

# 宁波大学 2014 年攻读硕士学位研究生

## 入学考试试题(B卷) (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 数学综合

科目代码: 752

适用专业: 流行病与卫生统计学、劳动卫生与环境卫生学、营养与食品卫生学

一、单选题: 1~10 小题, 每小题 6 分, 共 60 分。

(1) 若曲线  $y = x^2 + ax + b$  和  $y = x^3 + x$  在点(1,2)处相切(其中  $a, b$  是常数), 则  $a, b$  之值为( )。

- (A)  $a = 2, b = -1$                       (B)  $a = 1, b = -3$   
(C)  $a = 0, b = -2$                       (D)  $a = -3, b = 1$

(2) 设  $D$  是第二象限的一个有界闭区域, 且  $0 < y < 1$ , 记  $I_1 = \iint_D yx^3 dx dy$ ,

$I_2 = \iint_D y^2 x^3 dx dy, I_3 = \iint_D y^{\frac{1}{2}} x^3 dx dy$ , 则  $I_1, I_2, I_3$  大小顺序为( )。

- (A)  $I_1 \leq I_2 \leq I_3$                       (B)  $I_2 \leq I_1 \leq I_3$   
(C)  $I_3 \leq I_1 \leq I_2$                       (D)  $I_3 \leq I_2 \leq I_1$

(3) 数列  $f(n) = \begin{cases} \frac{n^2 + \sqrt{n}}{n} & n \text{ 为奇数} \\ \frac{1}{n} & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ , 当  $n \rightarrow \infty$  时,  $f(n)$  是( )。

- (A) 无穷大量                              (B) 无穷小量  
(C) 有界变量, 但非无穷小量      (D) 无界变量, 但非无穷大量

(4) “ $f'(x_0) = 0$ ” 是  $f(x)$  的图形在  $x = x_0$  处有拐点的( )。

- (A) 充分必要条件                      (B) 充分条件非必要条件  
(C) 必要条件非充分条件              (D) 既非必要条件也非充分条件

(5) 关于函数  $y = \frac{x^3}{1-x^2}$  的结论错误的是( )。

- (A) 有一个零点                              (B) 有两个极值点  
(C) 有一个拐点                              (D) 有两条渐近线

(6) 如果( ) 则矩阵  $A$  与矩阵  $B$  相似。

- (A)  $|A| = |B|$   
(B)  $r(A) = r(B)$   
(C)  $A$  与  $B$  有相同的特征多项式  
(D)  $n$  阶矩阵  $A$  与  $B$  有相同的特征值且  $n$  个特征值各不相同

# 宁波大学 2014 年攻读硕士学位研究生

## 入学考试试题(B卷) (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 数学综合

科目代码: 752

适用专业: 流行病与卫生统计学、劳动卫生与环境卫生学、营养与食品卫生学

(7) 非齐次线性方程组  $Ax = b$  中未知量个数为  $n$ , 方程个数为  $m$ , 系数矩阵的秩为  $r$ , 则 ( )。

- (A)  $r = m$  时, 方程组  $Ax = b$  有解;
- (B)  $r = n$  时, 方程组  $Ax = b$  有唯一解;
- (C)  $m = n$  时, 方程组  $Ax = b$  有唯一解;
- (D)  $r < n$  时, 方程组  $Ax = b$  有无穷多个解。

(8) 设  $A$  和  $B$  是任意两个随机事件, 则与  $A \cup B = B$  不等价的是 ( )。

- (A)  $A \subset B$
- (B)  $\overline{B} \subset \overline{A}$
- (C)  $A\overline{B} = \emptyset$
- (D)  $\overline{A}B = \emptyset$

(9) 设函数  $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$ ; 则  $F(x)$  ( )。

- (A) 是某一随机变量的分布函数
- (B) 不是某一随机变量的分布函数
- (C) 是某一连续型随机变量的分布函数
- (D) 是某一离散型随机变量的分布函数

(10) 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2$  已知, 若样本容量  $n$  和置信度  $1 - \alpha$  均不变, 这对于不同的样本观测值,  $\mu$  的置信区间长度 ( )。

- (A) 变成
- (B) 变短
- (C) 保持不变
- (D) 不能确定

二、填空题: 11~20 小题, 每小题 6 分, 共 60 分。

(11)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(12) 设  $y$  的  $n-2$  阶导数  $y^{(n-2)} = \frac{x}{\ln x}$ , 则  $y$  的  $n$  阶导数  $y^{(n)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(13) 函数  $y = x^2 - x^3$  的拐点为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(14) 已知质点在时刻  $t$  的加速度  $a = t^2 + 1$ , 且当  $t=0$  时, 速度  $v=1$ , 距离  $s=0$ , 则此质点的运动方程  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(15) 曲线  $y = a - x^3$  ( $a > 0$ ) 与  $x$  轴所围成的图形面积大小为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

# 宁波大学 2014 年攻读硕士学位研究生

## 入学考试试题(B卷) (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 数学综合

科目代码: 752

适用专业: 流行病与卫生统计学、劳动卫生与环境卫生学、营养与食品卫生学

(16) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 4 & 5 \\ 1 & 10 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
 的秩为\_\_\_\_\_。

(17) 设  $n$  阶矩阵  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , 则  $|A| =$ \_\_\_\_\_。

(18) 设随机变量  $X$  服从泊松分布, 并且已知  $P\{X=1\} = P\{X=2\}$ , 则  $P\{X=4\} =$ \_\_\_\_\_。

(19) 设随机变量  $X$  和  $Y$  都服从正态分布  $N(0, \sigma^2)$  且  $P\{X \leq 0, Y \geq 0\} = \frac{1}{3}$ , 则  $P\{X > 0, Y < 0\} =$ \_\_\_\_\_。

(20) 设随机变量  $\xi$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$  试用切比雪夫不等式估计概率

$P\{1 < \xi < 5\} >$ \_\_\_\_\_。

三、解答题: 21~30 小题, 每小题 18 分, 共 180 分。

(21) 若  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x + k}{x - 3} = 4$ , 求  $k$  的值。

(22) 求下列积分:

1)  $\int_{-1}^1 \frac{1 + \sin x}{1 + x^2} dx$       2)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$

(23) 判定下列级数的收敛性:

1)  $1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots$       2)  $\frac{2}{1 \cdot 2} + \frac{2^2}{2 \cdot 3} + \frac{2^3}{3 \cdot 4} + \frac{2^4}{4 \cdot 5} + \cdots$

(24) 求下列不定积分:

1)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x - x^2}}$       2)  $\int \frac{x^2 e^x}{(2 + x)^2} dx$

# 宁波大学 2014 年攻读硕士学位研究生

## 入学考试试题(B 卷) (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 数学综合

科目代码: 752

适用专业: 流行病与卫生统计学、劳动卫生与环境卫生学、营养与食品卫生学

(25) 求微分方程  $\frac{x}{1+y} dx - \frac{y}{1+x} dy = 0, y|_{x=0} = 1$  在给定初始条件下的特解。

(26) 判定下列向量组是线性相关还是线性无关:

$$1) \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(27) 已知  $n$  阶矩阵  $A$  的特征值为  $\lambda$

- 1) 求  $kA$  的特征值 ( $k$  为任意实数);
- 2) 若  $A$  可逆, 求  $A^{-1}$  的特征值;
- 3) 求  $I+A$  的特征值。

(28) 设顾客在某银行的窗口等待服务的时间  $X$  (以分计) 服从指数分布, 其概率密度为

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} e^{-\frac{x}{5}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{某顾客在窗口等待服务, 若超过 10 分钟, 他就离开。他一个月要到}$$

银行 5 次, 以  $Y$  表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数, 写出  $Y$  的分布律, 并求  $P\{Y \geq 1\}$ 。

(29) 设两个随机变量  $X, Y$  相互独立, 且都服从均值为 0, 方差为  $\frac{1}{2}$  的正态分布, 求随机变量  $|X - Y|$  的方差。

(30) 要求一种元件使用寿命不得低于 1000h, 生产者从一批这种元件中随机抽取 25 件, 测量其寿命的平均值为 950h。已知该种元件寿命服从标准差为 100h 的正态分布, 试在显著水平  $\alpha = 0.05$  下确定这批元件是否合格?