

山东师范大学  
2006 年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 量子力学

- 注意事项：1. 本试卷共 5 道大题（共计 10 个小题），满分 150 分；  
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；  
3. 必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔答题，其它均无效。  
4. 考试结束后将本卷装入试题袋内，不得带走，否则以违纪论处。

\*\*\*\*\*

1. (30 分) 在  $\hat{H}_0$  表象中  $\hat{H}$  的矩阵为

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_1^{(0)} & 0 & a \\ 0 & E_2^{(0)} & b \\ a^* & b^* & E_3^{(0)} \end{pmatrix}$$

其中  $E_i^{(0)} (i=1,2,3)$  为实数,且  $|a|,|b|$  比  $E_i^{(0)}$  小得多。

- (1) 写出  $\hat{H}_0$  的本征能量与相应波函数
- (2) 试用微扰论求能量至二级近似.

2. (30 分) 不考虑电子的空间运动, 电子的哈密顿量为

$\hat{H} = 3\varepsilon\sigma_z + 4\varepsilon\sigma_x$ , 其中  $\varepsilon$  为大于零的常数,  $\sigma_z$  和  $\sigma_x$  为泡利矩阵

- (1) 求  $\hat{H}$  的本征能量与相应本征函数
- (2) 已知  $t=0$  时电子处于  $\sigma_z = \hbar/2$  的态, 求  $t$  时刻
  - (a) 电子波函数
  - (b) 能量平均值
  - (c) 电子处于  $\sigma_z = \hbar/2$  的态的几率

3. (30分) 设体系处于态  $\psi = C_1 Y_{11} + C_2 Y_{10}$  ( $|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1$ ). 求

- (1)  $L^2$  的可能值, 相应几率及平均值
- (2)  $L_z$  的可能值, 相应几率及平均值
- (3)  $L_x$  的可能值及相应几率

4. (30分) 以下两题任选一题

(1) 在一维无限深势阱 ( $0 \leq x \leq a$ ) 中运动的质量为  $m$  的粒子处于基态, 某时刻, 势阱宽度突然由  $a$  变为  $2a$ 。求粒子处在新势阱基态中的几率。

(2) 用 Born (玻恩) 近似法求粒子在势场

$$V(r) = \begin{cases} -V_0, & r < a \\ 0, & r > a \end{cases}$$

中的微分散射截面。

5. (30分) 完成下列各题

- (1) 在有心力场中, 粒子处于定态, 轨道角动量是否有确定值? 为什么?
- (2) 力学量守恒应满足什么条件? 写出三维自由运动粒子的两组守恒量完全集。
- (3) 一体系的哈密顿量  $\hat{H}$  与时间  $t$  无关, 则体系一定处于定态。此说法是否正确? 为什么?
- (4) 厄米算符  $\hat{A}$  满足  $\hat{A}^4 = 1$ , 则  $\hat{A}$  的本征值为  $\pm 1, i, -i$ 。此说法是否正确? 为什么?
- (5) 写出  $[\hat{L}_+, \hat{L}_-] = ?$