼层),其中 A_1 和 A_3 为成本型属性, A_2 为收益型属性, A_4 为硬约束型属性。保障对象的保障紧迫性权重为 $W = (0.1, 0.15, 0.4, 0.05, 0.1, 0.2)$, 公共住房的各个住房属性的权重信息向量为 $\alpha = (0.5, 0.25, 0.15, 0.1)$ 。保障对象对公共住房的属性需求期望水平信息如表 1 所示,公共住房在各个维度属性特征的实际输出信息见表 2。

根据(11)式及公共部门赋予保障对象的权重,分别计算出各个公共住房对各个保障对象的信息容量,如表 3 所示。

根据总体信息容量最小和分配数量最大的撮合分配优化模型(目标函数(13)和(14)),使用隶属度函数加权和方法求解。设定两个目标函数的加权系数分别为 0.5 和 0.5,可求得该多目标优化模型的最优解为:

$$\{Z_{11} = 1, Z_{37} = 1, Z_{44} = 1, Z_{53} = 1, Z_{66} = 1\}$$

$$\{Z_{11} = 1, Z_{37} = 1, Z_{44} = 1, Z_{53} = 1, Z_{65} = 1\}$$

$$\{Z_{11} = 1, Z_{37} = 1, Z_{44} = 1, Z_{53} = 1, Z_{68} = 1\}$$

分配方案的总体信息容量为 $I = 0.057536986$, 达成的撮合分配数量为 $Z = 5$ 。由此模型求解结果可见,优化模型产生的撮合分配方案仅从公共住房对保障对象匹配的信息容量角度考虑,模型存在多个最优解,无

表 1 保障对象对公共住房的属性需求期望水平信息

保障对象 D_i	保障对象权重 w_i	住房属性 A_1	住房属性 A_2	住房属性 A_3	住房属性 A_4
D_1	0.1	6.1~9.4	30~45	5~10	1,2,3,4,5
D_2	0.15	7.2~8.4	40~55	10~15	2,3,4,5
D_3	0.4	3.3~4.5	30~40	15~20	4,5,6,7
D_4	0.05	5.4~7.6	45~60	10~20	1,2,3,4,5
D_5	0.1	8.1~10.5	50~65	10~15	1,2,3,4
D_6	0.2	9.3~10.6	40~60	15~25	1,2,3,4,5
住房属性的权重 α_j		0.5	0.25	0.15	0.1

表 2 公共住房各个维度属性特征的实际输出信息

公共住房 H_k	住房属性 A_1	住房属性 A_2	住房属性 A_3	住房属性 A_4
H_1	5.1~7.3	43	8	5
H_2	3.3~6.2	32	5	7
H_3	4.2~4.7	55	11	2
H_4	6.1~8.3	36	14	4
H_5	7.1~9.2	40	18	2
H_6	5.3~7.6	68	22	1
H_7	2.3~3.9	35	16	4
H_8	7.8~10.2	70	14	6
住房属性的权重 α_j	0.5	0.25	0.15	0.1

表 3 公共住房与保障对象的属性信息容量

公共住房	保障对象					
	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	D ₆
H ₁	0.043723456	0.33445737	∞	∞	∞	∞
H ₂	∞	∞	0.2546037	∞	∞	∞
H ₃	∞	0	∞	0	0	0
H ₄	∞	0.075	∞	0.01381353	∞	0.1
H ₅	∞	∞	∞	∞	∞	0
H ₆	∞	∞	∞	∞	∞	0
H ₇	∞	∞	0	∞	∞	∞
H ₈	∞	∞	∞	∞	∞	0

表 4 公共住房对与保障对象的功能过剩

公共住房	保障对象					
	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	D ₆
H ₁	0.034625837	0.04019428	0.06488889	0.01203012	0.0377801	0.095098394
H ₂	0.041608099	0.05733434	0.07836011	0.01857681	0.0508735	0.117951808
H ₃	0.04521419	0.05495181	0.08978447	0.01639374	0.0437296	0.1147751
H ₄	0.029879518	0.0285748	0.058	0.00760141	0.027256	0.079605756
H ₅	0.019410977	0.01174699	0.02822222	0.00225602	0.021593	0.052668674
H ₆	0.045809906	0.05134538	0.08444444	0.0133166	0.0413253	0.099466532
H ₇	0.045548862	0.05512048	0.07612316	0.01746386	0.0493976	0.1135
H ₈	0.031860776	0.04404669	0.10688889	0.00919444	0.0281262	0.083568274

法得到唯一的最优化撮合分配方案,没有起到实际的决策支持作用。

考虑功能过剩最小的优化匹配,按照 3.2 节中对功能过剩的定义和计算方法,可求得公共住房对保障对象的功能过剩矩阵,如表 4 所示。

按照文献^[22-23]提出的隶属度函数加权和的方法,可分别求得

$$I_{max} = 0.6890611, I_{min} = 0;$$

$$E_{max} = 0.3870301, E_{min} = 0;$$

$$Z_{max} = 6, Z_{min} = 0.$$

得到相应的隶属度函数为

$$\mu(I) = \frac{0.6890611 - I}{0.6890611}$$

$$\mu(E) = \frac{0.3870301 - E}{0.3870301}$$

$$\mu(Z) = \frac{Z}{6} \text{ 设置 } \lambda_I = 0.25, \lambda_E = 0.25, \lambda_Z = 0.5,$$

则加权得到新的目标函数为:

$$\max P = 0.25 \cdot \frac{0.6890611 - I}{0.6890611} + 0.25 \cdot$$

$$\frac{0.3870301 - E}{0.3870301} + 0.5 \cdot \frac{Z}{6}$$

用 LINGO 求解该单目标优化模型(0-1 线性规划模型),得到最优解为:

$$\{Z_{11} = 1, Z_{37} = 1, Z_{44} = 1, Z_{53} = 1, Z_{65} = 1\}, \text{ 为前}$$

一基于公理设计的优化模型最优解中的一个,为唯一最优解。此时, $P = 0.7570758$, 总信息容量 $I = 0.057536986$, 总功能过剩 $E = 0.214748662$, 达成的撮合分配数量为 $Z = 5$, 撮合分配结果如下表所示。

表 5 公共住房的撮合分配结果

公共住房	保障对象					
	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	D ₆
H ₁	1					
H ₂						
H ₃					1	
H ₄				1		
H ₅						1
H ₆						
H ₇			1			
H ₈						

从公理设计和功能过剩的定义和计算公式可知,公理设计从需求方视角反映了公共住房满足保障对象需求的匹配程度,而功能过剩则从公共部门视角反映了公共住房超出保障对象需求的程度。从住房保障的实践意义上来看,这二者分别体现了公共住房满足保障对象需求部分的能力(保障效果)以及公共住房的住房属性超出需求的部分(资源节约),两者共同反映了住房保障的保障水平。而撮合分配数量的最大化则反映了住房保障的覆盖面。为

表 6 不同 $(\lambda_I, \lambda_E, \lambda_Z)$ 条件下的最优目标函数值及撮合分配结果

$(\lambda_I, \lambda_E, \lambda_Z)$	P	总信息容量 I	总功能过剩 E	撮合分配数量 Z	撮合分配结果
$(\lambda_I, 1 - \lambda_I, 0)$	1	0	0	0	无
(0.45, 0.45, 0.1)	0.9000000	0	0	0	无
(0.425, 0.425, 0.15)	0.8581329	0.01381353	0.00760141	1	Z_{44}
(0.4, 0.4, 0.2)	0.8174584	0.01381353	0.00760141	1	Z_{44}
(0.375, 0.375, 0.25)	0.7767839	0.01381353	0.00760141	1	Z_{44}
(0.35, 0.35, 0.3)	0.7489343	0.01381353	0.103999665	3	Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}
(0.325, 0.325, 0.35)	0.7397879	0.057536986	0.138625502	4	$Z_{11}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0.3, 0.3, 0.4)	0.7418243	0.057536986	0.214748662	5	$Z_{11}, Z_{37}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0.275, 0.275, 0.45)	0.7494500	0.057536986	0.214748662	5	$Z_{11}, Z_{37}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0.25, 0.25, 0.5)	0.7570758	0.057536986	0.214748662	5	$Z_{11}, Z_{37}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0.225, 0.225, 0.55)	0.7647015	0.057536986	0.214748662	5	$Z_{11}, Z_{37}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0.2, 0.2, 0.6)	0.7723273	0.057536986	0.214748662	5	$Z_{11}, Z_{37}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0.175, 0.175, 0.65)	0.7799530	0.057536986	0.214748662	5	$Z_{11}, Z_{37}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0.15, 0.15, 0.7)	0.7875788	0.057536986	0.214748662	5	$Z_{11}, Z_{37}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0.125, 0.125, 0.75)	0.7952046	0.057536986	0.214748662	5	$Z_{11}, Z_{37}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0.1, 0.1, 0.8)	0.8028303	0.057536986	0.214748662	5	$Z_{11}, Z_{37}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0.075, 0.075, 0.85)	0.8104561	0.057536986	0.214748662	5	$Z_{11}, Z_{37}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0.05, 0.05, 0.9)	0.8180818	0.057536986	0.214748662	5	$Z_{11}, Z_{37}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0.025, 0.025, 0.95)	0.8257076	0.057536986	0.214748662	5	$Z_{11}, Z_{37}, Z_{44}, Z_{53}, Z_{65}$
(0, 0, 1)	0.8333333	∞	0.2291833 ~0.3870301	6	$\frac{8!}{(8-6)!} = 20160$ 个

了探讨住房保障的发展阶段以及政策侧重程度与最优撮合分配结果的关系。研究进行了相应的试验，设定 λ_I 与 λ_E 这两个目标函数权重比例不变的情况下，考察 λ_Z 从 0 逐渐增大到 1 的情况下总信息容量、总功能过剩和撮合分配数量的结果。

从表 6 中可以看出，随着 λ_Z 的逐渐增大，撮合分配的数量也越来越大。与此同时，撮合分配结果的总信息容量和总功能过剩也逐渐增大。若完全不考虑保障覆盖面(撮合分配数量)的要求，仅从保障水平(总信息容量和总功能过剩)的角度考虑，除非公共住房的住房属性与某个保障对象的住房需求完全一致，否则将不存在最优的撮合匹配方案。若是只考虑保障覆盖面(撮合分配数量)的要求，完全不考虑保障水平(总信息容量和总功能过剩)，则任意分配组合都无差别，最终的撮合分配方案有 20160 个。在资源有限条件下，提高保障水平和提高保障覆盖面是存在冲突的：过于关注保障水平，则难以保证一定的覆盖面；过于关注保障面的覆盖面，则会降低保障的水平。

因此，从住房保障的发展阶段和政策角度出发，在不同时期和环境下，公共住房的分配应关注不同的视角。当公共住房资源有限、住房保障对象较多时，住房保障的重点是优先保障一定的覆盖面，可以在公共住房的撮合分配优化模型中设置较大的权重。而在住房保障发展到一定阶段，公共住房数量

较多时，则应注重住房保障的保障水平，一方面尽量满足保障对象的住房需求，另一方面也要尽量避免功能过剩，注重住房资源的节约，可以在多目标优化模型中赋予较大的目标函数权重 λ_I 与 λ_E 。到全社会住房条件很好、公共住房资源丰富的阶段，公共部门也可以从消费者剩余的视角来考虑公共住房分配的总体社会福利最大化作为决策依据。

5 结语

本文针对公共住房分配中的保障对象和公共住房的多属性匹配问题，给出了一种基于公理设计和功能剩余的撮合分配方法。构建了一个综合考虑公共住房对保障需求匹配度最大、公共住房对保障需求功能剩余最小、撮合分配数量最大的多目标优化模型，通过隶属度函数加权和方法对优化模型进行求解并得到相应的撮合分配结果。算例分析表明，该方法的决策结果与基于公理设计的双边匹配优化结果并不等价。该方法能够充分考虑供需双方的匹配要求，有利于提高公共住房撮合分配的科学性、合理性及正确性，具有一定可行性和适用性。基于隶属度函数系数权重的数值模拟试验，研究进一步探讨了住房保障的发展阶段、保障策略与最优撮合分配结果的关系。研究深化了住房分配研究并扩展了双边匹配决策方法的匹配规则和应用情境，也为公共住房分配提供了一定策略：在公共住房分配过程

中,不仅要重视住房保障的覆盖面和保障水平,还要注重住房保障效率的提高和公共住房资源的节约。

(1)在住房保障起步和发展阶段,即城镇住房供给紧张、住房保障资金有限、公共住房资源短缺和住房保障对象数量过多时,住房保障和公共住房供给分配应当优先考虑较高的保障覆盖面,尽量满足全体城镇住房困难家庭的基本居住需求,提高达成撮合分配的数量,同时也应避免公共住房功对住房保障需求过剩,注重住房资源的节约;(2)在住房保障发展成熟和完善阶段,即城市住房水平较高、住房保障资金和公共住房资源富足、住房保障对象“住有所居”的比例很高时,则应当注重提高住房保障的保障水平,尽力满足住房保障对象更高水平的住房改善需求,在公共住房分配中为保障对象提供居住条件更好、配套设施更完善的公共住房。

基于“功能过剩”思想和处理方法的多目标优化模型中也可以广泛地应用到公共物品及社会福利的分配中。需要指出的是,本文仅考虑了区间数形式的多属性问题,在今后的研究工作应该进一步考虑公共住房分配中不同形式的属性信息和权重信息。除此之外,对于处理大规模供需双方、大量属性维度的撮合分配优化模型求解的有效算法也应加强研究。

参考文献:

[1] Gale D, Shapley L S. College admissions and the stability of marriage[J]. American Mathematical Monthly, 1962, 69(1): 9-15.

[2] Wallace K M. An experiment in scientific matchmaking[J]. Marriage and Family Living, 1959, 21(4): 342-348.

[3] Noia T D, Sciascio E D, Donini F M, et al. A system for principled matchmaking in an electronic marketplace[J]. International Journal of Electronic Commerce, 2004, 8(4): 9-37.

[4] Li Lei, Horrocks I. A software framework for matchmaking based on semantic web technology[J]. International Journal of Electronic Commerce, 2004, 8(4): 39-60.

[5] Tsou H T. Collaboration competency and partner match for e-service product innovation through knowledge integration mechanisms[J]. Journal of Service Management, 2012, 23(5): 640-663.

[6] Manweiler J, Agarwal S, Zhang Ming, et al. Switchboard: A matchmaking system for multiplayer mobile games[C]. Proceedings of the 9Th International Confer-

ence on Mobile Systems, Applications, and Services, ACM, Washington, DC DSA, June 29-July, 2011.

[7] Obizhaeva A A, Wang Jiang. Optimal trading strategy and supply/demand dynamics[J]. Journal of Financial Markets, 2012, 16(1): 1-32.

[8] 陈媛, 樊治平. 基于研究领域匹配度的科研项目评审指派方法[J]. 中国管理科学, 2011, 19(2): 169-173.

[9] 蒋忠中, 袁媛, 樊治平. 电子中介中具有数量折扣的多属性商品交易匹配问题研究[J]. 中国管理科学, 2010, 18(6): 16.

[10] 陈希, 樊治平, 李玉花. IT 服务供需双边匹配的模糊多目标决策方法[J]. 管理学报, 2011, 8(7): 1097-1101.

[11] 刘健, 刘思峰, 周献中, 等. 多属性决策问题的满意度与赋权研究[J]. 中国管理科学, 2012, 19(6): 126-132.

[12] 樊治平, 陈希. 电子中介中基于公理设计的多属性交易匹配研究[J]. 管理科学, 2009, 22(3): 83-88.

[13] Ben-Arieh D, Chen Zhifeng. Linguistic-labels aggregation and consensus measure for autocratic decision making using group recommendations[J]. Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, IEEE Transactions on, 2006, 36(3): 558-568.

[14] Suh N P. The principles of design[M]. New York: Oxford University Press, 1990.

[15] 苏秦. 现代质量管理学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.

[16] Elmaraghy H A. Flexible and reconfigurable manufacturing systems paradigms[J]. International journal of flexible manufacturing systems, 2005, 17(4): 261-276.

[17] Prechel H. Conflict and historical variation in steel capital-state relations: The emergence of state structures and a more prominent, less autonomous state[J]. American Sociological Review, 1991: 693-698.

[18] Girczyc E, Carlson S. Increasing design quality and engineering productivity through design reuse[C]//Proceedings of the 30th international Design Automation Conference. ACM, 1993, 56(5): 48-53.

[19] 赵振东. 价值分析的概念及其方法[J]. 系统工程理论与实践, 1981, (1): 72-81.

[20] Perera H, Nagarur N, Tabucanon M T. Component part standardization: A way to reduce the life-cycle costs of products[J]. International Journal of Production Economics, 1999, 60: 109-116.

[21] Jans R, Degraeve Z, Schepens L. Analysis of an industrial component commonality problem[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 186(2): 801-

811.

[22] Chen Y W, Wang C H, Lin S J. A multi-objective geographic information system for route selection of nuclear waste transport[J]. *Omega*, 2008, 36(3): 363—

372.

[23] Zimmermann H J. Fuzzy programming and linear programming with several objective functions[J]. *Fuzzy sets and systems*, 1978, 1(1): 45—55.

A Method for Public Housing Matching Assignment Based on Axiomatic Design and Excess Functionality

GE Huai-zhi^{1,2}, ZHANG Jin-long^{1,2}

(1. School of Management, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China;

2. Modern Information Management Research Center at HUST, Wuhan 430074, China)

Abstract: The rational assignment of public housing is the lifeblood of the success and sustainable development of public housing project. Because there is no reasonable plan and approach in the assignment of public housing, it is not only hard to guarantee the “fairness and justice”, but also result in the efficiency loss of public housing assignment to some degree. Referring to the theory of dual-matching, public housing matching assignment approach is proposed based on axiomatic design and excess functionality, and a public housing matching and assignment multi-objective optimizing decision model is constructed. The case of public housing assignment calculation illustrates that the proposed approach is provided with the feasibility and practicality, which could improve the scientificity, rationality and accuracy of public housing assignment. With the numerical simulation of membership function coefficient, the relationship of development stage of housing security, housing security strategy and matching assignment solutions are discussed, and some strategies for public housing assignment are proposed: at the beginning and developing stage of housing guarantee, the priority should be given to the guarantee coverage, and the needs excess of public housing should be avoid; at the mature and developed stage, the guarantee level priority should be given to meet the higher housing improvement needs of housing guarantee objects.

Key words: public housing; matching and assignment; axiomatic design; excess functionality; multi-objective optimization model