

文章编号: 1000-4750(2015)09-0111-08

基于解析刚度模型的 钢筋混凝土框架结构二阶效应分析

许 晶^{1,2}, 贡金鑫², 蒋秀根¹

(1. 中国农业大学水利与土木工程学院, 北京 100083; 2. 大连理工大学海岸与近海工程国家重点实验室, 辽宁, 大连 116024)

摘 要: 考虑材料非线性和几何非线性对钢筋混凝土框架进行了结构承载力分析。在结构承载力分析过程中, 考虑混凝土的拉伸硬化作用, 根据欧洲规范等效曲率公式提出了解析刚度计算模型; 根据变形协调条件, 考虑框架结构 $P-\Delta$ 效应和杆件 $P-\delta$ 效应得到杆件的侧向变形计算公式。该文利用提出的解析刚度计算模型和框架结构侧向变形公式实现了框架弯矩重分布。将该文提出的方法的计算结果与已有的试验结果对比表明: 该方法可行, 框架弯矩和侧向挠曲变形随荷载增大呈现明显的非线性。

关键词: 结构工程; 钢筋混凝土框架; 解析刚度模型; 二阶效应; 非线性分析

中图分类号: TU311 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.02.0105

SECOND ORDER EFFECT ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE FRAMES BASED ON ANALYTICAL STIFFNESS MODEL

XU Jing^{1,2}, GONG Jin-xin², JIANG Xiu-gen¹

(1. College of Water Resources of Civil Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China;

2. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: The load capacity of reinforced concrete frames is investigated considering the material and geometrical nonlinear characteristics. An analytical stiffness model for reinforced concrete frames is presented based on the equivalent curvature formula derived from Eurocode. The tension stiffening of concrete is taken into account within the analytical stiffness model. Based on the deformation compatibility condition, the deflection equations are derived considering the $P-\Delta$ effect and $P-\delta$ effect. The moment redistribution in the frame is achieved based on the proposed analytical stiffness model and the deflection equations. Comparison with test data illustrates that the proposed load capacity evaluation method is feasible and the bending moment and lateral deflection of the frames increase nonlinearly with the increase of the bearing load.

Key words: structural engineering; reinforced concrete frame; analytical stiffness model; second-order effect; nonlinear analysis

钢筋混凝土框架结构是房屋建筑中常用的结构形式,它由能承受竖向荷载和水平荷载的梁和柱组成。长期以来工程设计中钢筋混凝土超静定框架一直按理想弹性体进行内力分析,即对于等截面杆

件,均假设刚度是均匀的,实际上,由于混凝土材料的非线性及易裂性,当荷载达到一定值时,特别是在混凝土开裂或钢筋屈服后,结构或结构杆件处于材料非线性和几何非线性状态,按线弹性理论得

收稿日期: 2014-02-16; 修改日期: 2014-12-01

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2014XJ037); 国家自然科学基金重点项目(90815027)

通讯作者: 许 晶(1985-), 女, 河北人, 讲师, 博士, 从事结构设计理论和方法的研究(E-mail: xujing@cau.edu.cn).

作者简介: 贡金鑫(1964-), 男, 河北人, 教授, 博士, 博导, 从事结构设计理论和方法的研究(E-mail: jinjingong@163.com);

蒋秀根(1966-), 男, 江苏人, 教授, 硕士, 副院长, 从事混凝土结构研究(E-mail: jiangxg@cau.edu.cn).

到的钢筋混凝土框架结构的内力和变形明显偏小。因此有必要对框架结构受力和变形进行深入研究^[1],以得到结构反应的真实解,从而保证结构的安全。

钢筋混凝土框架结构的非线性分析包括材料非线性和几何非线性。材料非线性主要考虑混凝土开裂、配筋或钢筋粘结滑移的影响,几何非线性主要考虑结构的变形,即结构 $P-\Delta$ 效应和杆件 $P-\delta$ 效应的影响。混凝土开裂或结构变形均会引起杆件刚度发生变化,从而导致结构内力发生变化及结构承载力的降低。随着高强混凝土和高强钢筋的普及,框架杆件的截面尺寸越来越小,长细比越来越大,非线性问题越来越不能被忽略,合理地计算钢筋混凝土框架杆件的二阶效应也更重要。所以很有必要对结构进行材料非线性和几何非线性分析。国内外学者已就钢筋混凝土框架的非线性分析开展了试验和理论研究^[2-13]。对钢筋混凝土框架的分析包括杆件内力分析和结构承载力分析。一些学者^[14-15]利用全过程分析方法对钢筋混凝土杆件进行二阶效应非线性分析,模拟了杆件截面从加载至破坏的受力全过程,充分反映了材料的塑形性能和结构内力重分布现象,并给出了可用于实际应用的计算公式和方法。焦俊婷等^[1]对常用的强柱弱梁矩形截面门式框架采用分段刚度法进行数值分析,研究了框架梁、柱的变形,及柱顶集中荷载对框架内力和侧移的影响。徐诗童等^[6]对两榀单层单跨钢筋混凝土框架进行了试验研究,并采用文献[7]提出的简化内力算法-“分段降刚度法”分析了框架的受力特性。也有很多学者采用刚度矩阵法分析框架的承载力^[8-11]。舒兴平等^[10]考虑杆件剪切变形影响推导出分析框架极限承载力的几何非线性刚度矩阵; Pourazarm 等^[11]利用单元位移法得到框架折减刚度矩阵对框架极限承载力进行了非线性分析。原则上,考虑杆件材料非线性和几何非线性的有限元法是分析钢筋混凝土结构二阶效应的基本方法,但因在材料本构关系和计算技巧上有多种选择性,因为计算的定量结果不是很稳定,故多用于研究工作或用来分析比较各种使用计算方法的有效性,有些规范,如 ACI 318-11^[16]和欧共体 EC-2 规范都把该方法作为基本分析方法列入规范。

由上看出,考虑材料非线性对钢筋混凝土框架进行非线性分析,关键在于确定杆件的弯矩-曲率-轴力关系和变刚度分析的计算模型。对小变形杆

件,截面抗弯刚度的变化依赖于截面的弯矩 M -曲率 ϕ 关系。对于挠曲变形较大的受压杆件,由于受轴力影响,弯矩-曲率曲线不再适用^[4]。早在 1972 年, Ghosh 等按非线性理论用数值计算方法求出了不同轴力作用下的 $M-\phi$ 曲线簇。国内也曾采用数值积分方法计算截面的 $M-\phi$ 关系用以对梁、柱及框架进行全过程分析^[1]。目前国内计算杆件刚度时常采用刘南科^[4]给出的弯矩-曲率-轴力三折线简化法,但该三折线是非连续函数,不方便用于计算,且该方法只适用于框架大偏心受压情况的计算。

结构进入非线性状态后,杆件不同截面受力不同,刚度也不同,从而引起结构塑性变形和内力重分布^[14]随着弯矩重分布越来越明显,非线性变形越来越大,进一步加剧了弯矩重分布。本文考虑结构的材料非线性和几何非线性建立解析刚度模型对框架结构二阶效应进行了非线性分析。该模型通过建立弯矩内力平衡方程,利用边界条件和变形协调条件,考虑框架结构的 $P-\Delta$ 效应和杆件的 $P-\delta$ 效应,提出了承受竖向荷载和水平荷载压弯杆件的侧向挠曲变形计算公式。采用考虑混凝土开裂、钢筋变形及粘结钢化效应的压弯截面刚度模型,建立了杆件单元的单元刚度模型,给出了考虑材料及几何非线性的框架结构内力计算方案。

1 压弯单元及杆件分析

1.1 基本假定

- 1) 不考虑剪切变形。截面转角为挠度的一阶导数。
- 2) 等刚度假设。单元内各截面刚度相等。
- 3) 小变形模型。假定截面曲率 ϕ 是挠度 w 的二阶导数。
- 4) 大变形理论。考虑框架结构 $P-\Delta$ 效应及杆件 $P-\delta$ 效应。

1.2 单元弯矩分布模型

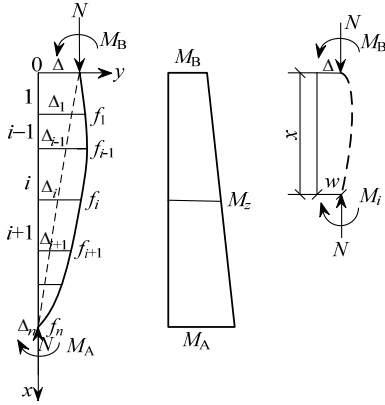
如图 1 所示,杆件承受轴力 N 和端弯矩 M_A 、 M_B 作用。如图 1,将杆件沿其长度分为 n 个单元, z_1 、 z_2 、 \dots 、 z_n 分别为各单元的长度, Δ 、 Δ_1 、 Δ_2 、 \dots 、 Δ_n 为水平荷载或不对称荷载引起的各单元水平侧移(即 $P-\Delta$ 效应), f_1 、 f_2 、 \dots 、 f_n 为弯矩 M 和轴力 N 引起的各单元末端的挠曲变形(即 P (实为 N)- δ 效应), M_i 为杆件第 i 单元的一阶弯矩, M_i 为第 i 单元考虑二阶效应后的总弯矩。

在图 1 所示的整体坐标中,单元弯矩内力平衡

表达式和刚度表达式分别为:

$$M_i(x) = M_z + Nw \quad (1)$$

$$M_i(x) = -EI_i \frac{d^2w}{dx^2} \quad (2)$$



(a) 单元划分 (b) 一阶弯矩 (c) z 截面

图 1 杆件单元划分及内力图

Fig.1 Subdivision and internal force of members

对式(1)进行两次求导, 并代入式(2)得:

$$\frac{d^2M_i}{dx^2} + \lambda_i^2 M_i = 0 \quad (3)$$

其中:

$$\lambda_i = \sqrt{\frac{N}{EI_i}} \quad (4)$$

式(3)的通解为:

$$M_i(x) = C_1 \cos \lambda_i x + C_2 \sin \lambda_i x \quad (5)$$

根据边界条件, 当 $x = \sum_{j=1}^{i-1} z_j$ 时:

$$M_{i-1}(x) = C_1 \cos \lambda_i \sum_{j=1}^{i-1} z_j + C_2 \sin \lambda_i \sum_{j=1}^{i-1} z_j = \bar{m}_{i-1} \quad (6)$$

当 $x = \sum_{j=1}^i z_j$ 时:

$$M_i(x) = C_1 \cos \lambda_i \sum_{j=1}^i z_j + C_2 \sin \lambda_i \sum_{j=1}^i z_j = \bar{m}_i \quad (7)$$

其中, \bar{m}_i 为节点弯矩, 可由考虑二阶效应的杆件平衡条件按下式计算确定:

$$\bar{m}_i = M_B + \frac{\sum_{j=1}^i z_j}{l} (M_A - M_B) + N(\Delta_i + f_i)$$

根据平衡条件, 联立式(6)与式(7), 并令

$$a_i = \sum_{j=1}^i z_j, \quad b_i = \sum_{j=1}^i z_j / l, \quad \text{得单元弯矩待定系数取值分别为:}$$

$$C_1 = \frac{\bar{m}_{i-1} \sin \lambda_i a_i - \bar{m}_i \sin \lambda_i a_{i-1}}{\sin \lambda_i z_i},$$

$$C_2 = \frac{\bar{m}_i \cos \lambda_i a_{i-1} - \bar{m}_{i-1} \cos \lambda_i a_i}{\sin \lambda_i z_i}.$$

将 C_1 、 C_2 代入式(5)得各单元弯矩内力值为:

$$M_i(x) = \frac{\bar{m}_{i-1} \sin(\lambda_i a_i - \lambda_i x) - \bar{m}_i \sin(\lambda_i a_{i-1} - \lambda_i x)}{\sin \lambda_i z_i} \quad (8)$$

1.3 单元挠度方程

由式(2)及式(8)得各单元的转角和变形为:

$$\theta_i = w' = -\int \frac{M_i}{EI_i} dx = -\frac{\bar{m}_{i-1} \cos(\lambda_i a_i - \lambda_i x) - \bar{m}_i \cos(\lambda_i a_{i-1} - \lambda_i x)}{EI_i \lambda_i \sin \lambda_i z_i} + d_1$$

$$w_i = \int \theta_i dx = \frac{\bar{m}_{i-1} \sin(\lambda_i a_i - \lambda_i x) - \bar{m}_i \sin(\lambda_i a_{i-1} - \lambda_i x)}{N \sin \lambda_i z_i} + d_1 x + d_2 \quad (9)$$

根据位移边界条件, 当 $x = \sum_{j=1}^{i-1} z_j$ 时, 单元始端

变形为:

$$w = \Delta_{i-1} + f_{i-1} \quad (10)$$

当 $x = \sum_{j=1}^i z_j$ 时, 单元末端变形为:

$$w = \Delta_i + f_i \quad (11)$$

将式(10)和式(11)代入式(9), 并联立方程可求得积分常数 d_1 和 d_2 分别为:

$$d_1 = -\frac{M_A - M_B}{Nl}, \quad d_2 = -\frac{M_B}{N}$$

将积分常数代入式(9)得单元挠曲变形表达式为:

$$w_i = \frac{\bar{m}_{i-1} \sin(\lambda_i a_i - \lambda_i x) - \bar{m}_i \sin[\lambda_i a_{i-1} - \lambda_i x]}{N \sin \lambda_i z_i} - \frac{M_A - M_B}{Nl} x - \frac{M_B}{N}$$

转角表达式为:

$$\theta_i = \lambda_i \frac{\bar{m}_i \cos(\lambda_i a_{i-1} - \lambda_i x) - \bar{m}_{i-1} \cos(\lambda_i a_i - \lambda_i x)}{N \sin \lambda_i z_i} - \frac{M_A - M_B}{Nl}$$

1.4 杆件分析

根据杆件位移的连续条件, 在相邻单元交接处, 相连两截面具有相同的转角, 即:

$\theta_i(x)=\theta_{i+1}(x)$ ，则当 $x=\sum_{j=1}^i z_j$ 时：

对于 i 单元，

$$\theta_i(x) = \lambda_i \frac{\bar{m}_i \cos \lambda_i z_i - \bar{m}_{i-1}}{N \sin \lambda_i z_i} - \frac{M_A - M_B}{NI}$$

对于 $i+1$ 单元，

$$\theta_{i+1}(x) = \lambda_{i+1} \frac{\bar{m}_{i+1} - \bar{m}_i \cos \lambda_{i+1} z_{i+1}}{N \sin \lambda_{i+1} z_{i+1}} - \frac{M_A - M_B}{NI}$$

将上述两式相等，并令 $u_i = \frac{\lambda_i}{\sin \lambda_i z_i}$ 、

$v_i = \frac{\lambda_i \cos \lambda_i z_i}{\sin \lambda_i z_i}$ ，经简化即可得与杆件刚度 EI 相关，

且考虑 $P-\Delta$ 效应和 $P-\delta$ 效应的侧向挠曲变形协调式为：

$$u_i \bar{m}_{i-1} - (v_i + v_{i+1}) \bar{m}_i + u_{i+1} \bar{m}_{i+1} = 0 \quad (12)$$

2 框架结构非线性分析

2.1 压弯杆件截面刚度模型

2.1.1 截面曲率

荷载作用下，钢筋混凝土杆件的截面部分处于开裂状态，部分处于未开裂状态，则参考欧洲规范^[17]等效曲率公式得杆件曲率计算式为：

$$\varphi = \zeta \varphi_{cr} + (1 - \zeta) \varphi_{un\text{cr}} \quad (13)$$

式中， ζ 为截面开裂后的拉伸硬化系数，若杆件未开裂，则 $\zeta=0$ ；杆件开裂后， ζ 可按下式计算：

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \quad (14)$$

式中： M 为杆件承受的弯矩； β 为考虑荷载持续时间或反复荷载对平均应变影响的系数，具体取值见文献^[18]； $\varphi_{un\text{cr}}$ 和 M_{cr} 分别为未开裂曲率和开裂弯矩，计算公式见文献^[18]； φ_{cr} 为混凝土已开裂截面的曲率，计算方法如下。

如图 2 所示，分析时将结构杆件离散化为 n 个单元，并将杆件截面沿弯曲方向离散为 m 个条带，根据截面平衡条件得平衡方程：

$$N_i = \sum_{k=1}^m \sigma_k(\varepsilon) b h_j + \sigma'_s A'_s - \sigma_s A_s \quad (15a)$$

$$M_i = \sum_{k=1}^m \sigma_k(\varepsilon) b h_j \left(\frac{h}{2} - k h_j + \frac{h_i}{2} \right) + \sigma_s A'_s \left(\frac{h}{2} - a_s \right) + \sigma_s A_s \left(\frac{h}{2} - a_s \right) \quad (15b)$$

式中： N_i 和 M_i 分别为某单元承受的轴力和考虑二

阶效应后的总弯矩； m 为对杆件截面划分的条带数（图 3）； h_j 为条带高度， $h_j = h/m$ ； σ_k 为第 k 条带的混凝土压应力； σ_s 、 σ'_s 为受拉、压钢筋应力； A_s 、 A'_s 为受拉、压钢筋面积； a_s 为混凝土截面的保护层厚度。

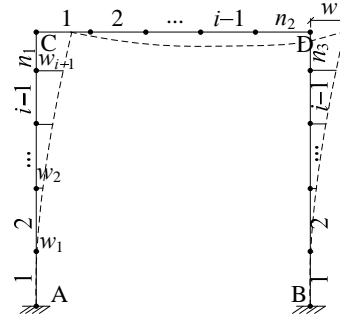


图 2 框架离散化

Fig.2 Discretization of reinforced concrete frames

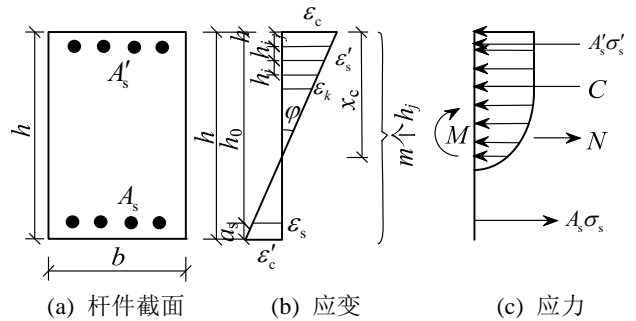


图 3 杆件截面应力、应变分布

Fig.3 Distribution of stress and strain in member cross sections

假设杆件截面符合平截面假定，第 k 条带的混凝土应变和钢筋应变分别按下式计算：

$$\varepsilon_k = \frac{\varepsilon_c}{x_c} \left(x_c - k h_j + \frac{h_j}{2} \right), \quad \varepsilon_s = \frac{\varepsilon_c}{x_c} (h_0 - x_c) \quad (16)$$

$$\varepsilon'_s = \frac{\varepsilon_c}{x_c} (x_c - a_s), \quad \varepsilon'_c = \frac{\varepsilon_c}{x_c} (h - x_c)$$

混凝土压应力 σ_c 和钢筋应力 σ_s 分别按我国混凝土规范 GB50010-2010^[19] 的应力-应变关系式和 Esmaeily 和 Xiao^[20] 的三段强化模型按上述应变计算，并将式(16)代入式(15)，然后利用迭代法对构件截面进行全过程分析，步骤如下：1) 给定混凝土受压边缘压应变 ε_c 一个很小的初始值；2) 设定受压区高度 x_c 为一个较小值，计算截面各单元应力值 $\sigma_c(\varepsilon_c)$ 和 $\sigma_s(\varepsilon_c)$ ；3) 将 ε_c 、 x_c 、 $\sigma_c(\varepsilon_c)$ 和 $\sigma_s(\varepsilon_c)$ 代入式(15a)；4) 若 ε_c 和 x_c 取值满足式(15a)，则将这两个数值代入式(15b)进行下一步；若不满足，则增大 x_c 取值，重复步骤 2)~步骤 3)；

5) 若 ε_c 和 x_c 满足式(15b), 则迭代结束; 否则逐步增大混凝土受压边缘压应变 ε_c 取值, 重复步骤 2)~步骤 4)。这样即求得混凝土受压边缘压应变 ε_c 和截面受压区高度 x_c , 则已开裂杆件的曲率按下式计算:

$$\varphi_{cr} = \frac{\varepsilon_c}{x_c} \quad (17)$$

2.1.2 压弯截面刚度

计算杆件刚度时, 需利用以下关系式:

$$EI = \frac{M}{\varphi} \quad (18)$$

2.2 框架结构非线性分析方法

基于解析刚度模型, 框架结构非线性分析计算流程图如图 4。

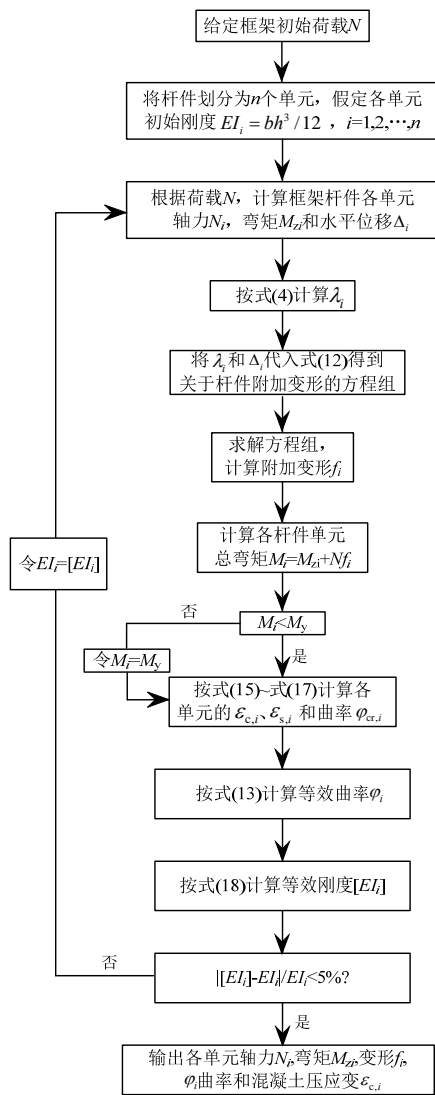


图 4 框架结构非线性分析流程图

Fig.4 Flow chart for the nonlinear analysis of frames

上述流程图中, M_y 为屈服弯矩, 等于某单元

截面中钢筋拉应变达到 $k_{s3}\varepsilon_y$ 时混凝土截面可承受的弯矩。其中, k_{s3} 为钢筋极限应变与屈服应变的比值, ε_y 为钢筋屈服应变。通过上述流程图即可计算出某一荷载 N 作用下框架各杆件单元的轴力、弯矩、附加变形、各单元截面的混凝土受压边缘压应变、曲率。逐级增大荷载 N , 重复上述流程图, 直到框架形成可变机构或混凝土压应变达到 ε_{cu} , 即得到非线性分析时给定荷载 N 下框架杆件的内力和变形。

需要说明的是, 如果单元截面弯矩 M_i 大于等于屈服弯矩 M_y , 则将该单元端部假设成一个塑性铰, 且假定该截面弯矩为 M_y 。此时, 该截面刚度 EI_i 按屈服弯矩 M_y 与等效曲率 φ_i 比值进行计算; 若单元截面弯矩 M_i 小于屈服弯矩 M_y , 则直接按截面弯矩 M_i 与等效曲率 φ_i 比值计算等效刚度。

3 算例

3.1 两层两跨框架模型

图 5 所示为一两层两跨钢筋混凝土框架(文献[21]的 KJ-5), 采用本文提出的解析刚度模型对该框架进行分析。

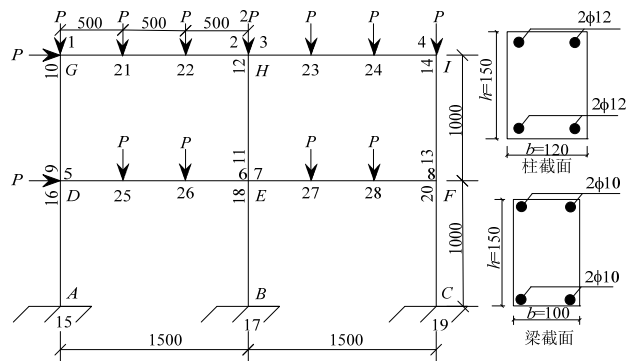


图 5 框架加载方式和截面尺寸 /mm

Fig.5 Loading scheme and cross section dimensions of frame

图 6~图 7 示出本文计算结果与试验结果的对比图形。由图 6~图 7 看出, 总体上, 本文模型计算结果与试验符合较好, 说明本文提出的模型是合理的; 同时, 受材料非线性和几何非线性影响, 框架结构内力发生很大变化, 取值也呈现明显的非线性。表 1 示出本文计算结果与试验结果的相对误差。由表看出, 当荷载 P 取值为 5 kN~15 kN 时, 本文模型计算的弯矩与试验确定的弯矩误差较大, 这可能是由于在试验中杆件底端无法达到完全固支, 或杆件开裂后本文采用的弯矩-曲率模型与试

验采用的曲率模型不同导致的。

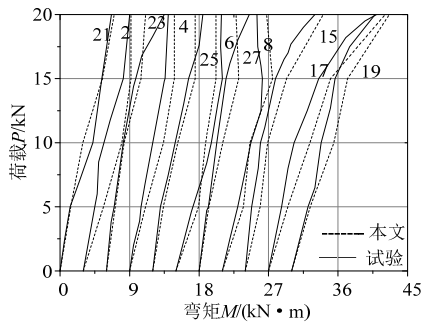


图 6 框架不同截面的弯矩-荷载曲线

Fig.6 Moment-load curves for different sections

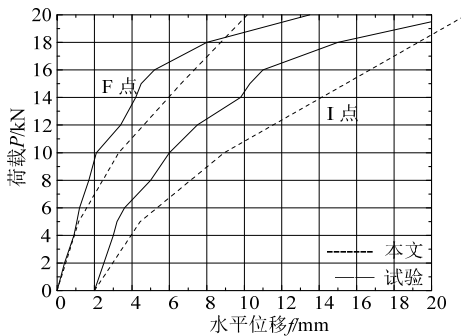


图 7 F点、I点荷载-水平位移曲线

Fig.7 Load-lateral displacement curves for points F and I

表 1 本文计算的弯矩与试验得出的相对误差值

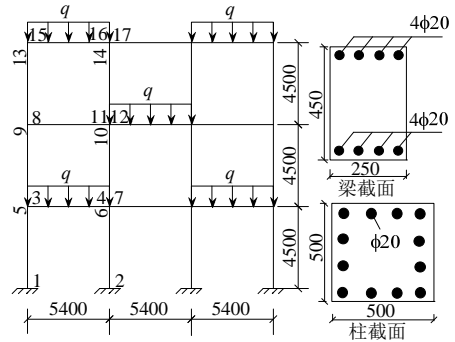
Table 1 Relative error between the calculated and measured values of moment

荷载 P/kN	≤ 5	5~15	≥ 15
相对误差/(%)	9	15	8

3.2 二阶效应的影响

如图 8 所示的三层三跨框架，框架跨度为 $l=5.4\text{ m}$ ，高度为 $h=4.5\text{ m}$ 。框架梁截面尺寸为 $250\text{ mm}\times 450\text{ mm}$ ，柱截面尺寸为 $500\text{ mm}\times 500\text{ mm}$ 。混凝土强度等级为 C40， $f_c=19.1\text{ N/mm}^2$ ，钢筋采用 HRB335， $f_y=300\text{ N/mm}^2$ 。

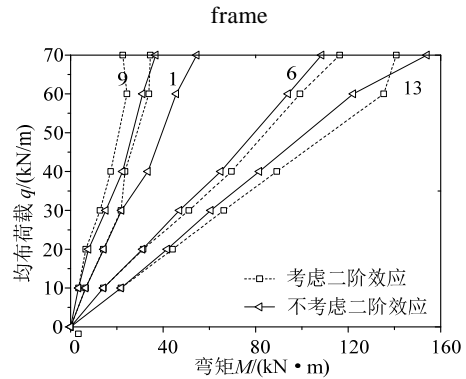
图 9 示出不同荷载 q 时框架柱和梁各截面考虑二阶效应和不考虑二阶效应的弯矩。由图 9 看出，框架的一阶弯矩与二阶弯矩差异很大，二阶内力的存在并不使所有杆件的内力都增加。有些框架截面的弯矩增大了，有些截面的弯矩减小了，这是由于框架中的梁与柱都不是以独立杆件的形式存在的，而是成为框架整体的一部分，因此框架各柱间的二阶效应是相互作用的，在框架设计中需考虑相邻杆件之间的相互作用。



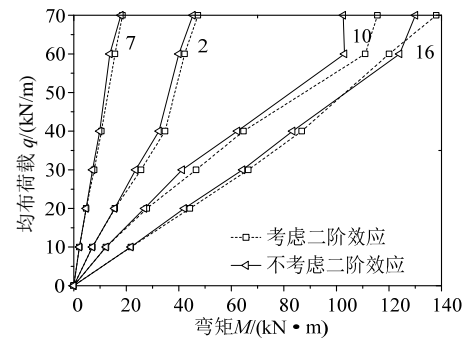
(a) 框架 (b) 梁、柱截面

图 8 框架加载方式及截面尺寸 /mm

Fig.8 Loading scheme and cross section dimensions of frame



(a) 截面 1、6、9、13

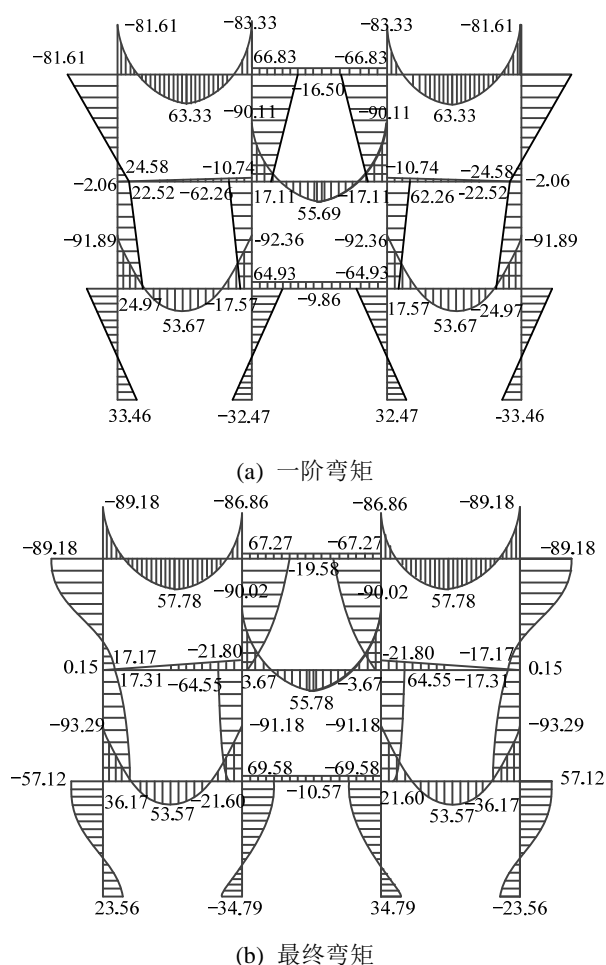


(b) 截面 2、7、10、16

图 9 框架各截面均布荷载-弯矩图

Fig.9 Load-moment graphs of each frame cross section

图 10 示出均布荷载 $q=40\text{ kN/m}$ 时框架按弹性分析得出的一阶弯矩图及考虑材料非线性和几何非线性得到的弯矩图。由图可以看出，按弹性分析时，沿柱高的弯矩分布为直线；考虑材料非线性和几何非线性分析时，沿柱高的弯矩分布为曲线，这是因为受几何非线性的影响，在水平变形基础上柱又产生了附加弯矩。变形大的截面，附加弯矩大，变形小的截面，附加弯矩小。

图 10 $q=40$ kN/m 时框架弯矩图Fig.10 Bending moment diagram of frames with $q=40$ kN/m

4 结论

本文通过利用划分单元,提出了分析框架结构二阶效应的解析刚度模型及侧向挠曲变形公式,结论如下:

(1) 利用弯矩边界条件,给出了考虑几何非线性的杆件弯矩分布解析解,进而利用截面弯矩曲率模型得出了杆件截面刚度分布模型;

(2) 根据位移边界条件,得到了考虑几何非线性的变形协调关系,从而可计算杆件侧向挠曲变形;

(3) 对钢筋混凝土框架结构内力及变形进行分析得出本文提出的模型和方法是合理的,利用该模型可实现框架结构的弯矩重分布。

参考文献:

[1] 焦俊婷, 叶英华. 钢筋混凝土框架结构的力学性能研究[J]. 四川建筑科学研究, 2006, 32(5): 34—37.
Jiao Junting, Ye Yinghua. Research of mechanical

behaviors for reinforced concrete frames [J]. Sichuan Building Science, 2006, 32(5): 34—37. (in Chinese)

[2] 陈滔, 黄宗明. 基于有限单元柔度法和刚度法的几何非线性空间梁柱单元比较研究[J]. 工程力学, 2005, 22(3): 31—38.

Chen Tao, Huang Zongming. Comparison between flexibility-based and stiffness-based geometrically nonlinear beam-column elements [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(3): 31—38. (in Chinese)

[3] 陈政清. 梁杆结构几何非线性有限元的数值实现方法[J]. 工程力学, 2014, 31(6): 42—52.

Chen Zhengqing. Numerical implementation of geometrical nonlinear finite element method for beam structures [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(6): 42—52. (in Chinese)

[4] 刘南科. 钢筋混凝土框架考虑变刚度的弹塑性计算[J]. 重庆建筑工程学院学报, 1982(1): 1—22.

Liu Nanke. Nonlinear calculation of reinforced concrete frames considering varies of stiffnesses [J]. Journal of Chongqing Jianzhu Engineering Institute, 1982(1): 1—22. (in Chinese)

[5] 李斌, 任利民. 矩形钢管混凝土框架结构受力性能试验研究[J]. 工程力学, 2009, 26(2): 103—114.

Li Bin, Ren Limin. Experimental research on mechanical behavior of concrete filled RHS frames [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(2): 103—114. (in Chinese)

[6] 徐诗童, 黄音, 陈曦, 等. “梁强于柱”、“等强梁柱”单层单跨框架实验研究[J]. 重庆建筑大学学报, 2005, 27(2): 41—45.

Xu Shitong, Huang Yin, Chen Xi, et al. Experimental investigation of ‘columns with weaker beam’ frame and ‘column with equally strong beam’ frame [J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2005, 27(2): 41—45. (in Chinese)

[7] 赵博. 两跨非对称载入预应力混凝土框架的实验研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2003: 1—64.

Zhao Bo. Experimental research on two spans prestressed concrete frame under unsymmetric load [D]. Chongqing: Chongqing University, 2003: 1—64. (in Chinese)

[8] 陆念力, 张宏生. 计及二阶效应的一种变截面梁精确单元刚度阵[J]. 工程力学, 2008, 25(12): 60—64.

Lu Nianli, Zhang Hongsheng. Exact elemental stiffness matrix of a tapered beam considering second-order effects [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(12): 60—64. (in Chinese)

[9] Spiliopoulos K V, Lykidis G. An efficient three-dimensional solid finite element dynamic analysis of reinforced concrete structures [J]. Earthquake Engineering Structure Dynamic, 2006, 35(2): 137—157.

[10] 舒兴平, 沈蒲生. 空间钢框架结构的非线性全过程分析[J]. 工程力学, 1997, 14(3): 36—45.

- Shu Xingping, Shen Pusheng. A full range nonlinear analysis for space steel frames [J]. *Engineering Mechanics*, 1997, 14(3): 36—45. (in Chinese)
- [11] Pourazarm B, Vahdani S, Farjoodi J. Reduced stiffness method for nonlinear analysis of structural frames [J]. *Transactions A: Civil Engineering*, 2011, 18(2): 181—189.
- [12] Liou G, Kang Y. Nonlinear response of a building structure to earthquake excitation [J]. *Computers and Structures*, 1992, 45(3): 655—665.
- [13] Wilkinson S M, Hiley R A. A non-linear response history model for the seismic analysis of high-rise framed buildings [J]. *Computers and Structures*, 2006, 84(5/6): 318—329.
- [14] 徐伟良, 吴德伦. 钢筋混凝土框架全过程分析的非线性简化单元及其应用[J]. *建筑结构学报*, 1995, 16(3): 59—65.
- Xu Weiliang, Wu Delun. A simplified nonlinear element model and its application to full-range analysis of reinforced concrete frame [J]. *Journal of building structures*, 1995, 16(3): 59—65. (in Chinese)
- [15] 曾凡林. 钢筋混凝土杆件受力全过程非线性计算理论研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2007: 1—82.
- Zeng Fanlin. Nonlinear computation theory research based on entire stress process of reinforced concrete member [D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2007: 1—82. (in Chinese)
- [16] ACI 318-11, Building code requirements for structural concrete and commentary [S]. Michigan: American Concrete Institute, Farmington Hill, MI, 2011.
- [17] EN 1992-1-1: 2004, Design of concrete structures. General rules and rules for building [S]. CEN, 2004
- [18] 贡金鑫, 魏巍巍, 胡家顺. 中美欧混凝土结构设计 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007: 571—572.
- Gong Jinxin, Wei Weiwei, Hu Jiashun. Concrete structure design in China, US and Europe [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2007: 571—572. (in Chinese)
- [19] GB 50010-2010, 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
- GB 50010-2010, Code for design of concrete structures [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2011. (in Chinese)
- [20] Esmaily G A, Xiao Y. Seismic behavior of bridge columns subjected to various loading patterns [R]. California: Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 2002: 78—82.
- [21] 刘南科, 周基岳, 肖允徽. 钢筋混凝土框架非弹性分析及试验研究[J]. *重庆建筑工程学院学报*, 1984(3): 19—56.
- Liu Nanke, Zhou Jiyue, Xiao Yunhui. Nonlinear analysis and test research of reinforced concrete frames [J]. *Journal of Chongqing Jianzhu Engineering Institute*, 1984(3): 19—56. (in Chinese)