

文章编号: 1000-4750(2015)11-0251-06

海洋平台环境设计参数的 Plackett Copula 分布估计

董 胜, 李静静

(中国海洋大学工程学院, 青岛 266100)

摘 要: 利用 Plackett Copula 分别构造波高、风速及流速的二维及三维概率分布, 并用单变量设计法、条件分布众值及均值法及三维联合重现期法获得三个荷载变量的不同组合, 计算导管架平台的基底剪力, 利用三维概率分布估计变量组合的联合重现期。对结果比较分析可知, 单变量设计法所得剪力值远远大于其他方法所得剪力值, 其独立分布所得重现期远远大于联合变量的重现期。条件分布所得剪力值的大小取决于主变量的选择。计算表明, 波高对剪力的影响最大, 当以波高为主值利用条件分布进行计算时, 其剪力值最大。以风速、流速为主值的工况, 所得平台基底剪力小。利用三维 Plackett Copula 构造三维联合分布进行平台设计参数的估计, 考虑了变量之间的相关性, 与传统的单变量法相比, 所得设计环境条件数值减小, 将使平台建设成本降低, 适用于边际油田的开发。

关键词: Plackett Copula; 导管架平台; 重现期; 条件分布; 三维联合分布

中图分类号: P751 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.04.0353

MARINE ENVIRONMENTAL DESIGN PARAMETER ESTIMATION WITH PLACKETT COPULA DISTRIBUTION FOR OCEAN PLATFORM

DONG Sheng, LI Jing-jing

(College of Civil Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China)

Abstract: The bivariate and trivariate distributions of wave height, wind velocity and current velocity are constructed with Plackett Copula, respectively. Different load combinations for these three variables are obtained in three ways: single variable design method, conditional distribution method (including both mode and mean value cases) and the trivariate joint distribution method. The base shearing force of a jacket platform is calculated and the joint return periods of different combinations are estimated. Results show that the computed base shear forces by the first method are obviously larger than others, and the corresponding return periods are larger than the joint return period. The results by the second method change with the choice of the predominant variable. Wave height contributes much more than both wind velocity and current velocity to the product of the platform base shear force. In the cases of considering current velocity or wind velocity as a predominant factor, the platform base shear is relatively smaller. The trivariate distribution constructed with Plackett Copula, considering the correlations among variables, can be used to estimate the design parameters of ocean environmental conditions. Compared with the single variable design method, the estimated design parameters can decrease and lead to lower platform construction cost, which will be suitable for the exploitation of a marginal oil field.

Key words: Plackett Copula; jacket platform; return period; conditional distribution; trivariate distribution

海洋平台是海底油气开采的基础性设施。在海洋环境中, 平台需要承受风、波浪、海流、地震等

所产生的荷载^[1]。由于平台结构复杂, 造价昂贵, 设计若不能满足安全要求将会导致巨大的经济损

收稿日期: 2014-04-29; 修改日期: 2014-11-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(51279186, 51479183); 国家重点基础研究发展计划项目(2011CB013704)

通讯作者: 董 胜(1968—), 男, 山东青岛人, 教授, 博士, 博导, 从事海洋工程环境及其与结构相互作用研究(E-mail: dongsh@ouc.edu.cn).

作者简介: 李静静(1989—), 女, 河南濮阳人, 硕士生, 主要从事海洋结构可靠度研究(E-mail: lijingjingouc@163.com).

失。传统的海洋平台环境参数确定方法采用单变量设计方法,将每个荷载变量均视为独立分布,统计获取多年一遇重新值,依据此值进行平台设计。这种方法没有考虑变量之间的相关性,独立设计使得荷载过大,设计保守,往往造成海洋平台的建设成本过高,致使一些边际油田放弃开采。

考虑海洋环境要素的相关性,是海洋工程研究的一个前沿课题。美国 API^[2]提出了三种固定式平台的设计标准,其中单因素设计法,会造成平台响应值过大;其他的设计标准比单因素设计法所得响应值稍小,但仍然存在不足^[3]。近年来,波高与风速联合概率的研究取得了一定的进展^[4-5],风浪流的三维分布的研究则相对较少,随机模拟技术^[3]与 Nataf 变换^[6]分别被用于多维概率分布的求解。随着 Copula 函数在金融、水文等领域的成功应用,其在结构所受荷载的联合分布构造中有了应用^[7-12]。多维 Copula 有了一定的发展^[13-15],最近 Plackett Copula 被应用于三维水文分析中^[16-17]。

本文首先对 Plackett Copula 进行了介绍,据此分别构造波高、风速及流速的二维及三维联合分布。以渤海埕岛海域导管架平台为研究对象,收集波高、风速与海流连续 30 年的资料。分析两两变量之间的相关性;结合埕岛海域固定式平台剪力计算公式^[18],用三种不同的方法获取荷载变量组合值,对计算所得剪力进行了比较,验证了三维 Plackett Copula 在平台设计中的适用性。

1 Plackett Copula

1.1 Plackett Copula 性质

Plackett Copula 是 Copula 函数的一种,依托于交乘比率^[19]存在。它将变量边缘分布与相关结构分开描述,可用于二维及三维联合分布的构造,且对变量间相关性的正负无要求。以三维为例,Plackett Copula 满足 Copula 的以下基本性质:

$$C_{UVW}(u, v, w) = F_{UVW}(u, v, w) \quad (1)$$

$$f(x, y, z) = c(u, v, w) \times f(x) \times f(y) \times f(z) \quad (2)$$

$$C_{UVW}(u, v, w) > 0 \quad (3)$$

$$C_{UVW}(0, v, w) = C_{UVW}(u, 0, w) = C_{UVW}(u, v, 0) = 0 \quad (4)$$

$$C_{UVW}(1, v, w) = C_{UVW}(u, 1, w) = C_{UVW}(u, v, 1) = 1 \quad (5)$$

式中: x, y, z 表示三个变量; u, v, w 分别表示它们的边缘分布; $f(x), f(y), f(z)$ 分别表示它们的概率密度函数; $C_{UVW}(u, v, w)$ 表示三维 Plackett Copula 分布函数; $c(u, v, w)$ 表示三维 Plackett Copula 密度函数;

$F_{UVW}(u, v, w)$ 表示三个变量的三维联合分布。下面分别介绍二维及三维 Plackett Copula。

1.2 二维 Plackett Copula

记 $F(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y) = C(u, v)$, 则二维交乘比率可定义为:

$$\psi_{UV} = \frac{P(U \leq u, V \leq v)P(U > u, V > v)}{P(U \leq u, V > v)P(U > u, V \leq v)} = \frac{C(u, v) \cdot [1 - u - v + C(u, v)]}{[u - C(u, v)] \cdot [v - C(u, v)]} \quad (6)$$

式(6)的分子表示变量之间的正相关性,分母表示负相关性。 $\psi_{UV} > 1$ 表示两变量正相关, $\psi_{UV} < 1$ 表示负相关, $\psi_{UV} = 1$ 表示变量独立。根据式(6)进行变换,可得二维 Plackett Copula 分布函数计算公式:

$$C_{UV}(u, v) = \{[1 + (\psi_{UV} - 1)(u + v)] - \sqrt{[1 + (\psi_{UV} - 1)(u + v)]^2 - 4uv\psi_{UV}(\psi_{UV} - 1)}\} / [2(\psi_{UV} - 1)] \quad (7)$$

Plackett Copula 参数 ψ_{UV} 可通过两种方法进行估算,第一种方法称为中值法,是利用已知数据直接进行估算的,计算式如下:

$$\tilde{\psi}_{UV} = \frac{n_{00}n_{11}}{n_{01}n_{10}} \quad (8)$$

式中: n_{00} 表示两变量均大于均值的数据长度; n_{11} 表示变量均小于均值的数据长度; n_{01} 表示第一个变量大于均值且第二个变量小于均值的数据长度; n_{10} 表示第一个变量小于均值且第二个变量大于均值的数据长度。由于数据量过少时会导致 n_{00} 、 n_{11} 、 n_{01} 、 n_{10} 中的一个或多个偏小甚至为零,因此,此类参数估算只适用于数据量很大的情况。

第二种方法称为对数极大似然估计法。首先计算样本的边缘分布 u_k, v_k , 对 $C_{UV}(u, v)$ 二次求导得二维 Plackett Copula 密度函数:

$$c_{UV} = \frac{\partial^2 C_{UV}}{\partial u \partial v} = \frac{\psi_{UV} [1 + (\psi_{UV} - 1)(u + v - 2uv)]}{\{[1 + (\psi_{UV} - 1)(u + v)]^2 - 4uv\psi_{UV}(\psi_{UV} - 1)\}^{3/2}} \quad (9)$$

对式(9)求对数,极大似然公式为:

$$\frac{\partial L(\psi_{UV})}{\partial \psi_{UV}} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial \psi_{UV}} \{ \ln [c_{UV}(u_k, v_k; \psi_{UV})] \} = 0 \quad (10)$$

直接求解式(10)有难度,可通过数值方法求解。

1.3 三维 Plackett Copula

三维交乘比率更为复杂,简便起见,交乘比率用下式表示:

$$\psi_{UVW} = \frac{P_{000}P_{011}P_{101}P_{110}}{P_{111}P_{100}P_{010}P_{001}} \quad (11)$$

式中:

$$\begin{cases} P_{000} = C_{UVW}(u, v, w) \\ P_{100} = C_{VW}(v, w) - C_{UVW}(u, v, w) \\ P_{010} = C_{UW}(u, w) - C_{UVW}(u, v, w) \\ P_{001} = C_{UV}(u, v) - C_{UVW}(u, v, w) \\ P_{110} = w - C_{UW}(u, w) - C_{VW}(v, w) + C_{UVW}(u, v, w) \\ P_{101} = v - C_{UV}(u, v) - C_{VW}(v, w) + C_{UVW}(u, v, w) \\ P_{011} = u - C_{UV}(u, v) - C_{UW}(u, w) + C_{UVW}(u, v, w) \\ P_{111} = 1 - u - v - w + C_{UV}(u, v) + C_{VW}(v, w) + \\ C_{UW}(u, w) - C_{UVW}(u, v, w) \end{cases} \quad (12)$$

式中: u, v, w 分别表示 x, y, z 的边缘分布; C_{UV} 、 C_{UW} 及 C_{VW} 分别表示 x, y, z 的二维联合 Plackett Copula; C_{UVW} 表示三维 Plackett Copula 分布。由于三维交乘比率的复杂性, C_{UVW} 不能直接得到, 记 $z = C_{UVW}(u, v, w)$, 式(11)可写成以下形式:

$$\psi_{UVW}(a_1 - z)(a_2 - z)(a_3 - z)(a_4 - z) - z(z - b_1)(z - b_2)(z - b_3) = 0 \quad (13)$$

式中:

$$\begin{cases} a_1 = C_{VW}(v, w), a_2 = C_{UW}(u, w), a_3 = C_{UV}(u, v) \\ a_4 = 1 - u - v - w + C_{UV}(u, v) + \\ C_{VW}(v, w) + C_{UW}(u, w) \\ b_1 = C_{VW}(v, w) + C_{UW}(u, w) - w \\ b_2 = C_{UV}(u, v) + C_{VW}(v, w) - v \\ b_3 = C_{UV}(u, v) + C_{UW}(u, w) - u \end{cases} \quad (14)$$

求解式(13)即可的三维分布函数值。

三维 Plackett Copula 参数的估计与二维参数估计相似, 但其利用中值法进行估算则需要比二维更多的数据, 因此通常用对数极大似然法进行参数估算。

2 平台剪力计算

2.1 剪力计算公式

根据渤海 1970 年~1999 年的波高、风速及流速后报极值序列, 对其边缘分布进行拟合后, Plackett Copula 构造二维及三维分布, 计算条件分布, 对不同的风浪流组合值进行固定式平台基底剪力的计算。剪力计算公式为^[18]:

$$Q = 20.3797H^{1.9414} + 31.9567v^{-0.2970} + 79.7442H^{0.7220}v^{1.3861} + 0.1153w^2 \quad (15)$$

式中: H 为有效波高; v 为风速; w 为表面流速。

2.2 分布拟合

2.2.1 边缘分布拟合

分别用 Gumbel 分布拟合波高、风速及流速, 其分布函数及密度函数如式(16)和式(17), 拟合分布参数如表 1, 拟合曲线如图 1。

$$F_X(x) = \exp(-\exp(-\alpha(x - \beta))) \quad (16)$$

$$f_X(x) = \alpha \exp\{-\alpha(x - \beta) - \exp[-\alpha(x - \beta)]\} \quad (17)$$

式中, α 和 β 分别表示分布的尺度和位置参数。

表 1 边缘分布拟合参数

Table 1 Parameters of marginal distributions

环境要素	波高	流速	风速
α	3.1646	15.2905	0.4956
β	3.2843	1.3413	19.6088

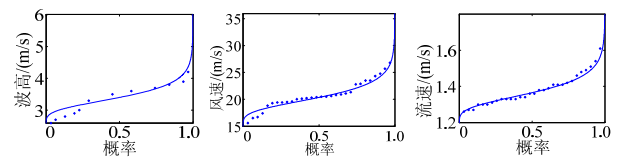


图 1 海洋环境条件的边缘分布

Fig.1 Marginal distribution of ocean environmental conditions

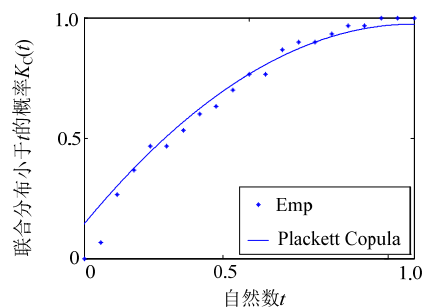
2.2.2 二维及三维分布拟合

记波高、流速及风速的边缘分布随机变量分别为 u, v, w , 分别用中值法及对数似然法估算二维 Plackett Copula 函数的参数, 并根据式(18)计算经验 Copula, 利用 $K_C(t)$ 检验其拟合优度。分别以 ψ_{UV} 、 ψ_{VW} 、 ψ_{UW} 表示估算的 C_{UV} 、 C_{VW} 、 C_{UW} 的参数, 用对数似然估计及中值法估算参数, 结果如表 2, 拟合曲线如图 2。用对数似然估计三维 Plackett Copula 参数, 得 $\psi_{UVW} = 0.8250$, 拟合图如图 3。

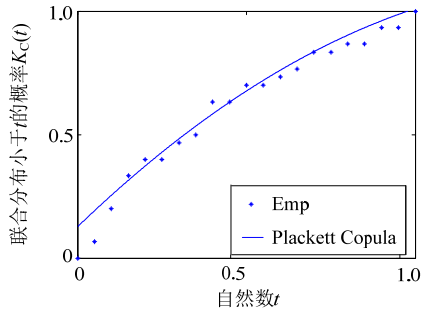
表 2 二维 Plackett Copula 参数

Table 2 The parameters of bivariate Plackett Copula

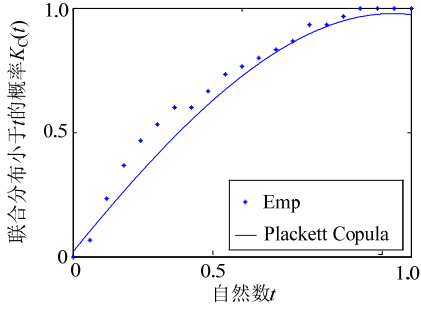
参数估计方法	ψ_{UV}	ψ_{VW}	ψ_{UW}
对数极大似然估计	1.1143	1.3293	2.7849
中值估计	1.1364	1.3333	3.2500



(a) 波高与流速



(b) 波高与风速



(c) 风速与流速

图2 二维 Plackett Copula 分布拟合图

Fig.2 Fitness figure of bivariate Plackett Copula

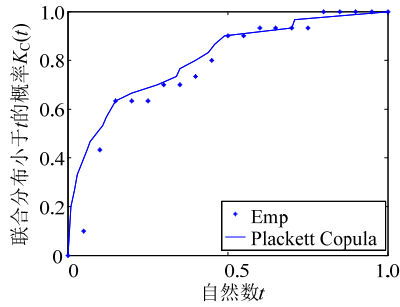


图3 三维 Plackett Copula 分布拟合图

Fig.3 Fitness figure of trivariate Plackett Copula

$$C_n\left(\frac{i}{n}, \frac{j}{n}\right) = \frac{a}{n} \quad (18)$$

$$K_C(t) = P[C_{UV}(u, v) \leq t] \quad (19)$$

式中： n 表示数据长度； a 表示数据中满足 $x \leq x_i$ 且 $y \leq y_j$ 的数据长度； $t \in [0, 1]$ 。

2.3 剪力计算结果

2.3.1 单变量分布计算结果

根据变量的边缘分布，计算各变量百年一遇、五十年一遇、及十年一遇值，及此组合下对应的剪力值，然后根据三维 Plackett Copula 函数计算单变量重现期条件下三维联合重现期，计算结果如表 3。

表 3 单变量分布剪力计算值

单变量重现期/a	波高/m	流速/(m/s)	风速(m/s)	剪力/kN	三维重现期/a
100	4.74	1.642	28.89	1029	214700
50	4.52	1.597	27.48	948	28203
10	4.00	1.489	24.15	772	326

2.3.2 二维分布计算结果

根据三维 Plackett Copula，当确定某一主导变量时(为便于描述，以下称为主值)，三维分布转化为二维条件分布。根据式(20)，可计算其余两变量的条件分布概率密度，密度最大值所对应的变量值，即为其余两变量的众值(即最可能的发生值)。也可以通过式(20)~式(24)计算其余两变量的均值，与主值变量构成一个组合，进而计算基底剪力和联合重现期。

$$f(x, y|z) = \frac{f(x, y, z)}{f(z)} = c(x, y, z) \cdot f(x) \cdot f(y) \quad (20)$$

$$f(x|y, z) = \frac{f(x, y|z)}{f(y)} = c(x, y, z) \cdot f(x) \quad (21)$$

$$f(y|x, z) = \frac{f(x, y|z)}{f(x)} = c(x, y, z) \cdot f(y) \quad (22)$$

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x|y, z) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x|y, z) dx} \quad (23)$$

$$\bar{y} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} y \cdot f(y|x, z) dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(y|x, z) dy} \quad (24)$$

首先确定主值环境要素，再考虑其他要素的众值组合，计算剪力及其联合重现期的过程如下 1)~3)。结果如表 4~表 6。

1) 风速分别取百年一遇、五十年一遇及十年一遇值，计算波高、流速联合概率密度，根据密度取最大值点，结合风速取值，计算平台基底剪力与三维联合重现期，计算结果如表 4。

表 4 波高流速条件分布剪力及联合重现期

风速重现期/a	波高/m	流速/(m/s)	风速(m/s)	剪力/kN	三维联合重现期/a
100	3.55	1.354	28.89	666	253
50	3.54	1.353	27.48	656	126
10	3.50	1.352	24.15	628	25

2) 流速分别取百年一遇、五十年一遇及十年一遇时, 计算波高、风速联合概率密度, 根据密度取最大值点, 结合流速取值, 平台基底剪力与三维联合重现期, 计算结果如表 5。

表 5 波高风速条件分布剪力及重现期

Table 5 Shear force and trivariate return period for conditional distribution of wave height and wind velocity

流速重现期/a	波高/m	风速/(m/s)	流速(m/s)	剪力/kN	联合重现期/a
100	3.27	19.72	1.642	648	193
50	3.27	19.71	1.597	634	96
10	3.26	19.65	1.489	600	19

3) 波高分别取百年一遇、五十年一遇及十年一遇时, 计算风速、流速联合概率密度, 根据密度取最大值点, 结合波高取值, 平台基底剪力与三维联合重现期, 计算结果如表 6。

表 6 风速流速条件分布剪力及重现期

Table 6 Shear force and trivariate return period for conditional distribution of current velocity and wind velocity

波高重现期/a	流速/(m/s)	风速/(m/s)	波高/m	剪力/kN	联合重现期/a
100	1.344	21.20	4.74	868	239
50	1.343	21.16	4.52	818	117
10	1.343	20.89	4.00	706	23

首先确定主值环境要素, 再考虑其他要素的均值组合, 计算所得剪力及联合重现期如表 7~表 9。

表 7 利用波高、流速条件分布均值计算结果

Table 7 Results based on the mean value of the conditional distribution of wave height and current velocity

流速重现期/a	波高均值/m	流速均值(m/s)	风速/(m/s)	剪力/kN	联合重现期/a
100	3.73	1.400	28.89	717	525
50	3.72	1.399	27.48	705	259
10	3.66	1.393	24.15	672	47

表 8 利用波高、风速条件分布均值计算结果

Table 8 Results based on the mean value of the conditional distribution of wave height and wind velocity

流速重现期/a	波高均值/m	风速均值(m/s)	流速(m/s)	剪力/kN	联合重现期/a
100	3.62	21.94	1.642	732	612
50	3.62	21.93	1.597	717	305
10	3.61	21.82	1.489	678	59

表 9 风速、流速条件分布均值计算结果

Table 9 Results based on the mean value of the conditional distribution of current velocity and wind velocity

波高重现期/a	流速均值(m/s)	风速均值(m/s)	波高/m	剪力/kN	联合重现期/a
100	1.397	22.54	4.74	895	546
50	1.396	22.49	4.52	844	267
10	1.392	22.14	4.00	728	50

2.3.3 三维分布剪力计算结果

根据三维 Plackett Copula, 构造波高、风速及流速的三维概率分布, 分别求出三维联合重现期为 100 年、50 年及 10 年的波高、风速及流速值, 计算相应的剪力最大值(表 10)。

表 10 三维最大剪力计算结果

Table 10 Maximum shear force based on trivariate distribution

重现期/a	波高/m	流速/m/s	风速/m/s	剪力/kN
100	4.54	1.301	21.19	808
50	4.31	1.303	21.23	760
10	3.80	1.300	20.71	652

3 结论

本文构造了 Plackett Copula 二维及三维联合分布, 收集了渤海埕岛海域的风浪流长期极值数据, 分析了不同荷载变量的相关性。以埕岛海域导管架平台基底剪力为约束, 用 3 种不同的方法获取荷载变量组合值。通过计算与分析, 得到以下结论:

(1) 单变量设计法计算的剪力值远高于其他两种方法, 且其用于设计的荷载组合值联合重现期远远大于联合重现期。

(2) 利用条件分布众值与均值所得剪力值均小于单变量设计法, 同时众值法结果小于均值法。

(3) 条件分布计算中主变量的选择对剪力值影响较大, 波高作为主变量进行设计时所得剪力值最大, 风速其次, 流速最小, 但两种条件分布法所得荷载组合联合重现期也均大于其主变量重现期。

(4) 通过三维分布重现期计算, 获取剪力最大值, 以及与之相对应的荷载变量值, 这种设计法考虑了荷载之间的相关性, 与另外两种方法相比更符合实际情况, 依据此法计算海洋平台的剪力, 更符合实际情况, 使得平台设计, 特别是边际油田的设计, 在保证安全的条件下更加经济合理。

影响海洋平台设计的因素不仅有波高、风速及流速, 还包括周期、水位等, 可将 Plackett Copula 拓展至更高维模型, 以更好地适用于海洋工程的设计与建设实践工作。

参考文献:

- [1] 金伟良, 宋剑, 龚顺风, 白秉仁. 海洋平台受损构件的承载能力与加固分析[J]. 工程力学, 2003, 20(5): 100—105.
Jin Weiliang, Song Jian, Gong Shunfeng, Bai Bingren. Analysis of bearing capacity and strengthening of damaged members for offshore platform [J]. Engineering

- Mechanics, 2003, 20(5): 100—105. (in Chinese)
- [2] API RP 2A-WSD, Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms-working stress design, 21st edition [S]. 2005.
- [3] 刘德辅, 亢清珍, 韦勇, 唐柳娟. 海洋环境因素极值组合及设计标准[J]. 水科学进展, 1998, 9(2): 146—150.
Liu Defu, Kang Qingzhen, Wei Yong, Tang Liujuan. Combination of sea environmental events and design criteria [J]. Advances in Water Science, 1998, 9(2): 146—150. (in Chinese)
- [4] 欧进萍, 肖仪清, 段忠东, 周道成. 基于风浪联合概率模型的海洋平台结构系统可靠度分析[J]. 海洋工程, 2003, 21(4): 1—7.
Ou Jinping, Xiao Yiqing, Duan Zhongdong, Zhou Daocheng. Structural system reliability analysis for offshore platforms based on the joint probabilistic model of wind and wave [J]. The Ocean Engineering, 2003, 21(4): 1—7. (in Chinese)
- [5] Dong S, Fan D Q, Tao S S. Joint occurrence period of wind speed and wave height based on both service term and risk probability [J]. Journal of Ocean University of China, 2012, 11(4): 488—494.
- [6] Sagrilo L V S, Papaleo A, de Lima E C P. A joint probability model for environmental parameters [J]. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2011, 133(3): 031605.
- [7] 秦振江, 孙广华, 闫同新, 宋华, 张婧. 基于 Copula 函数的联合概率法在海洋工程中的应用[J]. 海洋预报, 2007, 24(2): 83—90.
Qin Zhenjiang, Sun Guanghua, Yan Tongxin, Song Hua, Zhang Jing. Application of multivariate probability analysis using copulas to ocean engineering [J]. Marine Forecasts, 2007, 24(2): 83—90. (in Chinese)
- [8] 董胜, 周冲, 陶山山, 薛东升. 基于 Clayton Copula 函数的二维 Gumbel 模型及其在海洋平台设计中的应用[J]. 中国海洋大学学报, 2011, 41(10): 117—120.
Dong Sheng, Zhou Chong, Tao Shanshan, Xue Dongsheng. Bivariate Gumbel distribution based on clayton copula and its application in offshore platform design [J]. Periodical of Ocean University of China, 2011, 41(10): 117—120. (in Chinese)
- [9] 陈子燊. 波高与风速联合概率分布研究[J]. 海洋通报, 2011, 30(2): 159—164.
Chen Zishen. Study on joint probability distribution of wave height and wind velocity [J]. Marine Science Bulletin, 2011, 30(2): 159—164. (in Chinese)
- [10] 徐龙军, 陈祉宏, 周道成, 谢礼立. 基于 Archimedean Copula 模型的风浪联合分布第二重现期[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2013, 46(2): 114—120.
Xu Longjun, Chen Zhihong, Zhou Daocheng, Xie Lili. The secondary return period of wind-wave joint distributions based on Archimedean Copula function [J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2013, 46(2): 114—120. (in Chinese)
- [11] Yang X C, Zhang Q H. Joint probability distribution of winds and waves from wave simulation of 20 years (1989-2008) in Bohai Bay [J]. Water Science and Engineering, 2013, 6(3): 296—307.
- [12] 唐小松, 李典庆, 周创兵, 方国光. 联合分布函数构造的 Copula 函数方法及结构可靠度分析[J]. 工程力学, 2013, 30(12): 8—17.
Tang Xiaosong, Li Dianqing, Zhou Chuangbing, Phoon Kok-kwang. Modeling bivariate distribution using copulas and its application to component reliability analysis [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(12): 8—17. (in Chinese)
- [13] Favre A C, El Adlouni S, Perreault L, Thiémonge N, Bobée B. Multivariate hydrological frequency analysis using copulas [J]. Water Resources Research, 2004, 40(1): W01101.
- [14] De Michele C, Salvadori G, Passoni G, Vezzoli R. A multivariate model of sea storms using copulas [J]. Coastal Engineering, 2007, 54: 734—751.
- [15] Corbella S, Stretch D D. Simulating a multivariate sea storm using Archimedean copulas [J]. Coastal Engineering, 2013, 76: 68—78.
- [16] Kao S C, Govindaraju R S. Trivariate statistical analysis of extreme rainfall events via the Plackett family of copulas [J]. Water Resources Research, 2008, 44(2): W02415.
- [17] Song S, Singh V P. Frequency analysis of droughts using the Plackett copula and parameter estimation by genetic algorithm [J]. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 2010, 24(5): 783—805.
- [18] 徐英辉, 董胜, 陶山山. 渤海导管架平台结构响应计算公式拟合[J]. 海洋湖沼通报, 2013, 4: 173—180.
Xu Yinghui, Dong Sheng, Tao Shanshan. Calculation formula fitting of Jacket platform responses in the Bohai Sea [J]. Transactions of Oceanology and Limnology, 2013, 4: 173—180. (in Chinese)
- [19] Palaro H P, Hotta L K. Using conditional copula to estimate value at risk [J]. Journal of Data Science, 2006, 4(1): 93—115.