

山东师范大学  
硕士研究生入学考试试题

考试科目： 量子力学

- 注意事项： 1. 本试卷共 2 道大题（共计 11 个小题），满分 150 分；  
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；  
3. 必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔答题，其它均无效。

\* \* \* \* \*

一、简答题（共 7 小题，每题 10 分，共 70 分）

1. 由波函数是否可以确定微观粒子的轨道？为什么？
2. 若两个算符不对易，它们是否可能同时有确定值？为什么？
3. 在  $(x, y, z)$  表象中，写出力学量  $(x, y, p_z)$  的共同本征函数（设它们的本征值分别为  $x', y', p_z'$ ）。
4. 写出带电  $q$  的粒子在电磁场矢势  $\vec{A}$ ，标势  $\phi$  中的薛定谔方程。
5. 证明厄米算符平方的平均值为正。
6. 证明在定态中几率流密度矢量与时间无关。
7. 证明氢原子的任何定态  $\psi_{nlm}(r, \theta, \phi)$  中，动能的平均值等于该定态能量的负值，即  $\langle \hat{p}^2 / 2\mu \rangle_{nlm} = -E_n$

二、计算题（4 小题，共 80 分）

1. （25 分）设  $t=0$  时，质量为  $m$ 、频率为  $\omega$  的谐振子处于

$$\psi(x, 0) = A e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2} \left[ (\cos \beta) H_0(\alpha x) + \frac{\sin \beta}{2\sqrt{2}} H_2(\alpha x) \right]$$

状态，其中  $A, \beta$  是实常数， $\alpha = \left( \frac{m\omega}{\hbar} \right)^{1/2}$ ， $H_n(\alpha x)$  是厄米多项式。

- (1) 求归一化常数  $A$ 。
- (2) 求  $t$  时刻体系的状态  $\psi(x, t)$ 。
- (3) 求  $t$  时刻位置的平均值  $\bar{x}(t)$ 。
- (4) 求谐振子能量取值及相应几率。

2. (20 分) 有一粒子, 其哈密顿算符为  $H_0$ , 现加一微扰  $H'$ ,  $H_0$  和  $H'$  的矩阵形式为

$$H_0 = A \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad H_0 = \varepsilon \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (1) 写出  $H_0$  的本征能量与相应波函数
- (2) 求能量的一级近似和波函数的零级近似
3. (15 分) 设粒子处于状态  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ , 求轨道角动量  $L_x$  和  $L_y$  的平均值, 并计算  $L_x$  和  $L_y$  的不确定关系  $\Delta L_x \Delta L_y$ 。
4. (20 分) 试用玻恩近似公式计算库仑散射的微分截面  $\sigma(\theta)$ , 库仑势为  $V(r) = \frac{\alpha}{r}$ , 入射粒子质量为  $\mu$ , 速度为  $v$ ,  $\alpha$  为实数。

[提示: 必要时可用积分公式  $\int_0^{\infty} \sin qr dr = \frac{1}{q}$ ]