

文章编号 1004-924X(2015)增-0592-08

基于法向特征直方图的点云配准算法

沈萦华*, 李卓嘉, 杨 成, 李昊勇

(中国传媒大学 信息工程学院, 北京 100024)

摘要:为了提高点云配准速度并减少描述子的维度,本文首先提出了一种查找点云重叠区域的预处理办法。该方法使用基于八叉树的区域生长 K-means 聚类算法对点云进行分块,通过近似三角形查询点云的重叠区域。另外,在关键点描述中提出了基于点云特征直方图的低维度描述子——邻域点积直方图(LDFH)算法。提出的预处理方法可以使初始配准的点云数据量减少 10%~20%,去除了不必要的冗余运算过程。与快速点特征直方图(FPFH)描述子的点云配准算法相比,提出的邻域点积直方图算法将维度降低至 24 维,同时使描述速度提高了 15%左右。利用本文算法对实际扫描获取到的点云数据进行配准时,可以在 5 min 内完成小于 1 m³ 数据的准确配准。本文算法减少了配准耗时,降低了描述子维度,在实际的点云配准中有好的效果。

关键词:计算机视觉;点云配准;法线特征直方图;描述子

中图分类号:TP391.41;TP242.6 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20152313.0592

Point cloud registration with normal feature histogram

SHEN Ying-hua, LI Zhuo-jia, YANG Cheng, LI Hao-yong

(College of Information Engineering, Communication University of China, Beijing 100024, China)

* Corresponding author, E-mail: shenwan@cuc.edu.cn

Abstract: To reduce the time cost of point cloud registration and to decrease the dimension of a descriptor, this paper proposes a pre-processing method to look up the overlap region of a point cloud. This method uses the region growing variant K-means clustering based on octree structure to block the point cloud, and then get the overlap region of point cloud by the triangle & point number decision formula. Moreover, a lower dimension descriptor named Local Dot Feature Histogram (LDFH) is also created based on a point cloud feature histogram in the key point description. The pre-processing method decreases about 10%–20% data volume of point cloud and removes some unnecessary redundant operation. As compared with the Fast Point Feature Histogram (FPFH) descriptor, the proposed LDFH algorithm just has 24-dimension and takes the computation time by 15%. When the methods proposed in this paper are used to register point cloud data in practice, the proposed method can complete small geometry solid registration for one cubic meter in less than five minute. The proposed algorithm achieves the goals of reducing the cost time, lowering descriptor dimension, and has a good effect in actual registration.

Key words: computer vision; point cloud registration; normal feature histogram; descriptor

收稿日期:2015-05-18;修订日期:2015-06-10.

基金项目:国家科技支撑计划资助课题(No. 2014BAH10F02)

1 引言

三维点云数据的配准是计算机视觉领域的一个热点问题,使用激光机、Kinect 等光学扫描仪可以在较短的时间内获得点云数据,但是由于扫描精度、光线、操作和视角变化等原因,只能采集到完整物体的部分点云数据,且重叠部分存在畸变和偏移。为了得到完整的点云模型,需要通过配准算法对获得的点云数据进行拼接和校对。配准算法大致可以分为基于刚体变换的配准和非刚体配准两类。而基于刚体变换的点云配准的主要理论依据是:对于具有重叠部分的三维点云数据,以重叠的数据作为参考,通过点云数据间的刚体变换,使不同视图的点云数据准确融合在一起。

目前最为流行的刚体配准算法是由 Besl^[1]等在 1992 年提出的迭代最近点算法 (Iterative Closest Point, ICP)。这种算法对两个点云初始位置的要求比较高,故计算前都会需要进行一次初始配准(粗配准),使用少数的关键点信息来获得较好的初始位置以提高 ICP 算法的速度与准确率。

提高初始配准效率的一种方法就是通过预处理来减少数据量,整体思路是通过减少整体输入的点云数据来缩短整个过程中所消耗的时间。有的学者通过几何拓扑方法来估计源点云和目标点云中的重叠部分以减少初始配准点云的数据量,例如目前已有的采样球^[6]、一致性球^[7]等算法;或者像孙军华^[4]、王欣^[5]等提出的层状分块、最小包围盒的分块预处理算法。另一种提高点云配准效率的重要方法是提高描述子质量。如 Stephen D. Fox^[8]、张晓^[9]等将图像领域的二维描述子尺度不变特征变换 (Shift Invariant Feature Transform, SIFT) 等方法拓展到三维,然后进行点云配准的研究;葛宝臻^[10]使用基于曲率信息的描述子进行配准;张学昌^[11]、黄戈^[12]使用基于不同数学理论的扩展高斯图 (EGI) 进行配准; Mathew Price^[13]、Junhao Xiao^[14]等人则是使用 3D 上下文 (3D Context) 以及表面配准的描述子。近些年, Rusu 提出基于法向信息的描述子^[2],该描述子从鲁棒性以及配准效果上均比其它方法更为优秀,国内从事相关研究的有陶海跃^[15]、陆军^[16]等。

为提高配准过程的效率与速度,本文提出了两种改进方法:第一,提出了基于聚类理论和点拓

扑论的预处理方法,使得初始配准阶段所要处理的点云数据量减少了 10%~20%,去除了不必要的冗余运算过程。第二,基于法向信息的配准方法提出了一种基于法向特征直方图描述子,在同等级目的描述符下减少了特征向量的维度,加快了描述过程的计算速度。

2 重叠区域预处理

本文首先采用基于区域生长的 K-means 聚类方法将源点云和目标点云进行超体素分块,然后采用质心轨迹的点拓扑方法查找源点云和目标点云重叠的部分^[17-18],如图 1 所示。这种方法的优点是对点云的空间几何关系敏感性较低,即使对于分布不均匀的点集,也具有较高的鲁棒性。



图 1 重叠估计过程

Fig. 1 Process of overlapping estimation

2.1 超体素分块

超体素 (Super Voxel) 算法即超出简单 XYZ 空间信息的算法,本文使用的是点云体素连接分割 (Voxel Cloud Connectivity Segmentation, VCCS) 算法。算法先根据分辨率使种子点均匀分布在点集内,然后根据种子点和生长规则进行聚类,将点云数据分割成一定数量的区块。其生长规则是一个由空间信息,色彩信息,法向信息共同决定的度量,如式(1)所示:

$$D = \sqrt{W_c D_c^2 + \frac{W_s D_s^2}{3R_{seed}^2} + W_n D_n^2} \quad (1)$$

度量 D 中的 D_s 是根据分辨率归一化的空间距离; D_c 是彩色像素空间 RGB 值的欧氏距离, D_n 是表面法向的夹角, W_c, W_s, W_n 是可以调整生长规则的不同参数的权值。

2.2 近似三角形和点数的判决方法

a) 使用超体素方法对源点云 P 和目标点云 Q 进行分块,得到块集 $P_{local} : \{1, 2, \dots, m\}$ 与 $Q_{local} : \{1, 2, \dots, n\}$;

b) 根据求出的块集 $P_{local} \{m\}$ 、 $Q_{local} \{n\}$, 可以

得到每一块的质心集 $L_1: \{1, 2, \dots, m\}$ 、 $L_2: \{1, 2, \dots, n\}$, 并且可以得到每个质心集自己的质点 $c, L_1: \{m | c_1\}$ 、 $L_2: \{n | c_2\}$;

c) 将序列 $L_1: \{m | c_1\}$ 、 $L_2: \{n | c_2\}$ 中的质心点相对其各自 c 的距离进行降序排序, 然后根据排序顺序, 选取序列中前两个质心点与 c 组成近似三角形;

d) 源点云中由两个块质心与序列质心 c 组成的三角形所包含的总点数为 M 。同理, 在目标点云 Q 中也可以通过同样方法得到一个三角形, 所含总点数为 N_2 ;

e) 利用公式(2)判断源点云和目标点云的重叠区域。

2.3 重叠估计的过程与方法

将源点云和目标点云 L_1, L_2 中的质心点进行首尾相接, 那么必然存在两个闭合的曲线 C_m 与 C_n , 根据相关点拓扑学理论可知^[17-18], 如果空间中的点集具有相同的拓扑关系, 那么经过它们的曲线也是近似的。所以, 从源点云与目标点云的局部来看, 点云中的重叠部分具有相似的拓扑关系, 它们所经过的质心曲线在局部上也是相似的。

为了筛选出曲线相似部分的质心点, 采用近似三角形以及块中所包含点数占总点数的百分比的判决公式进行判断, 并将满足阈值的区块设定为源点云与目标点云重叠的块, 本文的阈值取值为 0.9。

$$\frac{a_1 + b_1 + c_1}{a_2 + b_2 + c_2} \times \alpha + \frac{1}{2} \left[\frac{N_1}{\left(\frac{N_p}{M}\right) \times 2} + \frac{N_2}{\left(\frac{N_q}{M}\right) \times 2} \right] \times (1 - \alpha). \quad (2)$$

公式中: a_1, b_1, c_1 为源点云 P 中得到的三角形的三边, 依次代表点 $L_1: \{P_m | m=1\}$ 与 $L_1: \{c_1\}$ 的连线, $L_1: \{P_m | m=2\}$ 与 $L_1: \{c_1\}$ 的连线, $L_1: \{P_m | m=1\}$ 与 $L_1: \{P_m | m=2\}$ 的连线; 同理, 在目标点云 Q 中三角形的三边为 a_2, b_2, c_2 ; α 为权重参数, 设置权重参数的原因是为了防止超体素分块中某些块中包含点的数目过少, 缺乏有效性, 从而对查询结果产生影响, 本文的 α 取为 0.5。源点云以 $L_1: \{P_m | m=1\}$ 与 $L_1: \{P_m | m=2\}$ 为质心的两个块的点数为 N_1 ; 目标点云总点数为 N_2 ; N_p 与 N_q 为 P 与 Q 的总点数。在查询过程中由于序列 $L_1: \{m\}$ 、 $L_2: \{n\}$ 中 $m \neq n$, 故以 2 为步长进行查找, 仅仅查询 $M/2$ 个三角形, 其中 $M =$

$\min\{m, n\}$ 为超体素分块后源点云和目标点云块数中较小的一个。

根据阈值判断, 最终一共查询到 $M/2$ 对满足阈值的近似三角形。那么源点云 P 中存在的 M 块与目标点云 Q 中的 M 块存在对应关系, 如图 1 所示。

3 初始配准

开始获取到的待配准点云的初始位置的优劣决定着迭代过程是否能达到收敛或局部最优解。而为了提高效率, 初始配准过程并不需要对所有数据点进行遍历, 只需要查询到一定数目的关键点以保证转移矩阵的计算准确性。本文通过近似三角形找到源点云和目标点云的重叠区域, 然后采用 3D 均匀采样获取关键点, 该方法得到的关键点突出了 XYZ 空间的信息, 具有较快的处理速度, 而且在查询过程中使用下采样, 可以有更高的效率。经过关键点查询和描述步骤使源点云和目标点云的关键点建立起一一对应关系, 然后将简单的空间位置信息或者色彩信息 RGB 转变为可以抵抗扭曲, 旋转, 偏移的描述子来确定这种对应关系。

3.1 基于法向的特征直方图描述子

点直方图采用的描述方法是逐点遍历, 并且采用邻域的概念计算邻域内其余点之间的几何角度关系作为描述符。只要点与点之间的空间几何位置不变, 无论进行缩放还是旋转, 点与点之间的法向夹角是不会改变的, 这种特性决定了描述子的尺度和旋转不变性, 并且点直方图具有描述子维度可控性。

为了使描述点与其邻域空间内其余点的集合关系具有不变性, 需要计算描述子在相同半径 r 下, 点数据之间的相对关系。本文描述子由描述

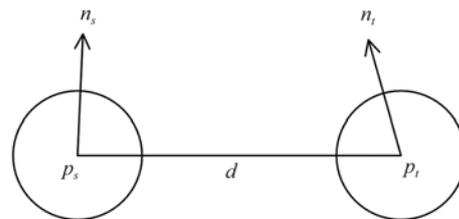


图 2 描述符

Fig. 2 Descriptors

符 α 、 φ 、 γ 构成,如图 2 所示。描述符均由邻域空间内点与点之间的法线和欧式距离关系计算所得:

$$\alpha = \mathbf{n}_s \cdot \mathbf{n}_t = \langle \mathbf{n}_s, \mathbf{n}_t \rangle, \quad (3)$$

$$\varphi = \mathbf{n}_s \cdot \frac{\mathbf{p}_t - \mathbf{p}_s}{d}, \quad (4)$$

$$\gamma = (\mathbf{n}_s, (\mathbf{p}_t - \mathbf{p}_s), \mathbf{n}_t), \quad (5)$$

其中 \mathbf{n}_s 为描述点半径内源点的法线信息, \mathbf{n}_t 为描述点半径内目标点的法线信息, $\frac{\mathbf{p}_t - \mathbf{p}_s}{d}$ 为描述点半径内源点与目标点的归一化欧氏距离。3 个描述子 α 、 φ 、 γ 的含义如下:

a) α 代表源点法向量向目标点法向量的投影,取值为 $[-1, 1]$ 或角度值为 $[0, \pi]$;

b) φ 代表源点法向量向连线 d 的投影,取值为 $[-1, 1]$ 或角度值为 $[0, \pi]$;

c) γ 代表了源点法向量、连线、目标点法向量的混合积,取值范围为 $(-\infty, \infty)$ 。

3.2 邻域描述

在对点云数据某一点的描述过程中,本文对描述点及其半径 r 内取邻域,该邻域内不仅包含有效的点云数据信息,也包含有噪声数据。根据这些邻域内点数据的法线信息对描述点建立一种相对位置关系的多维特征向量。这种高维度的特征向量可以使得该邻域的几何特征关系具有抵抗数据扭曲、偏移、失真等特性。如图 3 所示,在描述点的邻域内若有 k_{local} 个点,图中 $k_{\text{local}} = 5$ 。对除描述点以外的点依次按照描述子 α 、 φ 、 γ 进行描述。选取一点 P_s 作为源点,另一点 P_t 作为目标点,共计进行 $(k_{\text{local}} - 1)!$ 次描述。

3 个描述子分别具有自己的值域范围,通过对值域范围进行划分可以确定该特征向量的维

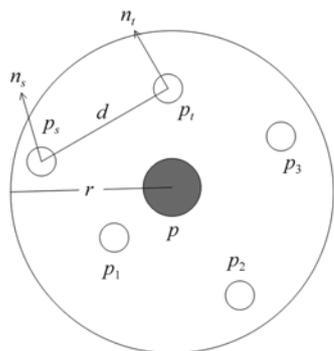


图 3 邻域描述

Fig. 3 Local description

度,邻域点积直方图中对 α 阈值均分为 4 个区间 $[0, \frac{\pi}{4}]$ 、 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 、 $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$ 、 $[\frac{3\pi}{4}, \pi]$; φ 的阈值均分为 2 个区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 、 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$; γ 的阈值均分为 2 个区间 $(-\infty, 0]$ 、 $(0, +\infty)$ 得到 $2^4 + 2^2 + 2^2 = 24$ 个区间。通过对点云数据内所有点的描述计算,可以将描述结果分布在这 24 个区间内,区间内每增加一个符合描述要求的点,其模值加 1,可以得到一个 24 维的特征直方图,其模值就构成了一个 24 维的特征向量。

本文提出的 LDFH (Local Dot Feature Histogram) 描述子对 Rusu^[2] 提出的 FPFH 描述子进行了改进, LDFH 描述子在点对的描述计算上使用混合积 γ , 描述子的正负特性减少了其区间划分的可能性,使得特征向量总体维度减少,提高了运算效率。

3.3 对应关系估计与去除

在得到了描述子之后,通过比较度量,设置某一阈值来判断对应的关键点是否一一对应。而在实际情况中,图 4 所示的关键点对存在错误对应。为了消除错误对应,本文采用随机采样一致性 (RANSAC) 算法进行错误点对去除,例如,从 Bunny 模型的测试结果得出 $r = 3$ mm 时,可以在大约 50 个关键点中查询到 5 个正确对应;若 $r = 1$ mm 时,可以从大约 300 多个关键点中查询到 16 个正确对应。

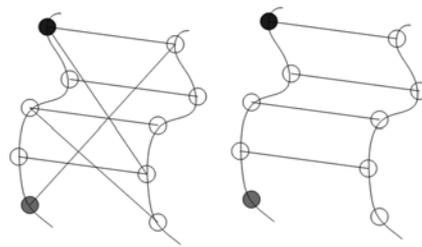


图 4 去除错误对应

Fig. 4 Wrong correspondence rejection

3.4 估计转移矩阵

根据相似三角形计算的重叠区域和关键点中正确的对应关系,由 SVD 奇异数分解法得到最后的转移矩阵 \mathbf{RT} 。其中旋转矩阵 \mathbf{R} 由相对 XYZ 轴的旋转角度构成,而平移矩阵由一个平移向量组成。最终将源点云 P 通过公式(6)转移至 Q ,如图 5 所示,绿色为源点云,红色为目标点云,灰

色为转移后的源点云。

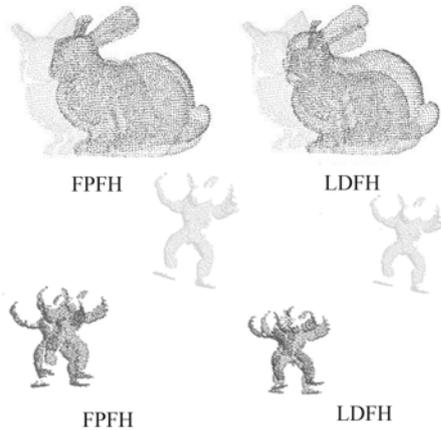


图 5 初始配准

Fig. 5 Coarse registration

最终进入精配准 ICP 阶段进行性能比较。

$$Q = RP + T. \quad (6)$$

4 精配准实验

为了验证算法的有效性,本文使用邻域点积直方图描述子与同一领域内的 FPFH 描述子进行对比。在实验过程中使用的是斯坦福大学提供的 Bunny、Armadillo、Buddha 模型。该系列模型广泛应用于不同的点云研究领域。实验的运行环境为英特尔 i5-2400 @ 3.10 GHz 四核处理器、4 GB DDR3 1333MHz 内存、Nvidia GeForce 405 (512 MB)显卡,操作系统为 Windows 7 旗舰版 32 位 SP1 (DirectX 11)。

表 1 描述子的描述时间和对应点对

Tab. 1 Description time of descriptor and corresponding point pairs

实验模型	邻域半径/mm	F 描述平均时间/s	F 点 对数	L 描述平均时间/s	L 点 对数
Bunny	3	229.523	5	178.812	5
Bunny	1	242.145	16	188.745	16
Armadillo	3	169.777	9	132.763	9
Armadillo	1	176.261	22	143.319	22
Buddha	3	161.321	11	143.046	11
Buddha	1	166.934	25	150.357	25

表 1 分别对不同模型的关键点进行描述,以半径 $r=3$ mm 的 Bunny 模型为例,FPFH 源点云

和目标点云描述子的计算平均耗时为 229.523 s; 本文的邻域点积直方图算法的平均耗时为 178.812 s,对应点对相同,而描述速度提高了 20%左右。其余模型和半径也基本满足这一规律,从而证明了本文算法的可行性。最后使用基于法向信息的 ICP 算法,相对于其它 ICP 算法可以减少精配准阶段的计算量,因为本文算法在描述阶段已经得到了全部点云数据的法线信息,可以重复利用,结果如图 6 所示。

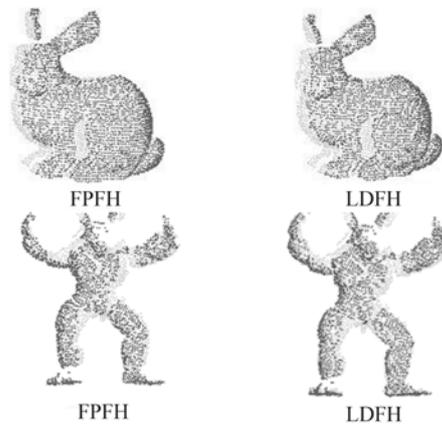
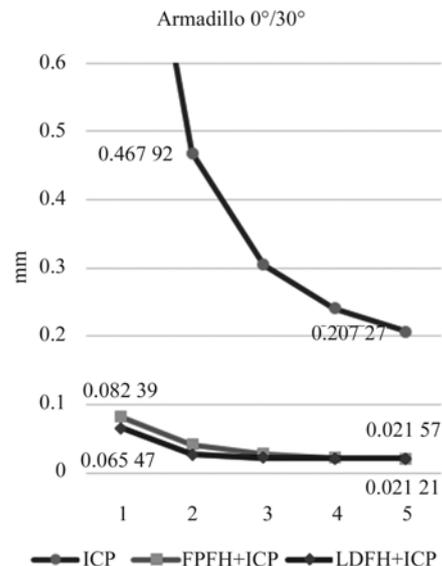


图 6 精配准结果对比

Fig. 6 Comparison of registration results

根据不同的模型,实验得出 FPFH 与 LDFH 前 5 次迭代可以达到最优收敛,所以本实验比较了前 5 次迭代的均方配准误差,测试结果如图 7 所示。

在固定的迭代策略下与不经过初始配准的经典 ICP 算法进行对比,可知经过预处理和初始配



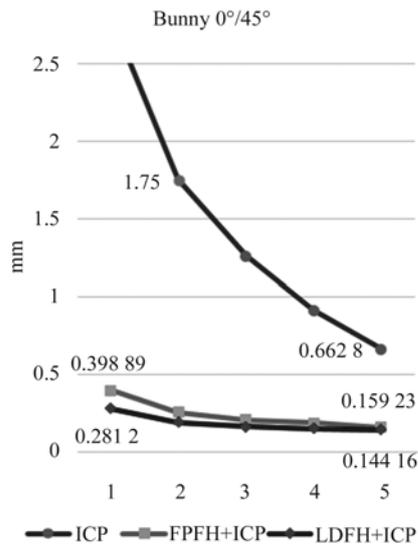


图 7 配准 MSE 曲线图
Fig. 7 MSE of registration

准的算法可以明显改善均方配准误差;在精配准过程中, LDFH 描述子达到最优收敛速度较 FPFH 快, 前 5 次迭代中每次迭代后的 MSE 的值都小于 FPFH 描述子。

5 实物扫描测试

本文除了使用斯坦福大学提供的点云库模型外, 还使用 Kinect 光学扫描设备扫描的塑料几何体进行算法测试。模仿斯坦福点云库以不同视角, 采用标定摄像机同时获取点云数据的方法, 以其中一个点作为起点, 顺时针从不同观测点获得不同角度的点云数据。由实验结果可得, 实际配准中由于模型的复杂特性不同, 初始配准后得到的位置从主观视觉上可能并不一定理想, 但是随着关键点之间的关联性增强, 在进入精配准过程后可以通过更少的配准次数获得配准结果。测试结果如图 8 与 9 所示。其中, 图 8 为扫描环境, 图 9 为模型的完整配准过程。实物模型根据本文算法可以短时间内获得较为完整的点云模型。

参考文献:

- [1] BESL P J, MCKAY N D. Method for registration of 3-D shapes[C]. *Robotics-DL tentative. International Society for Optics and Photonics*, 1992:



图 8 塑料几何体扫描环境

Fig. 8 Scanning environment of plastic geometry

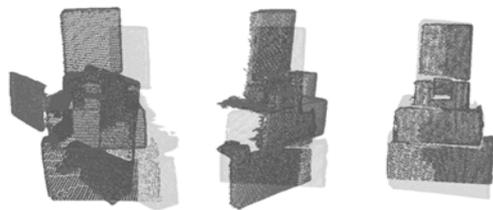


图 9 塑料几何体整体配准过程

Fig. 9 Registration process of plastic geometry

6 结 论

本文针对基于刚体变换的点云数据配准过程中使用的描述子进行了改进, 并且在配准前通过基于区域生长的 K-means 聚类方法查找重叠区域的预处理方法可以筛选出有效的信息点, 从整体上减少输入数据的计算量, 同时本文的邻域点积直方图算法与 FPFH 的鲁棒性相同, 在配准过程中预处理算法可以使点云数据减少 20% 左右, 提高了数据的有效性; 相比 FPFH 算法, LDFH 算法的描述速度提高了 15% 左右, 均方配准误差准确性相同。最后使用基于法向信息的 ICP 算法进行精配准, 使得整个配准算法有着较好的整体表现。

586-606.

- [2] RUSU R B, COUSINS S. 3d is here: Point cloud library (pcl)[C]. *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2011: 1-4.

- [3] MITRA N J, NGUYEN A, GUIBAS L. Estimating surface normals in noisy point cloud data[J]. *International Journal of Computational Geometry & Applications*, 2004, 14(4-5): 261-276.
- [4] 孙军华,谢萍,刘震,等.基于分层块状全局搜索的三维点云自动配准[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(1):174-179.
SUN J H, XIE P, LIU ZH, *et al.*. Automatic 3D point cloud registration based on hierarchical block global search [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(1): 174-179(in Chinese).
- [5] 王欣,张明明,于晓,等.应用改进迭代最近点方法的点云数据配准[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(9): 2068-2077.
WANG X, ZHANG M M, YU X, *et al.*. Point cloud registration based on improved iterative closest point method [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(9): 2068-2077. (in Chinese)
- [6] 孟禹. 基于采样球和 ICP 算法的点云配准标准方法研究[D]. 北京:清华大学硕士论文, 2012.
MENG Y. *Registration of Point Clouds Basing on Sample-Sphere and ICP Algorithm* [D]. Beijing: Tsinghua University, 2012. (in Chinese)
- [7] 肖慧敏. 点云数据的配准标准算法[D]. 西安:西安电子科技大学硕士论文. 2012.
XIAO H M. *A New Registration Method of Point Cloud Data* [D]. Xi'an: Xidian University, 2012. (in Chinese)
- [8] FOX S D, LYONS D M. An approach to stereo-point cloud registration using image homographies [C]. *IS&T/SPIE Electronic Imaging. International Society for Optics and Photonics*, 2012: 830108-6.
- [9] 张晓,张爱武. 基于图像的点云初始配准[J]. *计算机工程与设计*, 2014, 35(10):3507-3512.
ZHANG X, ZHANG A W. Initial registration of point clouds based on images [J]. *Computer Engineering and Design*, 2014, 35(10): 3507-3512. (in Chinese)
- [10] 葛宝臻,彭博,田庆国. 基于曲率图的三维点云数据配准[J]. *天津大学学报*, 2013, 46(2):174-180.
GE B ZH, PENG B, TIAN Q G. Registration of three-dimensional point-cloud data based on curvature map [J]. *Journal of Tianjing University*, 2013, 46(2):174-180. (in Chinese)
- [11] 张学昌,习俊通,严隽琪. 基于扩展高斯球的点云数据与 CAD 模型配准[J]. *机械工程学报*, 2007, 43(6):142-148.
ZHANG X CH, XI J T, YAN J Q. Registration of point cloud and CAD model based on extended Gaussian sphere [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2007, 43(6): 142-148. (in Chinese)
- [12] 黄戈,李晓峰. 基于 CEGI 和 Fourier 变换的全自动点云配准算法[J]. *四川大学学报*, 2014, 46(5): 104-109.
HUANG G, LI X F. Fully automatic point cloud registration algorithm based on CEGI and Fourier transformation [J]. *Journal of Sichuan University*, 2014, 46(5): 104-109. (in Chinese)
- [13] PRICE M, GREEN J, DICKENS J. Point-cloud registration using 3D shape contexts [C]. *Robotics and Mechatronics Conference of South Africa (ROBOMECH)*, 2012: 1-5.
- [14] XIAO J, ADLER B, ZHANG H. 3D point cloud registration based on planar surfaces [C]. *2012 IEEE Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems*, 2012: 40-45.
- [15] 陶海骅,达飞鹏. 一种基于法向量的点云自动配准方法[J]. *中国激光*, 2013, 40(8):0809001-0809001-6.
TAO H J, DA F P. Automatic registration algorithm for the point clouds based on the normal vector [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2013, 40(8): 0809001-6. (in Chinese)
- [16] 陆军,彭仲涛,董东来,等. 点云 FPFH 特征提取优化配准算法[J]. *新型工业化*, 2014, 7:75-81.
LU J, PENG ZH T, DONG D L, *et al.*. The registration algorithm of point cloud based on optimal extraction of FPFH feature [J]. *The Journal of New Industrialization*, 2014, 7: 75-81. (in Chinese)
- [17] 孙经先. 关于点集拓扑学中的一个定理[J]. *系统科学与数学*, 1987, 7(2):148-150.
SUN J X. A theorem in point set topology [J]. *Journal of System Science and Math Science*, 1987, 7(2):148-150. (in Chinese)
- [18] 张大中. 点集拓扑的 40 个问题[J]. *辽宁大学学报*, 2004, 31(4):314-315.
ZHANG D ZH. Forty Problems of set topology [J]. *Journal of Liaoning University*, 2004, 31(4): 314-315. (in Chinese)

作者简介:



沈萦华(1977—),女,北京人,博士研究生,副教授,2005年于中国传媒大学获得硕士学位,主要从事图形图像处理,计算机视觉的研究。E-mail:shenwan@cuc.edu.cn



杨成(1974—),男,山东潍坊人,博士,教授,2002年于哈尔滨工程大学获得硕士学位,2005年于北京邮电大学获得博士学位,主要从事信息交互服务与系统、人机交互与集成应用、信息加密与隐私保护、智能化现代服务的分析、设计、研究。E-mail:cafeeyang@163.com